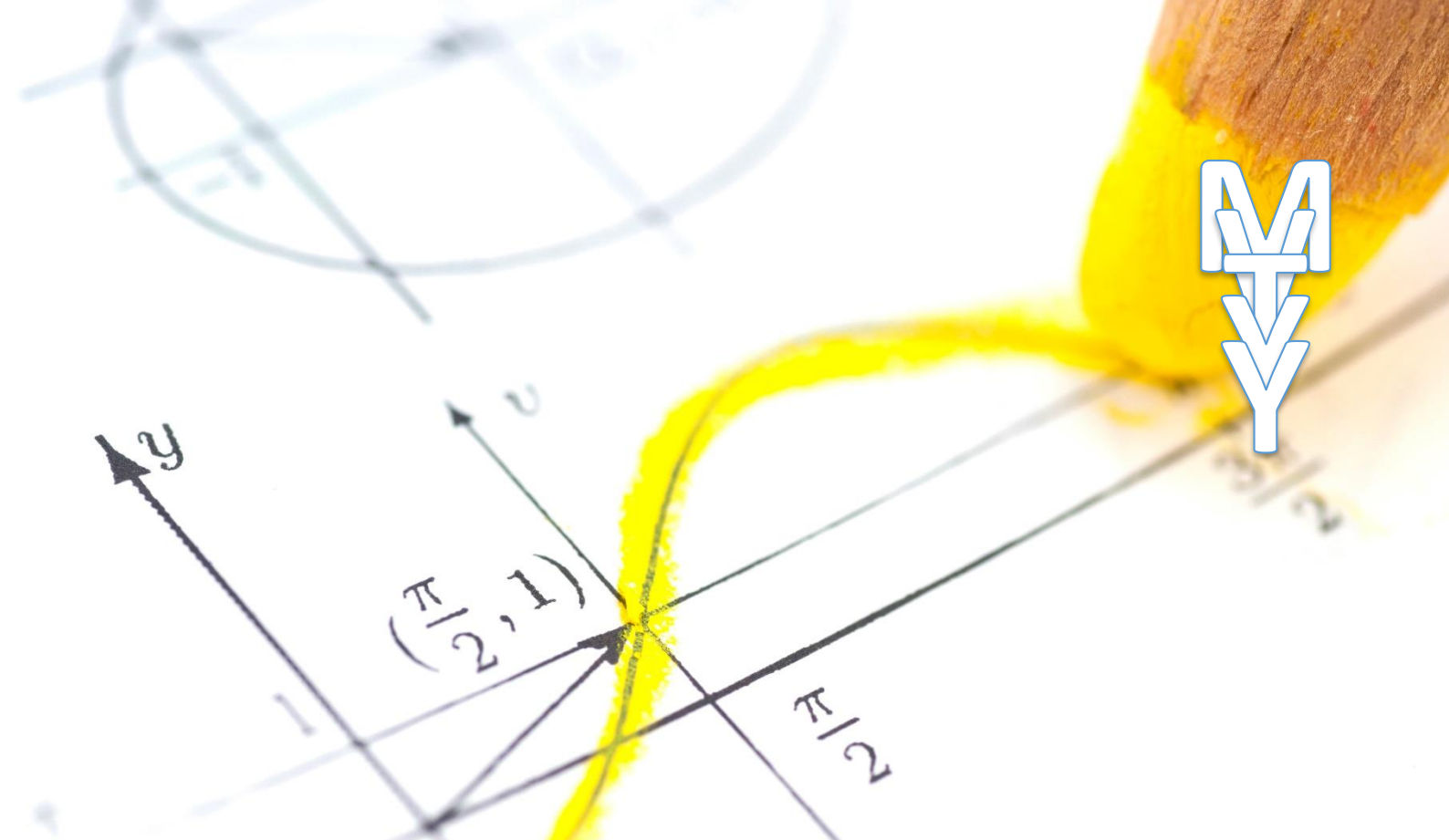




MATEMATIKA VA TA'LIM: YANGI YONDASHUVLAR



O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

MATEMATIKA VA TA’LIM: YANGI YONDASHUVLAR

Tezislar to‘plami

**USHBU TO‘PLAM MATEMATIKA KAFEDRASI TASHKIL
TOPGANLIGINING 80 YILLIGI VA
PROFESSOR AHMADJON AHLIMIRZAYEVNING
75 YILLIK YUBILEYIGA BAG‘ISHLANADI**

Andijon 2025

O‘UK 51+372

Matematika va ta’lim: yangi yondashuvlar. Tezislar to‘plami. Andijon 2025 yil.
256 bet.

To‘plamga kiritilgan tezislar mazmuni, ilmiyligi va dalillarning haqqoniyligi
uchun mualliflar mas’uldirlar.

Mas’ul muharrir: Ibaydullayev To‘lanboy, F.-m.f.n.

Tahrir hay’ati: Umrzaqov Nodirbek, F.-m.f.n.
Axmedov Odiljon, F.-m.f.n.
Mullajonov Rustambek, F.-m.f.n.
Aliyeva Jamila, PhD.
Mamadjanova Ma’muraxon, PhD.

Muharrir: Nishonov Tulanmirza

Ushbu to‘plam Andijon davlat universiteti ilmiy kengashining 2025 yil 28
apreldagi 10-yig‘ilishi qarori bilan nashrga tavsiya etilgan.

MATEMATIKA KAFEDRASI TARIXI

Andijon davlat universiteti boy tarixga ega bo'lgan oliy ta'lim muassasasi sanaladi. Bugungi kunda Respublikada ilm – fan va ta'lim – tarbiya sohalarida katta yutuqlarga erishib kelayotgan Universitetlardan biri. Bu yerda deyarli barcha fan sohalarida bo'yicha yetuk va malakali kadrlar jamlangan. Jumladan, Matematika va mexanika fakultetida ham ko'plab olimlar va pedagog kadrlar jamlangan bo'lib, ular bugungi kunda nafaqat Respublikamizning, balki butun dunyo matematika, fizika va texnika fanlari rivojiga yuksak hissa qo'shib kelmoqdalar. Fakultet tashkil topganiga ko'p vaqt bo'lmagan bo'lsa ham, lekin bu fakultetning paydo bo'lishiga sababchi bo'lgan "Matematika" kafedrasiga uzoq yillik mazmunli va barakali tarixga ega.

Dastlab Universitet Andijon o'qituvchilar instituti deb nomlangan paytlarda matematika fanlari "Tabiatshunoslik" kafedrasiga o'qitadigan fanlar qatoriga kiritilgan edi. 1944-1945 o'quv yiliga kelib "Tabiatshunoslik" kafedrasiga tarkibidan "Fizika-matematika" kafedrasiga ajralib chiqdi. Kafedra tarixini ushbu sanadan hisoblash to'g'ri bo'ladi. Bu kafedraning birinchi mudiri A.Alimov bo'lgan. Keyinchalik bir qancha vaqt kafedraga f.m.f.n., Mugallim Akramovich Subxonqulov mudirlik qildi.

1955 yilga kelib Andijon Davlat Pedagogika Instituti unga asos bo'lgan Andijon o'qituvchilar instituti zaminida tarkib topdi va shu yilning o'zidayoq "Fizika-matematika" kafedrasiga mustaqil "Fizika" va "Matematika" kafedralariga ajratildi. "Fizika-matematika" kafedrasiga tashkil topgan 1945 yildan boshlab kafedraning a'zosi bo'lgan ajoyib ustoz Xanafya G'aniyevich Kaipov "Matematika" kafedrasiga 1955-1966 yillari kafedra mudiri sifatida boshchilik qildi.

1966-1967 yillari kafedrani Anatoliy Urozovich Karimov boshqardi.

1967- 1970 yillari kafedraga dotsent Rasul Nazarov mudirlik qildi.

1970 yilga kelib matematika kafedrasiga ikkiga bo'lindi, ularning biri "Ehtimollar nazariyasi va elementar matematika" kafedrasiga deb atalib, shu kafedra ixtiyorida keng ma'noda matematik tahlil fanlarini o'qitish amalga oshirildi va kafedraga dotsent Abdulhamid Tolipov rahbarlik qildi. Ikkinchi kafedra "Algebra va sonlar nazariyasi" deb nomlanib unga Rasul Nazarov mudir etib tayinlandi.

1971 yilga kelib "Algebra va sonlar nazariyasi", "Matematik tahlil" kafedralari qatoriga "Geometriya" kafedrasiga qo'shildi.

1985-1994 yillar orasida "Matematik tahlil" kafedrasiga Toxirov Abdug'ulom rahbarlik qilgan. O'zining ustozlari Z.Xalfina, A.Ismoilov, A.Tolipov, M.Qosimovlar bilan ishlash qanchalar maroqli bo'lmasin, ularga

rahbarlik qilish o'ta ma'suliyatli ish bo'lgan. Kafedraga 1995-1999 yillar orasida Mamadaliyev Komiljon rahbarlik qildi. Bu orada kafedrada Vaxobov S, Karimov A, Azimov R, Bekmurodov K, Sodiqov Oxunjonlar ishga kelishdi. 2000-2001 o'quv yilidan boshlab kafedraga magistrantlar qabul qilindi. Dastlabki qaldirg'och magistrantlar "Differensial tenglamalar" mutaxassisligi bo'yicha M.Maxkamov va N.Umrzaqovlar bo'lishdi.

2004 yilgi kafedra mudirligi lavozimiga tanlov natijasida "Algebra va sonlar nazariyasi" kafedrasiga R.Azimov, "Matematik tahlil" kafedrasiga A.Toxirov munosib deb topildilar. Biroq 2005 - 2006 o'quv yili boshiga kelib fakultetdagi har ikkala kafedra birlashtirildi va yagona "Matematika" kafedrasiga aylantirildi. Matematika kafedrasiga avvaliga fizika-matematika fanlari doktori, professor G'.M.Mo'minov keyinchalik fizika-matematika fanlari doktori, professor V.G'.Miladjonov mudirlik qildilar.

2013 yilda kafedra mudirligiga f.-m.f.n. N.Umrzaqov, 2014 yilda f.-m.f.n. R.Mullajonov tayinlandi. 2015-2020 yillarda esa kafedrani f.-m.f.n. T.Ibaydullayev boshqardi. 2020-2023 yillarda kafedrani f.-m.f.n. N.Umrzaqov boshqardi.

2023 yilga kelib kafedra katta kontingentga ega bo'linma ekanligi hisobga olinib, uning negizida fakultet tashkil etildi va unga f.-m.f.n. T.Ibaydullayev dekan etib tayinlandi.

Fakultet tashkil etilishi xayrli kelib, juda qisqa davrda ilmiy darajali xodimlar soni ancha ko'paydi. Jumladan, 2023 yilning o'zida X.Qo'shaqov, A.Akbarov, G.Abduolimovalar, 2024 yilda A.Abdulvohidov, B.Jo'rayev, K.Ablazova, H.Ismoilovlar Falsafa doktori ilmiy darajasini himoya qildilar.

Fakultet tashkil bo'lgach unda ikkita kafedra faoliyati yo'lga qo'yildi: "Matematika" va "Amaliy matematika va mexanika". Ushbu kafedralarga f.-m.f.n. N.Umrzaqov va f.-m.f.n. O.Axmedovlar mudirlikka saylandilar.

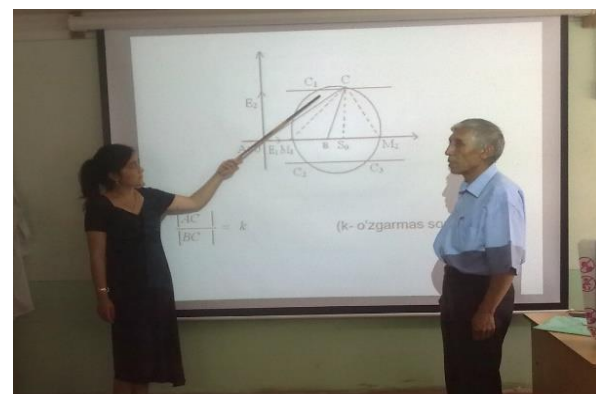
Xozirgi kunda kafedralarda 1 ta fan doktori, 17 ta fan nomzodi va falsafa doktorlari va yana 30 dan ortiq ustozlar faoliyat yuritib kelmoqdalar.

Bu yil Matematika kafedrasini tashkil topganiga 80 yil to'ldi. Ushbu munosabat bilan barcha ustozlarni muborakbod etaman.

Ibaydullayev To'lanboy

F.-m.f.n. Dotsent, Matematika va mexanika fakulteti dekani

MATEMATIKA KAFEDRASINING 80 YILLIK TARIXIDAN BA'ZI LAVHALAR



OLIY TA'LIM FIDOYISI

Pedagogika fanlari nomzodi, professor Ahmadjon Ahlimirzayev 2025 yilning 27 mayida o'zining 75 yoshini qarshilaydi. U 1950 yilning 27 mayida Andijon viloyatining Buloqboshi tumanida xizmatchi oilasida tavallud topgan.

Otasi - Qodirov Ahlimirza Buloqboshi mashina - traktor parkida xizmatchi bo'lib ishlagan bo'lsada, u ilmga ixlosmand kishilardan edi. Shuning uchun ham Ahmadjon Ahlimirzayevning olimlar qatoridan joy olishida padari buzrukvorining xizmatlari katta bo'lgan.



Onasi - Qodirova Ostanaxon, uy yumushlari va farzandlar tarbiyasi bilan shug'ullangan.

Ahmadjon Ahlimirzayev 1956 yili Buloqboshi qishlog'idagi 16 - maktabning birinchi sinfiga o'qishga bordi va u yerda sakkizinchi sinfgacha ma'lumot oldi. 1964 yildan esa qishloq markazidagi 6 - maktabda o'qishni davom ettirdi va uni 1966 yili tugalladi.

Ustoz yoshlik chog'laridanoq o'zining maktabdoshlari orasida namunali xulqi, odobi, ilmga chanqoqligi va tirishqoqligi bilan ajralib turgan. Uning matematika faniga bo'lgan qiziqishlarini shakllanishida Obidjon Mirzayev, Resim Abduraxmonov, Bo'rivoy Muxitdinov, Tavakkal Burxonov va Ne'matjon Qodirovlarning xizmatlari katta bo'lgan.

Ahmadjon Ahlimirzayev 1966 yili Farg'ona Davlat pedagogika institutining Matematika fakultetiga o'qishga kirdi. O'sha paytda bu fakultetda professor J.K.Karimov, dotsentlar I.I.Inamov, A.K.Qodirov, N.Sotvoldiyev, K.Sarimsaqov, T.Sufiyev kabi yetuk mutaxassislar faoliyat ko'rsatar edi.

Ustoz ulardan matematikaning turli yo'nalishlari bo'yicha bilim oldi va 1970 yili matematika fakultetini imtiyozli tugalladi hamda shu yilning o'zida mehnat faoliyatini o'zi boshlang'ich ma'lumot olgan 16 - maktabda boshladi.

1975 yilning mart oyida professor J.K.Karimovning tavsiyasi bilan u rahbarlik qilayotgan matematik analiz kafedrasiga ishga qabul qilindi. U bu kafedrada ishlash jarayonida talabalar bilan matematik analiz va maktab matematikasi kurslari bo'yicha mashg'ulotlar olib bordi.

Ahmadjon Ahlimirzayev 1977 yilning sentabr oyidan boshlab fizika fakulteti qoshida tashkil qilingan Oliy matematika va chizmachilik kafedrasiga o'tkazildi va u yerda 1980 yilgacha ishladi.

Ahmadjon Ahlimirzayevdagi matematikani o'qitish uslublariga bo'lgan qiziqishini o'z vaqtida sezgan kafedra mudiri T.S.Sufiyev uni 1980 yili Moskva Davlat pedagogika universitetiga ilmiy tadqiqotchi sifatida jo'natdi. Ahmadjon Ahlimirzayev 1980-1982 yillarda ilmiy tadqiqotchi sifatida sobiq ittifoqning ko'zga ko'ringan uslubchi olimlari N.A.Tereshin, V.I.Mishin, Yu.M.Kolyashi, A.N.Pogorelov, J.Ikromov, N.G'aybullaev va boshqalardan matematikani o'qitish nazariyasi va uslubiyati bo'yicha bilimlarni oldi hamda V.A.Gusev rahbarligida «Прикладная направленность изучения начал математического анализа в старших классах средней школы» nomli mavzuda ilmiy tadqiqot ishini boshladi, hamda uni 1991 yil 7 iyun kuni Moskva Davlat pedagogika universitetining ixtisoslashgan ilmiy kengashida himoya qildi.

Ahmadjon Ahlimirzayev 1982 yili Moskvadan qaytgandan so'ng o'z faoliyatini yana o'zi ishlagan kafedrada davom ettirdi va u yerda 1985 yilning oxiriga qadar ishladi. 1985 yilning 2 yanvaridan boshlab Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutining Andijondagi filialida dastlab o'qituvchi, katta o'qituvchi va keyinchalik dotsent lavozimlarida ishladi.

Ahmadjon Ahlimirzayev 1987-1988 yillarda filial dekani o'rinbosari, 1988-1995 yillarda esa filial dekani vazifalarida ishladi. 1995 yildan boshlab u Toshkent xalq xo'jaligi instituti, Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutining Andijondagi filiallari negizida tashkil qilingan Andijon muhandislik iqtisodiyot institutining nazariy va amaliy matematika kafedrasida dotsent lavozimida faoliyat olib bordi.

Ustoz 2000 yilning sentabr oyidan boshlab Andijon Davlat tillar pedagogika institutida dastlab O'zbekiston tarixi va iqtisodiyot nazariyasi kafedrasida, keyinchalik esa Axborot texnologiyalari va tabiiy fanlar kafedrasida faoliyat ko'rsatdi. 2006 yildan 2010 yilgacha u Umumiy tilshunoslik va axborot texnologiyalari kafedrasida dotsent lavozimida ishladi.

Ahmadjon Ahlimirzayev 2010 yildan boshlab Andijon davlat universitetida faoliyat yuritib kelmoqda. Universitet ajoyib jamoasi va ilm ahliga ustoz juda tez moslashdi. Aytish mumkinki, ustoz universitetda o'zining ikkinchi yoshliklarini o'tkazmoqda. Chunki, universitetga kelgan davridan to shu kungacha yozgan darslik, o'quv va uslubiy qo'llanmalari, ilmiy maqola va tezlari soni universitetga kelgunga qadar bo'lgan ishlari sonidan anchagina ko'p. Ustoz universitetda bir necha bor "Eng yaxshi pedagog" tanlovi g'olibi ham bo'ldi.

Professor unvoniga ham aynan ushbu dargohda qilgan xizmatlari uchun erishdi, desak aslo mubolag'a bo'lmaydi. Chunki, bu yerda yuzga yaqin bakalavr, o'nlab magistrlar va bir necha doktorantlarga ilmiy rahbarlik qildi va ilmiy rahbarlik qilmoqda. Ustozning ilmiy rahbarligida uning shogirdlari bir necha tanlovlarda g'olib bo'ldilar, ko'plab ilmiy va uslubiy ishlari bilan vatanimiz va dunyo ilmi rivojiga hissa qo'shdilar.

Ustoz o'zining kamtarligi, yuksak muomala madaniyatiga ega ekanligi, har bir hayotiy masalaga teran nigoh tashlashi, jonkuyarligi va kerakli maslahatlari bilan nafaqat Matematika va mexanika fakultetining, qolaversa butun universitetning bugungi faoliyatida katta o'rin tutadi.

Ahmadjon Ahlimirzayev oilada yaxshi turmush o'rtoq, mehribon ota va nabiralarining sevimli bobojonisi. Farzandlari ham ta'lim va tarbiya sohasida faoliyat yuritib, ustozning kasbini egallashgan.

Ahmadjon Ahlimirzayevga bugungi qutlug' kunda uzoq umr, mustahkam sog'liq, oilaviy baxt, ulkan zafarlar, barkamol avlodni tarbiyalashdek vazifalarida muvaffaqiyatlar tilaymiz.

Akbaraliyev Baxtiyorjon

T.f.d. Andijon davlat universiteti rektori

MATEMATIK ANALIZ VA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

YOPIQ TRAYEKTORIYAGA EGA KVADRATIK DINAMIK SISTEMALAR

Abdullayev Omadbek

Andijon Davlat Universiteti

Tabiat hodisalarini matematik nuqtai nazardan modellashtirish orqali, kelajakda ro'y berishi mumkin bo'lgan holatlarni o'rganish muhim ahamiyatga ega. Jarayonlarda ishtirok etuvchi o'zgaruvchilar vaqtga bog'liq holda o'zgarishi sababli (ya'ni dinamik bo'lgani uchun), ularning matematik modellari ko'p hollarda chiziqsiz dinamik sistemalar orqali ifodalanadi.

Dinamik sistemalar sifat nazariyasida esa o'rganilayotgan sistemada yopiq trayektorianing mavjudligi yoki yo'qligini nazariy jihatdan aniqlash muhimdir. Chunki bu berilgan sistema ifodalagan jarayonda davriy o'zgarishlar kuzatiladimi yoki yo'qmi, degan savolga amaliy javob berishga yordam beradi.

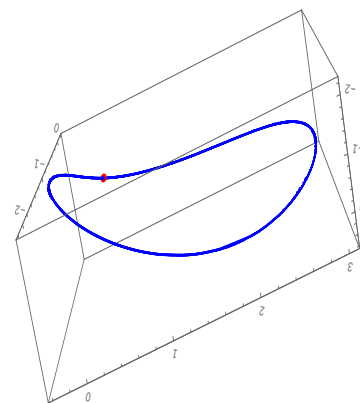
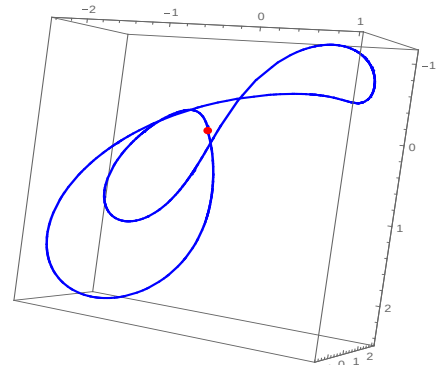
Biz tomondan tuzilgan dastur yordamida topilgan quyidagi yopiq trayektoriyali kvadratik dinamik sistemalar va ularning davrlarini keltirib o'tamiz.

$$1) \begin{cases} x' = 1 + y - z - x^2 \\ y' = 1 + y + z - x^2 \\ z' = 1 - x - y - x^2 \end{cases}$$

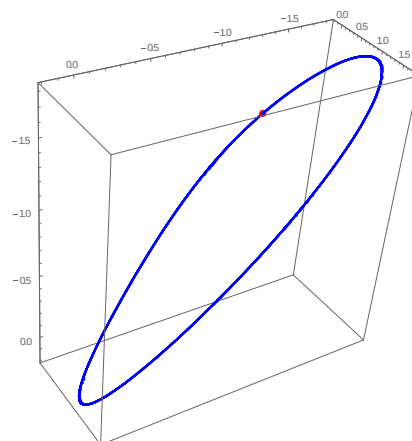
$$T=9,2$$

$$2) \begin{cases} x' = 1 - z^2 - xy + yz \\ y' = 1 - xy + yz + x^2 \\ z' = -1 - xy - yz + x^2 \end{cases}$$

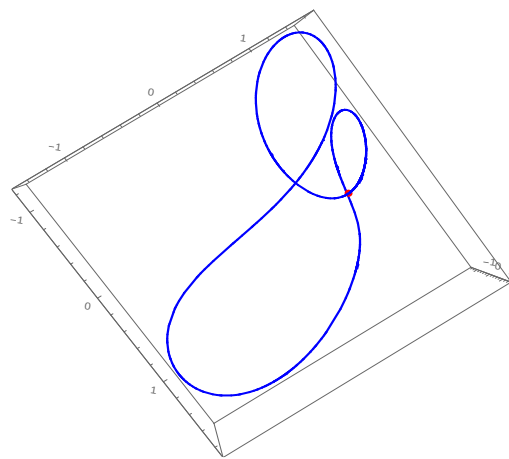
$$T=15$$



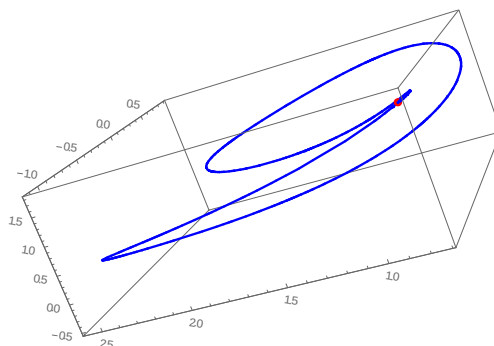
$$3) \begin{cases} x' = 1 - z^2 \\ y' = 1 - z^2 \\ z' = 1 - x^2 \end{cases} \quad T=24$$



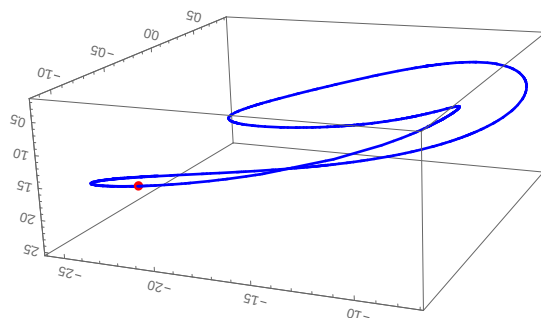
$$4) \begin{cases} x' = 1 - x - z - y^2 \\ y' = 1 + x + z - x^2 \\ z' = 1 + x - y - x^2 \end{cases} \quad T=10,2$$



$$5) \begin{cases} x' = -1 + x + y + y^2 \\ y' = -1 + x + z - x^2 \\ z' = -1 - x - y - x^2 \end{cases} \quad T=8$$



$$6) \begin{cases} x' = 1 - x + y - y^2 \\ y' = 1 + x - z - x^2 \\ z' = -1 - x + y - x^2 \end{cases} \quad T=7,9$$



Xulosa qilib aytganda, yuqorida ko'rib o'tilgan yopiq traektoriyalarga ega bo'lgan dinamik sistemalarni aniqlash muhim masala bo'lishi bilan bir qatorda, ularning bifurkatsion xossalarini o'rganish dinamik sistemalar nazariyasida yangi turdagi bifurkatsiyalarni aniqlashga imkon beradi. Demak, ushbu tadqiqot kelgusida yangi bifurkatsiyalarni topish va ularni tahlil qilish uchun zamin yaratadi.

ADABIYOTLAR:

1. Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Mayer A.G. Kachestvennaya teoriya dinamicheskikh sistem vtorogo poryadka. – M.: Nauka, 1966. - 568 s.
2. Lawrence Perko. Differential Equations and Dynamical Systems, 3rd Edition, Springer, New York, 2006, p. 571.

A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER GRONWALL TYPE CONSTRAINTS

Akbarov Adakhambek

PhD, Andijan state university

Abduvosiyev Ibroximjon

Andijan state university

In this paper, we study the pursuit problem for linear differential game when the controls of players are subjected to differential constraints of the form of integral inequality of Gronwall [1]. The proposed method substantiates the parallel approach and the new sufficient solvability conditions are obtained for problem of the pursuit.

Let the motions of the pursuer P and the evader E be described by the following differential equations, initial conditions and Gronwall type constraints (briefly, Gr -constraint)

$$P: \dot{x} + ax = u, x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} + ay = v, y(0) = y_0, \quad (2)$$

where $x, y, u, v \in R^n, n \geq 2$, and a is arbitrary; u is the velocity vector of the pursuer and here the temporal variation of u must be a measurable function $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$. We denote by U_{Gr} the set of all measurable functions $u(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|u(t)| \leq \rho_0 + \rho_1 t + k \int_0^t |u(s)| ds \quad (3)$$

Similarly, v is the velocity vector of the evader and here the temporal variation of v must be a measurable function $v(\cdot): 0, +\infty) \rightarrow R^n$. We denote by V_{Gr} the set of all measurable functions $v(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|v(t)| \leq \sigma_0 + \sigma_1 t + k \int_0^t |v(s)| ds \quad (4)$$

where $\rho_0, \rho_1, \sigma_0, \sigma_1$ are nonnegative numbers and k is positive number.

By virtue of the equations (1)-(2) each pair of $(x_0, u(\cdot))$ and $(y_0, v(\cdot))$ generates the trajectories of motion

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{-at} \left(x_0 + \int_0^t u(\tau) e^{a\tau} d\tau \right), \\ y(t) &= e^{-at} \left(y_0 + \int_0^t v(\tau) e^{a\tau} d\tau \right). \end{aligned}$$

The goal of the pursuer P is capture the evader E i.e., achievement of the equality $x(t) = y(t)$ and evader E strives to avoid an encounter.

Lemma. (Gronwall's inequality [2]). If $|\omega(t)| \leq \alpha + \int_0^t (\beta + \gamma |\omega(s)|) ds$ then

$$|\omega(t)| \leq \frac{\beta}{\gamma} (e^{\gamma t} - 1) + \alpha e^{\gamma t}, \text{ where } \omega(t), t \geq 0, \text{ is a measurable function, and } \alpha, \beta$$

are given non-negative numbers and γ is a given positive number.

Definition. In the pursuit problem (1)-(4), the function [2-4]

$$u_{Gr}(t, v) = v - \lambda_{Gr}(t, v) \xi_0 \quad (5)$$

is called Π_{Gr} -strategy of the pursuer, where $\lambda_{Gr}(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \mu(t)^2 - |v|^2}$, where $|\mu(t)| \leq \frac{\rho_1}{k} (e^{kt} - 1) + \rho_0 e^{kt}$, $\xi_0 = \frac{z_0}{|z_0|}$ and $\langle v, \xi_0 \rangle$ is a scalar product of the vectors v and ξ_0 in the space R^n .

Property. If $\rho_0 \geq \sigma_0$, $\rho_1 \geq \sigma_1$, then the function $\lambda_{Gr}(t, v)$ is continuous and non-negative for all $(t, v) \in [0, \infty) \times R^n$.

Theorem. If $\rho_0 > \sigma_0$, $\rho_1 = \sigma_1$ and $a \in (-\infty, 0) \cup (0, k)$ in the game (1)-(4), then the Π_{Gr} -strategy (6) is winning on the time interval $[0, T_{Gr}]$, where

$$T_{Gr} = \frac{1}{k-a} \ln \left(\frac{|z_0|(k-a)}{\rho_0 - \sigma_0} + 1 \right).$$

REFERENCES

1. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919, 20(2): 293-296.
2. Нуримов Т.Н., Филатов А.Н., Шаров Л.В. Интегральные неравенства. Ташкент: Фан, 1991. 192 с.
3. Azamov A.A., Samatov B.T. Π -Strategy. An Elementary introduction to the Theory of Differential Games. - T.: National Univ. of Uzb., 2000. - 32 p.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. P.33-47.

5. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboev U.B. A linear differential game with Gronwall type constraint // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan. 2020. No. 2, pp. 17-26.

A PURSUIT PROBLEM FOR THE INERTIAL MOVEMENTS OF PLAYERS UNDER GRONWALL TYPE CONSTRAINTS ON CONTROLS

Akbarov Adakhambek

PhD, Andijan state university

Ma'rufjonova Saidaxon

Andijan state university

Assume that in the space R^n a controlled object P , called a pursuer, chases another object E , called an evader. Denote by x a state of the pursuer and by y that of the evader in R^n . Let the motion dynamics of the players be generated by the following differential equations, initial conditions and Gronwall type constraints (briefly, Gr -constraint):

$$P: \ddot{x} = u, x(0) = x_0, \dot{x}(0) = x_1, \quad (1)$$

$$E: \ddot{y} = u, y(0) = y_0, \dot{y}(0) = y_1, \quad (2)$$

where $x, y, x_0, y_0, x_1, y_1, u, v \in R^n, n \geq 2$, x_0 and y_0 are initial states of the players, and x_1 and y_1 are their initial velocity vectors, respectively. We suppose that $x_0 \neq y_0$ and $x_1 = y_1$.

u is the velocity vector of the pursuer and here the temporal variation of u must be a measurable function $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$. We denote by U_{Gr} the set of all measurable functions $u(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|u(t)| \leq \rho_0 + \rho_1 t + k \int_0^t |u(s)| ds \quad (3)$$

Similarly, v is the velocity vector of the evader and here the temporal variation of v must be a measurable function $v(\cdot): 0, +\infty) \rightarrow R^n$. We denote by V_{Gr} the set of all measurable functions $v(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|v(t)| \leq \sigma_0 + \sigma_1 t + k \int_0^t |v(s)| ds \quad (4)$$

where $\rho_0, \rho_1, \sigma_0, \sigma_1$ are nonnegative numbers and k is positive number.

By virtue of the equations (1)-(2) each pair of $(x_0, x_1, u(\cdot))$ and $(y_0, y_1, v(\cdot))$ generates the trajectories of motion

$$x(t) = x_0 + x_1 t + \int_0^t (t-s)u(s)ds,$$

$$y(t) = y_0 + y_1 t + \int_0^t (t-s)v(s)ds.$$

The goal of the pursuer P is capture the evader E i.e., achievement of the equality $x(t) = y(t)$ and evader E strives to avoid an encounter.

Lemma. (Gronwall's inequality [2]). If $|\omega(t)| \leq \alpha + \int_0^t (\beta + \gamma |\omega(s)|) ds$ then

$$|\omega(t)| \leq \frac{\beta}{\gamma}(e^{\gamma t} - 1) + \alpha e^{\gamma t}, \text{ where } \omega(t), t \geq 0, \text{ is a measurable function, and } \alpha, \beta$$

are given non-negative numbers and γ is a given positive number.

Definition. In the pursuit problem (1)-(4), the function [2-4]

$$u_{Gr}(t, v) = v - \lambda_{Gr}(t, v)\xi_0 \quad (5)$$

is called Π_{Gr} -strategy of the pursuer, where $\lambda_{Gr}(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \mu(t)^2 - |v|^2}$, where $|\mu(t)| \leq \frac{\rho_1}{k}(e^{kt} - 1) + \rho_0 e^{kt}$, $\xi_0 = \frac{z_0}{|z_0|}$ and $\langle v, \xi_0 \rangle$ is a scalar product of the vectors v and ξ_0 in the space R^n .

Property. If $\rho_0 \geq \sigma_0, \rho_1 \geq \sigma_1$, then the function $\lambda_{Gr}(t, v)$ is continuous and non-negative for all $(t, v) \in [0, \infty) \times R^n$.

Theorem. If one of the following conditions holds 1) $\rho_0 > \sigma_0, \rho_1 = \sigma_1$, 2) $\rho_0 = \sigma_0, \rho_1 > \sigma_1$, 3) $\rho_0 > \sigma_0, \rho_1 > \sigma_1$, then Π_{Gr} -strategy (5) for the player P is winning on the interval $[0, T_{Gr}]$ in the game (1)-(4), where T_{Gr} is the smallest positive root of the equation:

$$|z_0| - \frac{A}{k^2} e^{kt} + \frac{B}{2} t^2 + \frac{A}{k} t + \frac{A}{k^2} = 0,$$

$$\text{where } A = \frac{\rho_1 - \sigma_1 + k(\rho_0 - \sigma_0)}{k}, B = \frac{\rho_1 - \sigma_1}{k}.$$

REFERENCES

1. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919, 20(2): 293-296.
2. Нуримов Т.Н., Филатов А.Н., Шаров Л.В. Интегральные неравенства. Ташкент: Фан, 1991. 192 с.
3. Azamov A.A., Samatov B.T. Π -Strategy. An Elementary introduction to the Theory of Differential Games. - T.: National Univ. of Uzb., 2000. - 32 p.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. P.33-47.
5. Samatov B.T., Soyibboev U.B. Differential Game with a Lifeline for the Inertial Movements of Players. Ural Mathematical Journal. 2021. V. 7. № 2. P. 94-109.

A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER EXPONENTIAL GRONWALL TYPE CONSTRAINTS

Akbarov Adakhambek

PhD, Andijan state university

Sulaymonov Samandar

Andijan state university

In this paper, we study the pursuit problem for linear differential game when the controls of players are subjected to differential constraints of the form of integral inequality of Gronwall [1]. The proposed method substantiates the parallel approach and the new sufficient solvability conditions are obtained for problem of the pursuit.

Let the motions of the pursuer P and the evader E be described by the following differential equations, initial conditions and Gronwall type constraints (briefly, Gr -constraint)

$$P: \dot{x} + ax = u, x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} + ay = v, y(0) = y_0, \quad (2)$$

where $x, y, u, v \in R^n, n \geq 2$, and a is arbitrary; u is the velocity vector of the pursuer and here the temporal variation of u must be a measurable function $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$. We denote by U_{Gr} the set of all measurable functions $u(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|u(t)| \leq \rho e^{-kt} + k \int_0^t |u(s)| ds \quad (3)$$

Similarly, v is the velocity vector of the evader and here the temporal variation of v must be a measurable function $v(\cdot): 0, +\infty) \rightarrow R^n$. We denote by V_{Gr} the set of all measurable functions $v(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|v(t)| \leq \sigma e^{-kt} + k \int_0^t |v(s)| ds \quad (4)$$

where ρ, σ are nonnegative numbers and k is positive number.

By virtue of the equations (1)-(2) each pair of $(x_0, u(\cdot))$ and $(y_0, v(\cdot))$ generates the trajectories of motion

$$x(t) = e^{-at} \left(x_0 + \int_0^t u(\tau) e^{a\tau} d\tau \right),$$

$$y(t) = e^{-at} \left(y_0 + \int_0^t v(\tau) e^{a\tau} d\tau \right).$$

The goal of the pursuer P is capture the evader E i.e., achievement of the equality $x(t) = y(t)$ and evader E strives to avoid an encounter.

Lemma. (Gronwall type inequality). If $|f(t)| \leq a e^{-b_1 t} + b_2 \int_0^t |f(s)| ds$ is

satisfied, then $|f(t)| \leq \frac{a}{b_1 + b_2} (b_2 e^{b_2 t} + b_1 e^{-b_1 t})$ for all $t \geq 0$, where $f(t)$ is a measurable function, and a, b_1, b_2 are positive numbers.

Definition. In the pursuit problem (1)-(4), the function [2-4]

$$u_{Gr}(t, v) = v - \lambda_{Gr}(t, v) \xi_0 \quad (5)$$

is called Π_{Gr} -strategy of the pursuer, where $\lambda_{Gr}(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \mu(t)^2 - |v|^2}$, where $\mu(t) = \rho c h k t$, $\xi_0 = \frac{z_0}{|z_0|}$ and $\langle v, \xi_0 \rangle$ is a scalar product of the vectors v and ξ_0 in the space R^n .

Property. If $\rho \geq \sigma$ then the function $\lambda_{Gr}(t, v)$ is continuous and non-negative for all $(t, v) \in [0, \infty) \times R^n$.

Theorem. If $\rho > \sigma$ and $a \in (-\infty, 0) \cup (0, k)$ in the game (1)-(4), then the Π_{Gr} -strategy (6) is winning on the time interval $[0, T_{Gr}]$, where T_{Gr} is the smallest positive root of the equation:

$$|z_0| - \frac{\rho - \sigma}{2} \left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k-a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k+a} \right) = 0.$$

REFERENCES

1. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919, 20(2): 293-296.
2. Нуримов Т.Н., Филатов А.Н., Шаров Л.В. Интегральные неравенства. Ташкент: Фан, 1991. 192 с.
3. Azamov A.A., Samatov B.T. Π -Strategy. An Elementary introduction to the Theory of Differential Games. - T.: National Univ. of Uzb., 2000. - 32 p.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. P.33-47.
5. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboev U.B. A linear differential game with gronwall type constraint // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan. 2020. No. 2, pp. 17-26.

CHEKSIZ SOHADA ARALASH PARABOLIK TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Akbarova Surayyo

F.-m.f.n., Andijon davlat universiteti

Qodirova Umida

Andijon davlat uninersiteti

Ma'lumki, aralash parabolik tenglamalar nazariyasi fizika, mexanika va boshqa fanlarda uchraydigan amaliy masalalarni o'rganishda katta ahamiyatga

ega bo'lib, zamonaviy xususiy hosilali differensial tenglamalar nazariyasining muhim bo'limlaridan biridir. Bunday tenglamalar ayniqsa, gidrodinamikada tadbiq etiladi, ya'ni ishorasi o'zgaruvchan koeffitsiyentli suyuqlik xarakatini o'rganishda qo'llaniladi.

Shuni ta'kidlash kerakki, aralash-parabolik tenglama uchun lokal va nolokal chegaraviy masalalar bir qancha olimlar tomonidan o'rganilgan[1-2].

Ushbu ishda quyidagi

$$u_{xx} - \operatorname{sgn} x u_t = f(x, t) \quad (1)$$

tenglama uchun $\Omega = \Omega_0 \cup I \cup \Omega_\infty$ sohada nolokal masala o'rganilgan, bu yerda

$$\Omega_0 = \{(x, t): -1 < x < 0, 0 < t \leq T\}, T > 0,$$

$$\Omega_\infty = \{(x, t): 0 < x < \infty, 0 < t \leq T\}, I = \{(x, t): x = 0, 0 < t \leq T\}.$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$I_0 = \{(x, t): x = -1, 0 \leq t \leq T\},$$

$$I_1 = \{(x, t): -1 \leq x \leq 0, t = T\},$$

$$I_\infty = \{(x, t): 0 \leq x < \infty, t = 0\}.$$

(1) tenglama Ω sohada aralash parabolik tipdagi tenglama bo'lib, bu tenglama uchun quyidagi chegaraviy masalani o'rganamiz.

Masala. (1) tenglamaning Ω soha chegarasigacha uzluksiz va $\forall (x, t) \in \overline{\Omega}_\infty$ lar uchun chegaralangan, quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, t) \in C^1(\Omega) \cap C^{2,1}(\Omega_0 \cup \Omega_\infty)$ yechimi topilsin:

$$u(-1, t) + \sum_{k=1}^n a_k(t) u(x_k, t) = \mu_1(t), x_k \in I_1, t \in I_0, \quad (2)$$

$$u(x, T) = \mu_2(x), \quad x \in I_1, \quad (3)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in I_\infty, \quad (4)$$

bu yerda $\mu_1(t)$, $a_k(t)$, ($k = 1, n$), $\mu_2(x)$, $\varphi(x)$ — berilgan, yetarlicha silliq funksiyalar.

Bu masala yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlangan. Yechimning yagonaligi parabolik tipdagi tenglamalar uchun ekstremum prinsipi yordamida [3], mavjudligi esa integral tenglamalar nazariyasini asosida ko'rsatilgan[4].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Ўринов А.Қ. Параболик типдаги дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. 2015, Т.: MUMTOZ SO'Z. 196 б.

2. Akbarova S, X., Akbarova M, X. A problem of Bitsadze-Samarskiy type for a degenerate parabolic equation of mixed type// Samarkand-Uzbekistan.

Abstracts of VIII International Scientific Conference, September 25-26, 2023. 170 p.

3. Фридман А. Уравнение с частными производными параболического типа. 1968, М.: Мир. 428 с.

4. Салоҳиддинов М. Математик физика тенгламалари. 2002, Т.: “Ўзбекистон”. 448 б.

ON A LINEAR DIFFERENTIAL EVASION GAME WITH MULTIPLE PURSUERS AND AN EVADER IN THE HILBERT SPACE

l_2

Axmadjonova Musharraf

Andijan State University

Qobiljonov Muhriddin

Andijan State University

Kozimjonov Kamronbek

Andijan State University

In this research, we study a differential game of evasion described by infinite systems of differential equations in the Hilbert space l_2 . This game involves many pursuers and one evader, where the control functions of players are subject to integral constraints. We say that evasion is possible in the game if the states of all systems do not coincide with the origin of the space l_2 . The main goal of the study is to develop a strategy for the evader to avoid capture by pursuers. We derive a sufficient condition for evasion from any initial state and construct an evasion strategy for the evader.

We are considering a differential game described by an infinite system of differential equations

$$\dot{x}_{ij} = A_j x_{ij} - u_{ij} + v_j, x_{ij}(0) = x_{ij}^0, \quad (1)$$

in the Hilbert space l_2 , here $A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots) \in l_2$, where $A_j = \begin{bmatrix} -\lambda_j & 1 \\ 0 & -\lambda_j \end{bmatrix}$, λ_j is a positive number, $x_{ij}^0 \in R^2$, $u_{ij} \in R^2$, $j = 1, 2, \dots$ are the control parameters of the i th pursuer, $i = 1, 2, \dots, m$, and $v_j \in R^2$, $j = 1, 2, \dots$ are the control parameters of the evader. It is assumed that, $0 \leq t \leq T$, where T is a given sufficiently large number and $x_{ij}^0 = (x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots) \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$, $\sum_{i=1}^{\infty} |x_{ij}^0|^2 < \infty$.

The pursuers try to bring the state of the system to the origin of the space l_2 , and the evader tries to avoid this. We provide a solution to the evasion problem for the differential game (1).

Definition 2.1. A function $u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), u_{i3}(t), \dots)$, $t \in [0, T]$, with measurable components $u_{ij}(t) = (u_{ij}^1(t), u_{ij}^2(t))$, $j = 1, 2, \dots$, for which

$$\int_0^T \|u_i(s)\|^2 ds = \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^T |u_{ij}(s)|^2 ds \leq \rho_i^2, i = 1, 2, \dots, m,$$

(2) is called the admissible control of the i th pursuer.

Definition 2.2. Function $v(t) = (v_1(t), v_2(t), v_3(t), \dots)$, $t \in [0, T]$, with measurable coordinates $v_j(t) = (v_j^1(t), v_j^2(t))$, $j = 1, 2, \dots$, for which

$$\int_0^T \|v(s)\|^2 ds = \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^T |v_j(s)|^2 ds \leq \sigma^2, \quad (3)$$

is called admissible evader control.

Definition 2.3. We call the continuous function $(t, u_1, u_2, \dots) \rightarrow V(t, u_1, u_2, \dots)$, where $V : R \times l_2 \times l_2 \times \dots \rightarrow l_2$, the evader strategy if the initial conditions (1) have unique solutions, $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), 0 \leq t \leq T$, at $v = V(u_1, u_2, \dots, u_m)$, and for any admissible controls $u_1 = u_1(t), \dots, u_m = u_m(t)$ of the pursuers and satisfies the following integral constraint:

$$\int_0^T \|V(t, u_1(t), u_2(t), \dots)\|^2 dt \leq \sigma^2$$

Using valid controls, the pursuers try to catch the evader while the evader tries to avoid it. The following definition formalizes the concept of evasion.

Definition 2.4. If there is an evader strategy v such that for all admissible controls $u_i(t)$, $i = 1, \dots, m$, pursuers, solutions (1) satisfy the $x_i^0 \in l_2, i = 1, 2, \dots, m$, condition for all initial positions $x_i(t) \neq 0$ for all $i = 1, \dots, m$, and all $0 \leq t \leq T$, then we will say that evasion is possible in game (1).

Theorem 3.1. If $\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_m^2 \leq \sigma^2$, then in the game (1)-(3) evasion is possible.

Our research focuses on the analysis of a differential evasion game involving multiple pursuers and one evader in infinite systems of differential equations in l_2 . The players' control functions are subject to integral constraints. In this evasion game, the pursuers strive to bring the state of at least one of the controlled systems to the origin l_2 . On the other hand, the goal of the runner is to prevent this. We have defined a condition that ensures that the evader successfully escapes from

any initial state. In addition, we have built a strategy for the evader to avoid pursuers throughout the game.

LIST OF REFERENCES

1. Berkovitz L.D. A Survey of Differential Games, Mathematical Theory of Control. 1967. New York, Academic Press. 373-385.
2. Elliot R.J., Kalton N. The Existence of Value for Differential Games. 1972. American Mathematical Soc. Providence, RI, USA.

MAYATNIK TIPDAGI STOXASTIK SISTEMA YECHIMINING TURG'UNLIGI

Azimov Raximjon

F-m.f-n., Andijon davlat universiteti

Maxamadjonova Maftuna

Andijon davlat universiteti

Bizga quyidagi differensial tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin.

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = A_1(y) \cdot p + f_1(p, q, z, y(t)) \\ \frac{dq}{dt} = A_2(y) \cdot q + f_2(p, q, z, y(t)) \\ \frac{dz}{dt} = A_3(y) \cdot z + f_3(p, q, z, y(t)) \end{cases} \quad (1)$$

Yuqoridagi ifodalarni (1) bu yerda $p, q, z \in R^2, f_i \in C[B, R, [\Omega, R^2]]$,

$$A_i(y) = [b_i(y) - a_i(y)], \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

bu yerda $b_i(y), a_i(y)$ chegaralangan funksiyada $y(t)$ esa bir jinsli Markov jarayoni chekli sondagi holatga o'tish ehtimolligi quyidagicha

$$P_{ij}(\tau) = \alpha_{ij}\tau + \theta(\tau), \alpha_{ij} \text{const}, (i \neq j) \in [1, 2]$$

Berilgan (1) sistema uchun matritsa funksiyani tuzamiz:

$$V(p, q, z) = ytv_y \quad (2)$$

Tuzilgan matritsa funksiya elementlarini quyidagicha tanlaymiz.

$$\begin{aligned} v_{11} &= p^T \text{diag} \left[1, \frac{1}{b_k^1} \right] p, \\ v_{22}(q, y_k) &= q^T \text{diag} \left[1, \frac{1}{b_k^2} \right] q \\ v_{33}(z, y_k) &= z^T \text{diag} \left[1, \frac{1}{b_k^3} \right] z \\ v_{1,2}(p, q, y_k) &= p^T \text{diag} \left[0, 1, \frac{0,1}{b_k^1} \right] q \end{aligned}$$

$$v_{1,3}(p, z, y_k) = p^T \text{diag} \left[0, 1, \frac{0,1}{b_k^3} \right] z$$

$$v_{23}(q, z, y_k) = q^T \text{diag} \left[0, 1, \frac{0,1}{b_k^2} \right] z$$

Tuzilgan matritsa funksiya elementlari quyidagi tengsizliklarni qanoatlantiradi.

$$v_{11}(p, y_k) \geq \|p\|^2,$$

$$v_{22}(q, y_k) \geq \|q\|^2,$$

$$v_{33}(z, y_k) \geq \|z\|^2,$$

$$v_{12}(p, q, y_k) \geq -0,1 \|p\| \cdot \|q\|;$$

$$v_{13}(p, z, y_k) \geq -0,1 \|p\| \cdot \|z\|;$$

$$v_{23}(p, q, z, y_k) \geq -0,1 \|q\| \cdot \|z\|;$$

agarda $0 < b_k^i \leq 1, i = 1, 2, 3 \dots$

$$v_{11}(p, y_k) \geq \frac{1}{b_k^1} \|p\|^2$$

$$v_{22}(q, y_k) \geq \frac{1}{b_k^2} \|q\|^2,$$

$$v_{33}(z, y_k) \geq \frac{1}{b_k^3} \|z\|^2,$$

$$v_{12}(p, q, y_k) \geq -\frac{0,1}{b_k^1} \|p\| \cdot \|q\|;$$

$$v_{13}(p, z, y_k) \geq -\frac{0,1}{b_k^3} \|p\| \cdot \|z\|;$$

$$v_{23}(p, q, z, y_k) \geq -\frac{0,1}{b_k^2} \|q\| \cdot \|z\|;$$

Yuqoridagi tengsizliklarga ko'ra $V(p, q, z)$ matritsa funksiya uchun quyidagi tengsizlikni hosil qilishimiz mumkin.

$$U^T H^T A_n \leq V(p, q, z) \leq W^T H^T A_n W \quad (3)$$

barcha $(p, q, z) \in R^3$

Qaralayotgan (1) sistema uchun o'rtalashtirilgan hosilani quyidagi formula bilan hisoblaymiz.

$$\begin{aligned} \frac{d[V]}{dt} &= \nabla_t v_{ke} + (\nabla_y v_{ke})^T \cdot f(p, q, z, y(t)) \\ &+ \sum_{i \neq j}^3 \alpha_{ij} [v_{ke}(t, p, i) - v_{ke}(t, p, j)], \quad k, e \in [1, 3] \end{aligned} \quad (4)$$

bu yerda $\nabla_u = \frac{\partial}{\partial u}$

Tuzilgan (2) matritsa funksiya hosilasini (1) sistemaga nisbatan (4) formula bilan hisoblasak quyidagi tengsizlikni hosil qilishimiz mumkin.

$$\frac{d[V(p, q, z)]}{dt} \leq y^T S y \quad (5)$$

Buni isbot qilish mumkin. Ba'zi bir shartlar bajarilsa S matritsa manfiy aniqlangan bo'ladi, bundan esa berilgan (1) sistemani muvozanat xolati ehtimollar ma'nosida turg'un bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Кац. И. Я. Об устойчивости в целом стохастических систем // Прик. математика и механика: 1964 – 28, вып. 2. – с. 366-372.
2. Хасьминский Р. З. Об устойчивости траекторий марковских процессов // Прик. математика и механика: 1962 – 26, том 2 – с. 1554-1565.
3. Мартынюк А. А Стохастическая матрица функция Ляпунова и ее приложение // Докл. АН. СССР– 1989 – 299, N 1 с. 46-49.

BIRINCHI YAQINLASHISH BILAN TURG'UNLIKNI TEKSHIRISH

Azimov Raximjon

dotsent, Andijon davlat universiteti

Qoxxorova Gavxaroy

Andijon davlat universiteti

Bizga quyidagi differensial tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k + X_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Quyidagi sistemani qaraymiz

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Faraz qilaylik, quyidagi shartlar bajarilgan bo'lsin $X_i(0, 0, \dots, 0) = 0$ va

$$\sum_{i=1}^n X_i^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq A^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1+\alpha} \quad (3)$$

bu yerda $\alpha > 0, A$ – musbat son. Bu holda (2) sistemani (1) ning birinchi yaqinlashish sistemasi deymiz. [1]

Qaralayotgan (1) sistemani o'zaro bog'liq bo'lmagan n ta qism tenglamalar sistemasiga ajratamiz

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{ii}x_i, i = \overline{1, n}$$

va bog'lovchi funksiyalarga ajratamiz.

$$G_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij}x_j + X_i, i = \overline{1, n}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{ij}x_i + a_{ij}x_j$$

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + X_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n + X_2$$

$$\frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n + X_3$$

.....

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n + X_n$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \sum_{j=1}^n A_{1j}x_j = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1n}x_n + X_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2n}x_n + X_2$$

.....

$$\frac{dx_n}{dt} = A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + \dots + A_{nn}x_n + X_n$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

O'zaro bog'liq bo'lmagan qism sistemalariga

$$\frac{dx_i}{dt} = A_{11}x_1 \quad (5)$$

va bog'lovchi funksiyalarga ajratamiz

$$G_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n A_{ij}x_j + X_i, i = \overline{1, n} \quad (6)$$

Shundan so'ng (1) sistemani birini ikkinchisi bilan bog'lovchi (a_{ij}) juft sistema ostilariga ajratish mumkin bo'ladi.

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= A_{ii}x_i + A_{ij}x_j + X_i \\ \frac{dx_j}{dt} &= A_{jj}x_j + A_{ji}x_i + X_j\end{aligned}$$

Natijada (1) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin bo'ladi. [2]

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = \bar{A}_{ij}x_{ij} + \sum_{k=1}^n \bar{A}_{ik}^k x_k + X_{ij} \quad (7)$$

bu yerda

$$\begin{aligned}\bar{A}_{ik}^k &= [A_{ik}^T; A_{jk}^T]^T \\ X_{ij} &= [X_i^T; X_j^T] \\ \bar{A}_{ij} &= \begin{bmatrix} A_{ii} & A_{ij} \\ A_{ji} & A_{jj} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

(7) sistema uchun Lyapunovni matritsa funksiyasini tuzamiz

$$\Pi(x) = \eta^T V(x) \eta \quad (8)$$

Bu matritsani diagonal elementlarini quyidagicha aniqlaymiz $v_{ii}(x_i) = x_i^T P_{ii} x_i$, bu yerda P_{ii} –simmetrik, musbat aniqlangan matritsa quyidagi tenglamani qanoatlantiradi

$$A_{ii}^T P_{ii} + P_{ii} A_{ii} = -G_{ii}, \quad i = \overline{1, n} \quad (9)$$

bu yerda G_{ii} –simmetrik, musbat aniqlangan matritsa. Diagonallardan tashqari elementlarini quyidagicha aniqlaymiz.

$$v_{ij} = x_{ij}^T P_{ij} x_{ij} \quad (i > j) \in [\overline{1, n}]$$

$v_{ij} = v_{ji}$ shart bajariladi deb qaraymiz.

P_{ij} – musbat aniqlangan matritsa

$$A_{ij}^T P_{ij} + P_{ij} A_{ij} = -G_{ij} \quad (i > j) \in [\overline{1, n}]$$

bu yerda G_{ij} –simmetrik musbat aniqlangan matritsa

Qaralayotgan sistema uchun quyidagi tengsizlikni isbot qilish mumkin

$$\frac{d\Pi}{dt} \leq \eta^T S \eta \quad (10)$$

Teorema. Agar berilgan sistemani (4) va (7) qism sistemalarga ajratganimizda (10) S matritsamiz a) yarim musbat aniqlansa b) manfiy aniqlangan bo'lmasa, u holda (1) ning $x = 0$ yechimi

- a) Lyapunov ma'nosida turg'un bo'ladi;
- b) Lyapunov ma'nosida asimmetrik turg'un bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Барбашин. Е. А. Введение в теорию устойчивости. - М. Наука, 1967-223с

2. Мартынюк А. А. Устойчивость движения сложных систем. - Киев:Наук.думка, 1975-353с.

ON THE UNIQUENESS OF THE SOLUTION OF THE INITIAL-BOUNDARY PROBLEM FOR A SECOND-ORDER EQUATION

Azizov Muzaffar

Fergana State University

Obidjonova Mamuraxon

Andijan State University

In a rectangle $\Omega = \{(x, t): 0 < x < l, 0 < t < T\}$ for the equation

$$u_{tt} + \frac{2\gamma}{t}u_t = a^2u_{xx}, \quad 0 < \gamma < \frac{1}{2} \quad (1)$$

consider the following mixed problem.

Find solution $u(x, t)$ equations (1) defined in the domain Ω satisfying the following:

$$u(x, 0) = f_1(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{2\gamma} \left(t^{-2\gamma} (t^{2\gamma} u_t(x, t))'_t \right)_t = f_2(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (3)$$

initials conditions and following conditions:

$$u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (4)$$

where $f_1(x)$ and $f_2(x)$ are give functions.

"This equation, similar to the damped wave equation, takes into account time-dependent dissipation effects. It is especially used to describe energy losses in mechanical or electromagnetic systems. In this case, a boundary value problem arises for the equation of oscillatory motion."

Theorem. If there exists a regular solution of problem, it is unique.

Proof. Assume that the problem has two solutions $u_1(x, t)$ and $u_2(x, t)$. Then the function

$$u_1(x, t) - u_2(x, t) = u(x, t) \quad (5)$$

will be solution of the homogeneous problem corresponding problem. For proving the Theorem, it is enough to show that homogeneous problem has only trivial solution. For this aim, we consider the following system of functions

$$X_k(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \sqrt{\lambda_k} x, \quad \lambda_k = \frac{\pi k}{l}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Is is known that these functions is a complete orthonormal system in $L_2(0, l)$.

As in [2], lets us consider function

$$d_k(t) = \int_0^l u(x, t) X_k(x) dx, \quad k = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Based on (7), we introduce functions

$$d_{k,\varepsilon}(t) = \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u(x,t)X_k(x)dx, \quad (8)$$

where ε is a small enough positive number. Differentiating twice the equality (8) with respect to t we get

$$d'_{k,\varepsilon}(t) = \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u_t(x,t)X_k(x)dx. d''_{k,\varepsilon}(t) = \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u_{tt}(x,t)X_k(x)dx.$$

Taking into account the form of equation (1) in case $f(x,t) \equiv 0$, from the last equalities we obtain

$$d''_{k,\varepsilon}(t) + \frac{2\gamma}{t}d'_{k,\varepsilon}(t) = a^2 \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u_{xx}(x,t)X_k(x)dx. \quad (9)$$

Using the rule of integration by parts two times in the right-hand side of equality (9), then we will pass to the limit $\varepsilon \rightarrow 0$, i.e.

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[d''_{k,\varepsilon}(t) + \frac{2\gamma}{t}d'_{k,\varepsilon}(t) \right] &= a^2 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X_k(l-\varepsilon)u_x(l-\varepsilon, t) - X_k(\varepsilon)u_x(\varepsilon, t)] - \\ &\quad - a^2 \sqrt{\lambda_k} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X'_k(l-\varepsilon)u(l-\varepsilon, t) - X'_k(\varepsilon)u(\varepsilon, t)] - \\ &\quad a^2 \lambda_k \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u(x,t)X_k(x)dx. \end{aligned}$$

Hence, taking into account the homogeneous conditions corresponding to (4), and the properties of the functions $X_k(x)$, we get

$$d''_{k,\varepsilon}(t) + \frac{2\gamma}{t}d'_{k,\varepsilon}(t) = \lambda_k \int_{\varepsilon}^{l-\varepsilon} u(x,t)X_k(x)dx, \quad k = 1, 2, \dots$$

From the last equality, taking (7) into account, we have

$$d''_{k,\varepsilon}(t) + \frac{2\gamma}{t}d'_{k,\varepsilon}(t) + \lambda_k d_k(t) = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

It is easy to show that the general solution of this equation can be written in the form

$$d_k(t) = a_k t^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{\frac{1}{2}-\gamma}(\sqrt{\lambda_k}at) + b_k t^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{\gamma-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda_k}at) \quad (10)$$

where a_k and b_k arbitrary constants, and $J_w(z)$ is the first kind Bessel with order w (6). Here, for finding unknown coefficients a_k and b_k , we use homogenous conditions corresponding to (2) and (3), by virtue of (5) and (7), it follows that

$$d_k(0) = b_k \frac{\left(\frac{\sqrt{\lambda_k}a}{2}\right)^{\gamma-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\gamma+\frac{1}{2})} = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{2\gamma} \left(t^{-2\gamma} (t^{2\gamma} d'_k(t)) \right)' = -8a_k \frac{\left(\frac{\sqrt{\lambda_k}a}{2}\right)^{\frac{7}{2}-\gamma}}{\Gamma(\frac{3}{2}-\gamma)} = 0.$$

Obeying these conditions to function (10) we have (1) a_k, b_k . Consequently, $d_k(0) = 0$ for all $t \in [0, T]$. Then the equality (7), takes the form

$$\int_0^l u(x,t)X_k(x)dx = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

From the last equality follows that the function $u(x, t)$ is orthogonal to all functions of the complete system (6). So, we conclude that $u(x, t) \equiv 0$. Then taking into account (5), we obtain $u_1(x, t) = u_2(x, t)$, i.e. if the solution of the problem exists, it is unique. The Theorem has been proved.

REFERENCES

1. A. N. Tikhonov and A. A. Samarskii, *Equations of Mathematical Physics*. Nauka, Moscow, 1977.
2. Zh. A. Otarova, "Solvability and spectral properties of the boundary value problems for fourth order equations of mixed type," *Uzb. Mat. Zh.* **90** (4).

IKKINCHI TIP $\mathfrak{R}_H(m)$ SOHADA INTERPOLYATSION KETMA-KETLIKLAR

Baltabayeva Mahliyo

Urganch davlat universiteti

Kompleks analiz nazariyasining muhim bo'limlaridan biri bu – analitik funksiyalar sinfida interpolatsiya masalalarini o'rganishdir. Ushbu masalalar ko'plab amaliy va nazariy yo'nalishlarda – signalni qayta tiklash, raqamli analiz, matematik fizika tenglamalarini yechishda katta ahamiyatga ega. Ayniqsa, analitik funksiyalar fazolarida (masalan, Hardy, Bergman, Dirixle fazolari) interpolatsion ketma-ketliklarning mavjudlik shartlarini aniqlash, ularning xossalarini o'rganish va konstruktsiya usullarini ishlab chiqish ilmiy tadqiqotlar uchun dolzarb hisoblanadi.

Masalan, Lagranjning interpolatsion [1] formulasi yordamida ko'pchilik masalalar o'z yechimini topgan. G.Xudayberganov 1988-yilda Lagranj interpolatsion formulasi yordamida sohaning chegarasining qismida berilgan funktsiyani soha ichiga golomorf davom qildirish masalasini yechuvchi Karleman formulasini matritsaviy analogini topgan.

$\{z_n\}$ ketma-ketlikni interpolatsiyalash sharti 1958-yil L.Karleson tomonidan kiritilgan. Karlesonning [2] ishida kompleks tekislikdagi birlik doira uchun interpolatsion ketma-ketliklarning xossalarini ifodalovchi klassik teoremasi keltirilgan. [2] ishda bu teoremani elementar va konstruktiv isboti keltirilgan.

Keyinchalik Shapiro va Shildelar [3] ham Karleson teoremasining bir muncha soddaroq holini ikki tomonlama nazariyadan foydalanib isbotladilar. Shuningdek, bu isbotlar Dyurena va Gofmanlarning kitoblarida keltirilgan. Matritsaviy sohalar (shuningdek klassik sohalar (E.Kartan tasnifiga ko'ra)) ko'p kompleks o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasida turli xil masalalarni hal

qilishda qulayligi bilan ajralib turadi. Bu ularning $\mathbb{C}^n$ fazodagi sohalarga nisbatan kengroq sinfi ekanligi bilan izohlanadi.

Ikkinchi tur klassik soha n -tartibli simmetrik kompleks matritsalaridan iborat bo'lib, u quyidagicha ko'rinishda:

$$\mathfrak{R}_{II}(m) = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m]: I^{(m)} - Z\bar{Z}' > 0, \forall Z' = Z\},$$

Aytaylik, $\mathfrak{R}_{II}(m)$ klassik sohasi berilgan bo'lsin. $H^\infty(\mathfrak{R}_{II})$ bilan bu $\mathfrak{R}_{II}(m)$ sohada chegaralangan golomorf funksiyalar oilasini belgilaymiz (qulay bo'lishi uchun bu ikkinchi tip klassik sohani $\mathfrak{R}_{II}$ belgilaymiz).

Ta'rif. Agar $\mathfrak{R}_{II}$ sohada $H^\infty(\mathfrak{R}_{II})$ sinfdagi $\{P_k\}$ ketma-ketlik uchun va ixtiyoriy $\{b_k\}$ ketma-ketlik uchun shunday $F \in H^\infty(\mathfrak{R}_{II})$ funksiya mavjud bo'lib,

$$F(P_k) = a_k \quad k = 1, 2, \dots$$

bo'lsa, u holda $\{P_k\}$ ketma-ketlik interpolatsion ketma-ketlik bo'ladi.

$P, Z \in \mathfrak{R}_{II}$ (simmetrik matritsa) uchun

$$\varphi_P(Z) = \frac{\det Z - \det P}{1 - \det(\bar{P}Z)}$$

bo'lsin. Ravshanki, $m = 1$ da $\varphi_P(Z)$ akslantirish P nuqtani nolga olib keladigan birlik doira avtomorfizmi bilan mos keladi.

Teorema. Faraz qilaylik, ba'zi δ uchun va ixtiyoriy k uchun quyidagi shart bajarilsin:

$$\prod_{j \neq k} |\varphi_{P_j}(P_k)| \geq \delta.$$

U holda $\{P_k\} \subset \mathfrak{R}_{II}$ ketma-ketligi $H^\infty(\mathfrak{R}_{II})$ da interpolatsiya hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. G.Xudayberganov, T.T.To'ychiyev, Matritsa argumentli golomorf funksiyalar (magistrlar uchun qo'llanma) Toshkent 2008 y.
2. Carleson L. An interpolation problem for bounded holomorphic functions || Amer. J. Math.-1958.-Vol.80.-P. 921-930.
3. Г.Худайберганов, А.М.Шаимкулов. Анализ в матричных областях. Монография. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2017. 297 с

DIFFERENTIAL GAME OF PURSUIT WITH L -CATCH UNDER GRONWALL-TYPE CONTROL CONSTRAINTS

G‘ulomov Saidakbar

Andijan state university

Ibrohimov Baxtiyor

Andijan state university

Statement of the problem

Let the motions of the two pursuers x_1, x_2 and the evader y in $\mathbb{R}^2$ be governed by the following differential equations:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= u_i, \quad x_i(0) = x_{i0}, \quad i = 1, 2 \\ \dot{y} &= v, \quad y(0) = y_0\end{aligned}\tag{1}$$

where $|x_{i0} - y_0| > l_i$, $x_i, y, x_{i0}, y_0 \in \mathbb{R}^2$, u_i and v stand for the control parameters of the i -th pursuer x_i , $i = 1, 2$, and the evader y , respectively.

Definition1. The measurable functions $u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t))$ and $v(t) = (v_1(t), v_2(t))$, defined for $t \geq 0$, must satisfy the constraints given below

$$\begin{aligned}|u_i(t)|^2 &\leq 1 + 2k \int_0^t |u_i(s)|^2 ds, \quad t \geq 0, \\ |v(t)|^2 &\leq 1 + 2k \int_0^t |v(s)|^2 ds, \quad t \geq 0,\end{aligned}$$

are called admissible controls of the pursuers ($x_i, i = 1, 2$) and evader (y), respectively, where k is the given positive number.

Definition2. Pursuit is said to be completed in the L -catch sense if there exists a strategy $u_i(t)$ for the pursuers such that, for any admissible control $v(\cdot)$ of the evader, the inequality $|y(t) - x_i(t)| \leq l_i$ ($i = 1, 2$) is satisfied for some $t \in [0, \theta]$.

Definition 3. (Guaranteed Pursuit Time, T). Pursuit is said to be completed at time $T > 0$, if there exist strategies of the pursuers $U(t; v(t))$, such that for any admissible control of the evader $v(t); 0 \leq \tau \leq T, |y(\tau) - x_i(\tau)| \leq l_i$ at some $\tau, 0 \leq \tau \leq T$. In the sequel, the number T is called guaranteed pursuit time.

Theorem. The number θ is the optimal pursuit time in game (1).

REFERENCES:

1. A. A. Azamov, On Pontryagin's second method in linear differential games of pursuit, Math. USSR-Sb., 46 (1983), 429–437. <https://doi.org/10.1070/SM1983v046n03ABEH002944>

2. G. Ibragimov, M. Ferrara, A. Kuchkarov, B. A. Pansera, Simple motion evasion differential game of many pursuers and evaders with integral constraints, Dyn. Games Appl., 8 (2018), 352–378. <https://doi.org/10.1007/s13235-017-0226-6>

3. G. Ibragimov, N. Satimov, A multiplayer pursuit differential game on a closed convex set with integral constraints, Abstr. Appl. Anal., 2012 (2012), 460171. <https://doi.org/10.1155/2012/460171>

DIFFERENSIAL O'YINLARDA YETISHISH NUQTALAR TO'PLAMINI GEOGEBRA DASTURIDAN FOYDALANIB QURISH

Jo'rayev Bahodirjon

PhD, Andijon davlat universiteti

Soliyeva Feruzaxon

Andijon davlat universiteti

Usmonov Avazxon

Andijon davlat universiteti

Differensial o'yinlar nazariyasi bu o'yinlar nazariyasining bir bo'limi bo'lib, unda qarama-qarshi tomonlarning harakatlari vaqtga bog'liq holatda davom etadi va ular differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi. Boshqacha qilib aytganda, differensial o'yinlar bu vaqt davomida harakatlanuvchi tizimlarda raqobatlashuvchi tomonlar o'rtasidagi strategik o'zaro ta'sirni o'rganadigan matematik modeldir. Differensial o'yinlar nazariyasining asosiy matematik quroli bu oddiy differensial tenglamalar nazariyasi hisoblanadi.

Differensial o'yinlar nazariyasi 1950-yillarda amerikalik olim R.Ayzeks tomonidan tizimli o'rganila boshlangan va 1965-yilga kelib, uning "Differensial o'yinlar" nomli monografiyasi chop etilgan. Bu monografiyada juda ko'plab differensial o'yin masalalari tadqiq qilingan bo'lib, keyingi izlanishlar uchun ham bir qator yangi masalalar taklif qilingan.

R.Ayzeks monografiyasida keltirilgan qiziqarli masalalardan biri "Qutulish chizig'i" differensial o'yin masalasini birinchi bo'lib L.A.Petrosyan tomonidan sodda harakatli differensial o'yin uchun parallel yaqinlashish usuli yordamida yechilgan. Keyinchalik esa A.A.Azamov tomonidan ko'p quvlovchi va bitta qochuvchiga ega sodda harakatli differensial o'yin uchun "Qutulish chizig'i" masalasining analitik yechimi, ko'p qiymatli akslantirishning tayanch funksiyasidan foydalanib keltirgan.

Sodda harakatli boshqaruvlari geometrik chegaralanishli differensial o'yinlarda quvish, qochish, o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami va

Qutilish chizig'i masalalarining analitik yechimlari keltirilgan [1]. Bu holda o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami fazoviy shardan iborat bo'lishini tasavvur qilish qiyin emas. Huddi shu kabi Gronuoll chegaralanishli sodda harakatli differensial o'yinlarda ham quvish, qochish va o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami analitik yechimini keltirish mumkin [2]. Bu holatda ham o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami shardan iborat bo'lib, buni tasavvur qilish qiyin emas. Lekin hmma vaqt differensial o'yinlarda o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami shardan iborat bo'lavermaydi.

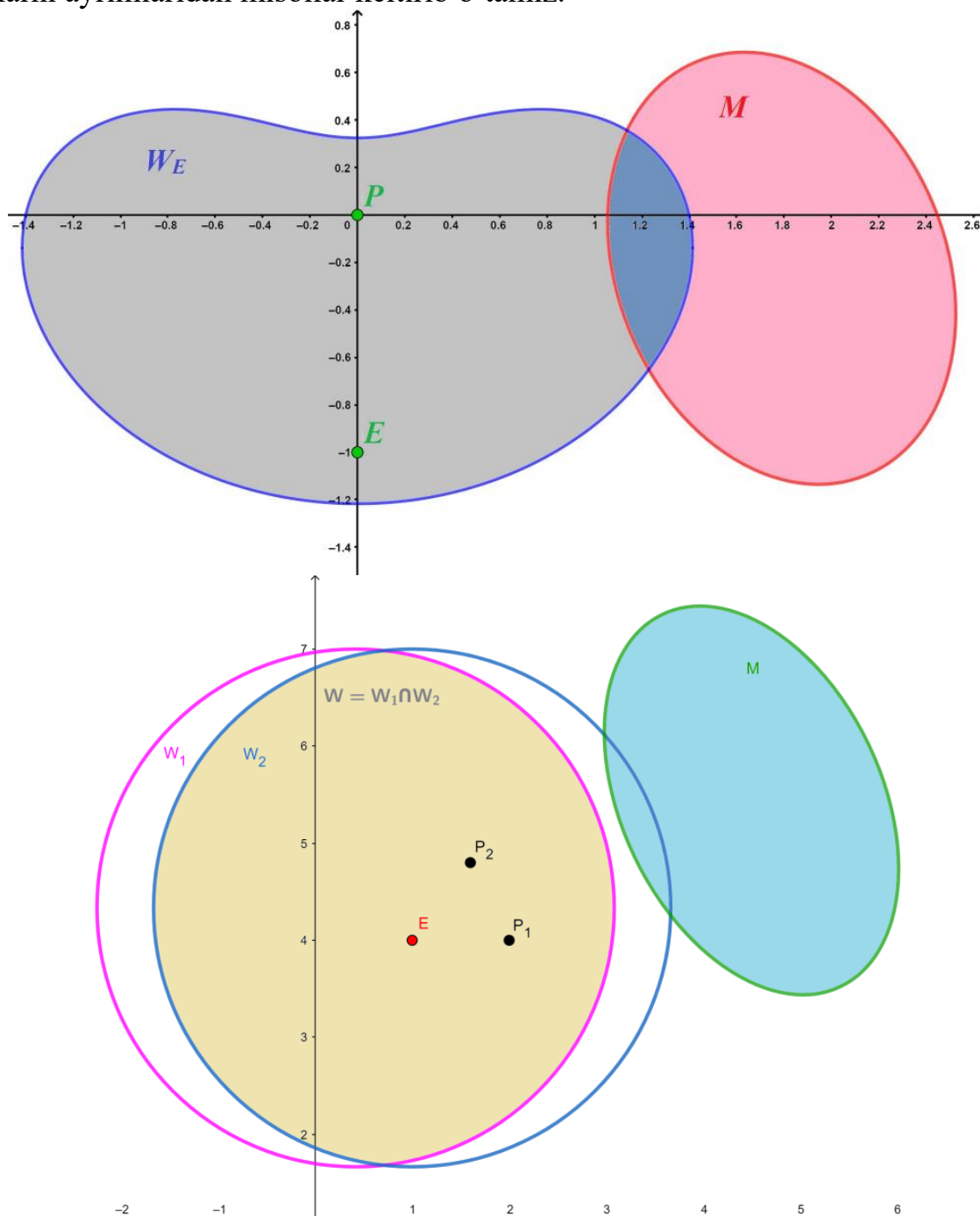
Masalan sodda harakatli integral chegaralanishli differensial o'yinlarni oladigan bo'lsak, o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami tasavvur qilish ma'lum miqdorda qiyinchilik tug'diradi. Shunga o'xshash bir qancha shakllarni yaxshi tasavvur qilish uchun Geogebra muhitida qarashimiz kerak bo'ladi.

Geogebra dasturi bu ochiq kodli, bepul ta'limiy dastur bo'lib, undan matematikani o'rganishda va o'rgatishda keng foydalaniladi. Dastur geometriya, algebra, murakkab funksiyalar, statistik va differensial hisoblash elementlarini birlashtirgan yagona interaktiv muhitni yaratadi. Uni maktabda boshlang'ich darajadagi matematikadan tortib oliy ta'limdagi murakkab matematik tushunchalar va modellashtirish ishlarigacha bo'lgan darajalarda samarali qo'llash mumkin. Dastur yordamida matematik tushunchalarni ko'rgazmali tarzda o'rgatish, o'quvchilarda abstrakt fikrlash qobiliyatini rivojlantirish, mustaqil o'rganishga yo'naltirish, ayrim murakkab fuksiyalarni tasavvur etish va transendent tenglamalarning yechimlari mavjudligini tekshirish qulay bo'ladi [3, 4].

Bu dastur ilmiy tadqiqot ishlarida ham ancha qulayliklar yaratadi. Xususan Dinamik sistemalar va differensial o'yinlar nazariyasida bu dasturdan foydalanib bir qancha murakkab ko'rinishdagi masalalarni geometrik talqini orqali soddagina tahlil qilish mumkin bo'ladi. Yuqorida ta'kidlab o'tkanimizdek boshqaruvlari integral chegaralanishli, integral-geometrik chegaralanishli va chiziqli chegaralanishli sodda differensial o'yinlarda, o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plamini hosil qilish va uni yaxshi tasavvur qilishda buni Geogebra muhitida qarashimiz kerak bo'ladi. Misol uchun sodda harakatli boshqaruvlari integral-geometrik chegaralanishli differensiyal o'yinda, o'yinchilarning yetishish nuqtalar to'plami Paskal chig'anog'i yoki Dekard Ovali bo'lib [2], bunday murakkab fazoviy shakllarni ma'lum dasturlardan foydalanmasdan tasavvur qilish anchagina qiyinchilik tug'diradi. Lekin shunga o'xshash bir qancha murakkab fazoviy shakllarni Geogebra muhitida foydalanib geometrik talqini orqali soddagina tahlil qilish mumkin bo'ladi.

Geogebra muhitining imkoniyatlaridan samarali foydalanib, dasturning buyruqlari orqali differensial o'yinlar modellarini vizual qurish ko'nikmalari shakllantirish mumkin bo'ladi. Natijada, differensial o'yinlar nazariyasining amaliy va geometrik jihatlari yanada chuqurroq o'rganildi.

Boshqa tomondan ham qaraydigan bo'lsak Geogebra muhitida bir nechta funsiyalarning bir vaqtda joylashish jihatlari, ko'p qiymatli akslantirishlar va ularning yig'indi to'plamlarini animatsion holda harakatlantirish natijasida ma'lum to'plamlarni soddagina hosil qilishimiz mumkin bo'ladi. Shu jihatlarni inobatga olgan holda Geogebra muhitida hosil qilingan murakkab fazoviy shakllarni ayrimlaridan misollar keltirib o'tamiz.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azamov A.A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint. *Serdica Math. J.*, 1986, vol. 12, no. 1, pp. 38–43.
2. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications. *The Fourth Internat. Conf. Game Theory and Management*, St. Petersburg, 2011, vol. 4, pp. 33–46
3. Geogebra rasmiy qo‘llanmasi: <https://wiki.geogebra.org>
4. Geogebra dasturi va uning imkoniyatlari. <https://www.geogebra.org>

TURLI CHEGARALANISHLI DIFFERENSIAL O‘YINLARDA
 Π -STRATEGIYA

Jo‘rayev Bahodirjon

PhD, Andijon davlat universiteti

Urayimxudjayeva Ravshanoy

Andijon davlat universiteti

$\mathbb{R}^n$ fazoda mos ravishda P quvlovchi va E qochuvchi deb nomlangan ikkita boshqariladigan o‘yinchilar berilgan bo‘lsin. Agar x vektorni quvlovchining holati va y vektorni esa qochuvchining holati deb olsak, u holda, ularning harakatlari quyidagi tenglamalar bo‘yicha hosil bo‘ladi:

$$P: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

bu yerda $x, y, x_0, y_0, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$; x_0 va y_0 o‘yinchilarning boshlang‘ich holatlari va bu vektorlar uchun $x_0 \neq y_0$ munosabat bajarilishi talab qilinadi; mexanik nuqtayi nazardan, u va v tezlik vektorlarini ifodalaydi va ular mos ravishda $u(\cdot): 0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ va $v(\cdot): 0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ o‘lchovli funksiyalar sifatida tanlanadigan o‘yinchilarning boshqaruv parametrlari hisoblanadi.

$u(\cdot) = (u(t), t \geq 0)$ o‘lchovli funksiyani quvlovchining *joiz boshqaruvi* deb aytamiz, agar u [1, 2]

$$\int_0^t |u(s)|^2 ds \leq t\rho^2, \quad t \geq 0,$$

tengsizlikni qanoatlantirsa, bu yerda ρ berilgan musbat son. Quvlovchining barcha $u(\cdot)$ joiz boshqaruvlari to‘plamini $\mathbb{U}$ orqali belgilaymiz.

$v(\cdot) = (v(t), t \geq 0)$ o‘lchovli funksiyani qochuvchining *joiz boshqaruvi* deb aytamiz, agar u [3]

$$\int_0^t |v(s)|^2 ds \leq \frac{\sigma_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \sigma_0^2, \quad t \geq 0$$

tengsizlikni qanoatlantirsa, bu yerda σ_0, σ_1, k berilgan musbat sonlar.

Qochuvchining barcha $v(\cdot)$ joiz boshqaruvlari to'plamini $\mathbb{V}$ orqali belgilaymiz.

$(x_0, u(\cdot))$ juftlik uchun, bu yerda $u(\cdot) \in \mathbb{U}(1)$ tenglamaning

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s) ds$$

yechimi barcha $t \geq 0$ uchun P quvlovchining *harakat trayektoriyasi* deyiladi.

$(y_0, v(\cdot))$ juftlik uchun, bu yerda $v(\cdot) \in \mathbb{V}(2)$ tenglamaning

$$y(t) = y_0 + \int_0^t v(s) ds$$

yechimi barcha $t \geq 0$ uchun E qochuvchining *harakat trayektoriyasi* deyiladi.

Bu yerda P quvlovchining maqsadi E qochuvchini tutish, ya'ni $x(t) = y(t)$ tenglikka erishish (quvish masalasi) va E qochuvchi esa P quvlovchi bilan uchrashishdan saqlanishga harakat qiladi (qochish masalasi), ya'ni barcha $t \geq 0$ uchun $x(t) \neq y(t)$ tengsizlikni saqlashga harakat qiladi va aksincha holatda esa iloji boricha uchrashish vaqtini kechiktirishga harakat qiladi.

Ta'rif. Agar $\rho > \sigma_1$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda ushbu funksiyaga [2, 3]

$$u(t, v) = v - \lambda(t, v) \xi_0$$

quvlovchining Π -strategiya deb ataymiz, bu yerda

$$\lambda(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle - \frac{\sigma_0^2}{2|z_0|} + \sqrt{\left(\langle v, \xi_0 \rangle - \frac{\sigma_0^2}{2|z_0|} \right)^2 + \rho^2 - \sigma_1^2 e^{-2kt}}, \xi_0 = z_0/|z_0|,$$

$\langle v, \xi_0 \rangle$ - $\mathbb{R}^n$ fazoda v va ξ_0 vektorlarning skalyar ko'paytmasi.

Lemma. $\rho > \sigma_1$ bo'lsin. U holda [3]

$$\sqrt{t \frac{\sigma_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + (\rho^2 - \sigma_1^2) t^2} - \sqrt{t \frac{\sigma_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \sigma_0^2 t} = |z_0|$$

tenglama $t \geq 0$ bo'yicha kamida bitta musbat ildizga ega.

1-lemmadagi tenglamaning eng kichik musbat ildizini quvish differensial o'yinida kafolatlangan tutish vaqti deb ataymiz va uni T bilan belgilaymiz.

Teorema. $\rho > \sigma_1$ bo'lsin. U holda, Π -strategiya $[0, T]$ vaqt oralig'ida tutishni amalga oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azamov A.A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint. *Serdica Math. J.*, 1986, vol. 12, no. 1, pp. 38–43.

2. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications. *The Fourth Internat. Conf. Game Theory and Management*, St. Petersburg, 2011,

vol. 4, pp. 33–46

3. Samatov B.T., Horilov M.A., Juraev B.I. Π –strategy for a differential game of pursuit with integral constraints of a generalized type // Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki. 2023. Vol. 33, Issue 2, pp. 293-311.

SODDA HAKAKATLI DIFFERENSIAL O'YINLARGA MISOLLAR

Jo'rayev Bahodirjon

Phd, Andijon davlat universiteti

Usmonov Avazxon

Andijon davlat universiteti

Soliyeva Feruzaxon

Andijon davlat universiteti

Differensial o'yinlar nazariyasida eng sodda masala sifatida boshqaruvlarga geometrik chegaralanish qo'yilgan holda, harakat tenglamalari inersiyasiz bo'lgan ikkita obyektidan (ikkita o'yinchidan) iborat differensial o'yin qaraladi [2].

Ularda birinchi obyekt quvlovchi deb atalib, qisqacha P deb belgilanadi. Ikkinchi obyekt esa qochuvchi deb atalib, E deb belgilanadi. P quvlovchi va E qochuvchilarning harakatlari R^n fazoda berilgan deb qaraymiz. Ularning R^n fazodagi harakati holatlarini mos ravishda x va y deb belgilasak, ularning harakat tenglamalari quydagicha berilgan bo'lsin.

$$P: \dot{x} = u, x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = v, y(0) = y_0 \quad (2)$$

bu yerda $x, y, u, v \in R^n$, $n \geq 2$ x_0 va y_0 esa P va E obyektlarning $t = 0$ paytdagi boshlang'ich holati. Faraz qilamiz $t = 0$ da $x_0 \neq y_0$ bo'lsin.

Mexanik nuqtayi nazardan bu yerda u , P ning boshqaruv parametri bo'lib, quvlovchining harakat tezligini ifodalaydi [1,2]. Biz u boshqaruv funksiya sifatida $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ akslantirishni bajaruvchi funksiya sifatida tanlaymiz. Bu funksiyaga quydagi geometrik chegaralarni qo'yamiz

$$|u(t)| \leq \alpha \quad (3)$$

$t \geq 0$, $\alpha \geq 0$. Barcha (3) chegaralanishni qanoatlantiruvchi $u(\cdot)$ o'lchovli funksiyalar sinfini U_G bilan belgilaymiz.

Huddi shu kabi v , E qochuvchining boshqaruv parametri bo'lib uni $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ akslantiruvchi bajaruvchi o'lchovli funksiya sifatida tanlaymiz va bu funksiyaga ham quyidagi geometrik chegaralanishni tadbiq qilamiz

$$|v(t)| \leq \beta \quad (4)$$

$t \geq 0, \beta \geq 0$. Barcha (4)-ni qanoatlantiruvchi $v(t)$ o'lchovli funksiyalar sinfini V_G bilan belgilaymiz.

Faraz qilamiz P biror $u(t) \in U_G$, E esa biror $v(t) \in V_G$ boshqaruv funksiya tanlansin. Bularni (1) va (2) tenglamalarga qo'ysak quyidagi Koshi masalasini hosil qilamiz

$$P: \dot{x} = u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (5)$$

$$E: \dot{y} = v(t), \quad y(0) = y_0 \quad (6)$$

(5) va (6) tenglamalarni integrallab quyidagilarni hosil qilamiz

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s) ds \quad (7)$$

$$y(t) = y_0 + \int_0^t v(s) ds \quad (8)$$

(7) va (8) ifodalarga mos ravishda P va E ning harakat trayektoriyalari deb ataladi.

Ta'rif. (1) – (4) differensial o'yinida $u = v - \lambda \zeta_0$ funksiyaga quvlovchining Π –strategiyasi deb ataladi [1,2], bu yerda

$$\lambda = \langle v, \zeta \rangle + \sqrt{\langle v, \zeta \rangle^2 + \alpha^2 - |v|^2}.$$

Teorema 1. Agar (1) – (4) tutish differensial o'yinida $\alpha > \beta$ shart bajarilsa u holda P quvlovchi Π strategiya yordamida t^* vaqtda E qochuvchini tutadi [2], bu yerda t^* kafolatlangan tutish vaqti, $t^* = |z_0|/(\alpha - \beta)$.

Misol.

$$x_0 = (-1, 1), y_0 = (1, 1) \quad |u(t)| \leq 2, |v(t)| \leq 1 \quad v = (1, 0), \quad \varphi = 180^\circ$$

Π –strategiyaga ko'ra quyidagini hosil qilamiz:

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} \zeta_{01} \\ \zeta_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\zeta_{01} = \frac{z_{01}}{|z_0|} = \frac{-2}{2} = -1, \quad \zeta_{02} = \frac{z_{02}}{|z_0|} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\lambda = \langle v, \zeta \rangle + \sqrt{\langle v, \zeta \rangle^2 + 4 - |v|^2} = |v| \cos \varphi + \sqrt{|v|^2 \cos^2 \varphi + 4 - |v|^2} = 1.$$

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(7) va (8) tengliklardan foydalanib harakat trayektoriyalarni hosil qilamiz,

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} -1 + 2t \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_{01} \\ y_{02} \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} 1+t \\ 1 \end{pmatrix}$$

Teoremadagi tutish vaqti foydalanib $t^* = \frac{|z_0|}{\alpha - \beta} = \frac{2}{2-1} = 2s$ topamiz.

Demak, $t = 2s$ da trayektoriyalar ustma-ust tushadi ya'ni,

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{pmatrix} -1+2t \\ 1 \end{pmatrix}, & x(2) &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1+t \\ 1 \end{pmatrix}, & y(2) &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Yuqoridagi sodda harakatli quvish differensial o'yinida quvlovchi va qochuvchining trayektoriyalari ustma-ust tushdi degani, quvlovchi $t = 2s$ vaqtda qochuvchini tutganini bildiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azamov A.A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint. *Serdica Math. J.*, 1986, vol. 12, no. 1, pp. 38–43.
2. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications. *The Fourth Internat. Conf. Game Theory and Management*, St. Petersburg, 2011, vol. 4, pp. 33–46

TO'G'RI TO'RTBURCHAK SOHADA TELEGRAF TENGLAMASI UCHUN NEYMAN MASALASI

Karimov Kamoliddin

F.-m.f.d., Farg'ona davlat universiteti

Kamoliddinova Sayyora

Farg'ona davlat universiteti

Ushbu ishda quyidagi

$$Lu \equiv u_{xx} - u_{yy} - b^2 u = 0, \quad (1)$$

telegraf tenglamasini [1] $D = \{(x, y): 0 < x < l, 0 < y < T\}$ sohada qaraymiz, bu xyerda T , l va b — o'zgarmas musbat sonlar.

(1) tenglama uchun D sohada Neyman masalasini tadqiq etamiz.

Neyman masalasi. D sohada quyidagi

$$u(x, y) \in C^1(\overline{D}) \cap C^2(D); \quad Lu = 0, \quad (x, y) \in D;$$

$$u_x(0, y) = u_x(l, y) = 0, \quad 0 < y < T;$$

$$u_y(x, 0) = \varphi(x), \quad u_y(x, T) = \psi(x), \quad 0 < x < l,$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, y)$ funksiyani topilsin, bu yerda $\varphi(x)$ va $\psi(x)$ —berilgan funksiyalar.

Furye usuli yordamida qo'yilgan masala

$$Y''(y) + \omega^2 Y(y) = 0, \omega^2 = \mu^2 + b^2$$

tenglama va quyidagi

$$X''(x) + \mu^2 X(x) = 0, X'(0) = 0, X'(l) = 0$$

xos qiymat haqidagi masala ajraladi, bu yerda μ – ajratish koeffitsientli.

Xos qiymat haqidagi masalaning xos qiymatlari va xos funksiyalari quyidagi ko'rinishda topiladi:

$$X_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{l}}, & \text{agar } \mu_0 = 0 \text{ bo'lsa,} \\ \sqrt{\frac{2}{l}} \cos \mu_n x, & \text{agar } \mu_n = \frac{\pi n}{l}, n = 1, 2, \dots \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (2)$$

Bu funksiyalar sistemasi ortonormallangan funksiyalar sistemasi bo'lib, [2] adabiyotning 125 sahifasida berilgan teorema asosan, uning $L_2(0, l)$ fazoda to'la sistema tashkil qilishini ko'rsatish mumkin.

Quyidagi teorema isbotlangan.

Teorema. Aytaylik $\phi(x)$ va $\psi(x)$ funksiyalar $C^4[0, l]$ sinfga tegishli bo'lib,

$$\phi(0) = \phi(l) = 0, \phi''(0) = \phi''(l) = 0,$$

$$\psi(0) = \psi(l) = 0, \psi''(0) = \psi''(l) = 0$$

shartlarni qanoatlantirsin hamda $|\delta_n(n)| > C_0 > 0$ tengsizlik bajarilsin.

Natijada

1) Agar $\delta(n) \neq 0, n = \overline{1, n_0}$ bo'lsa, u holda (1) tenglama uchun Neyman masalasining yagona yechimi mavjud va bu yechim

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(y) X_n(x)$$

qator orqali aniqlanadi.

2) Agar $\delta(n) = 0, n = n_1, n_2, \dots, n_m \leq n_0$ bo'lsa, u holda (1) tenglama uchun Neyman masalasi faqat $\phi_n \sin(\omega_p T) = \psi_p, p = n_1, n_2, \dots, n_m$ shart bajarilganda

yechimga ega bo'ladi. Bu yerda $\delta(n) = \sin(\pi n T \omega_n), \tilde{T} = T/l, \omega_n = \sqrt{1 + \left(\frac{bl}{\pi n}\right)^2},$

$u_n(y) = \frac{\phi_n \cos \omega_n T - \psi_n}{\omega_n \sin \omega_n T} \cos(\omega_n y) + \frac{\phi_n}{\omega_n} \sin(\omega_n y), \omega_n = \sqrt{\mu_n^2 + b^2}, X_n(x)$ - funksiyalar esa (2) tenglik orqali aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. A.Q. O'rinov. Telegraf tenglamasi uchun chegaraviy masalalar. Toshkent, "Universitet". 1996.

2. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М.: Изд. ИЛ. 1960. 301 -с.

BUZILADIGAN ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN NOLOKAL SHARTLI SPEKTRAL MASALA

Karimov Kamoliddin

F.-m.f.d., O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V.I. Romanovskiy
nomidagi Matematika instituti

Toshmatov Munosibjon

Andijon davlat universiteti

Nolokal masala. μ parametrning shunday qiymatlari topilsinki,

$$S''(\varphi) + 4\beta \operatorname{ctg} 2\varphi S'(\varphi) + \mu S(\varphi) = 0 \quad (1)$$

tenglamaning

$$S\left(\frac{\pi}{2}\right) = S(0), \quad \lim_{\varphi \rightarrow 0} (\sin^{2\beta} \varphi) S'(\varphi) = 0 \quad (2)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi trivial bo'lmagan yechimi topilsin, bu yerda $\beta \in (0, 1/2)$.

(1) tenglamaning umumiy yechimi [1] ishda topilgan bo'lib u quyidagi ko'rinishga ega:

$$S(\varphi) = c_1 F\left(\beta - \frac{\omega}{2}, \beta + \frac{\omega}{2}; \beta + \frac{1}{2}; \sin^2 \varphi\right) + \\ + c_2 (\sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}-\beta} F\left(\frac{1-\omega}{2}, \frac{1+\omega}{2}; \frac{3}{2} - \beta; \sin^2 \varphi\right), \quad (3)$$

bu yerda c_1 va c_2 ixtiyoriy o'zgarmas son, $F(\dots)$ - Gaussning gipergeometrik funksiyasi [2], $\omega = \sqrt{\mu + 4\beta^2}$.

(3) funksiyani (2) shartning birinchisiga bo'ysundiramiz va ma'lum bo'lgan [2]

$$F(a, b; c; 1) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)}, \quad c-a-b > 0$$

formulani e'tiborga olib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$c_1 = c_1 \frac{\Gamma(\beta + \frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2}-\beta)}{\Gamma(\frac{1+\omega}{2})\Gamma(\frac{1-\omega}{2})} + c_2 \frac{\Gamma(\frac{3}{2}-\beta)\Gamma(\frac{1}{2}-\beta)}{\Gamma(1-\beta + \frac{\omega}{2})\Gamma(1-\beta - \frac{\omega}{2})}. \quad (4)$$

Endi (3) funksiyaning hosilasini hisoblaymiz:

$$S'(\varphi) = -c_1 \frac{\mu}{2\beta + 1} \sin \varphi \cos \varphi F\left(1 + \beta - \frac{\omega}{2}, 1 + \beta + \frac{\omega}{2}; \beta + \frac{3}{2}; \sin^2 \varphi\right) + \\ + c_2 (1 - 2\beta) (\sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}-\beta} F\left(\frac{1-\omega}{2}, \frac{1+\omega}{2}; \frac{1}{2} - \beta; \sin^2 \varphi\right)$$

yoki $F(a, b; c; x) = (1-x)^{c-a-b} F(c-a, c-b; c; x)$ avtotransformatsiya formulasini [2] qo'llab, oxirgi ifodani

$$S'(\varphi) = -c_1 \frac{\mu}{2\beta + 1} \sin \varphi \cos^{-2\beta} \varphi F\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}; \beta + \frac{3}{2}; \sin^2 \varphi\right) + \\ + c_2(1-2\beta) \sin^{-2\beta} \varphi \cos^{-2\beta} \varphi F\left(\frac{\omega}{2} - \beta, -\frac{\omega}{2} - \beta; \frac{1}{2} - \beta; \sin^2 \varphi\right) \quad (5)$$

ko'rinishida yozishimiz mumkin bo'ladi.

(5) ni (2) shartning ikkinchisiga bo'ysundirib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$c_2 = 0. \quad (6)$$

Natijada bizda c_1 va c_2 ga nisbatan $\{(4),(6)\}$ tenglamalar sistemasi hosil bo'ldi. Bu sistemani yechishda quyidagi

$$\Gamma(a)\Gamma(1-a) = \frac{\pi}{\sin a\pi}$$

ma'lum formuladan [2] foydalanganimizda

$$\sin \frac{(\beta + \frac{\omega}{2})\pi}{2} = 0$$

trigonometrik tenglama paydo bo'ladi.

Bu trigonometrik tenglamani yechib, $\omega = \omega_n = 2(2n - \beta), n \in N$ ni hosil qilamiz so'ngra $\omega = \sqrt{\mu + 4\beta^2}$ formuladan foydalanib, qo'yilgan nolokal masalaning xos qiymatlarini

$$\mu_n = \omega_n^2 - 4\beta^2 = 16n^2 - 16\beta n, n \in N$$

ko'rinishida yozib olamiz. ω_n ning ko'rinishini inobatga olib, μ_n xos qiymatlarga mos xos funksiyalarni quyidagi ko'rinishda hosil qilamiz:

$$S_n(\varphi) = c_1 F\left(2\beta - 2n, 2n; \beta + \frac{1}{2}; \sin^2 \varphi\right).$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Салахитдинов М.С., Уринов А.К. К спектральной теории уравнений смешанного типа. –Ташкент: Mumtoz So'z. –2010. -355 с.

2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрические функции. Функции Лежандра. -М.: Наука. -1973. -296 с.

UCHINCHI TARTIBLI GIPERBOLIK BIR OPERATORNING FUNDAMENTAL YECHIMI TOPISH MASALASI

Karimov Shahobiddin

F.-m.f.d., Farg'ona davlat universiteti

Abdumo'minova Shaxlo

Farg'ona davlat universiteti

Ma'lumki [1, 2], giperbolik tenglamalarga quyilgan teskari koeffisientli masalalarni yechish uchun to'g'ri masala yechimidan foydalaniladi. Mazkur

maqolada uchinchi tartibli giperbolik tenglamalarga qo'yilgan to'g'ri Koshi masalasini echish uchun berilgan tenglamaga mos $L_1 = \left(\frac{\partial}{\partial t} + I \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)$ operatorni fundamental yechimini topish va u yordamida o'ramalardan foydalib Koshi masalasini yechini oshkor ko'rinishda topish o'rgatilgan.

Birinchi qiladigan ishimiz $L_1 = \left(\frac{\partial}{\partial t} + I \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)$ operatorning fundamental yechimi topishdan iborat.

Ta'rif. $\varepsilon(x, t)$ umumlashgan funksiya L_1 operator uchun Koshi masalasining fundamental yechimi deyiladi, agar u quyidagi tenglamani qanoatlantirsa:

$$L_1 \varepsilon(x, t) = \delta(x, t), (x, t) \in R^2, \varepsilon|_{t=0} \equiv 0 \quad (1)$$

Teorema 2. L_1 operator uchun Koshi masalasini fundamental yechimi quyidagicha ko'rinishga ega:

$$\varepsilon(x, t) = 2\pi e^{-t} \delta(x) \theta(t) - \frac{1}{2} e^t \frac{\partial}{\partial t} \left[e^{-t} \theta(t - |x|) \right] \quad (2)$$

Isbot. (1) tenglamaga Fure F_x almashtirishini qo'llasak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\left(\frac{d}{dt} + I \right) \left(\frac{d^2}{dt^2} + \xi^2 \right) + \tilde{\varepsilon}(\xi, t) = 1(\xi) \delta(t)$$

Operatorning fundamental yechimidan foydalanib,

$$\left(\frac{d}{dt} + I \right) \left(\frac{d^2}{dt^2} + \xi^2 \right)$$

quyidagini hosil qilamiz:

$$\tilde{\varepsilon}(\xi, t) = \theta(t) \left[e^{-t} + \frac{\sin \xi t}{\xi} - \cos \xi t \right]$$

Bu yerdan, Fure teskari almashtirishini qo'llab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\varepsilon(x, t) = 2\pi e^{-t} \theta(t) + \frac{1}{2} \theta(t - |x|) - \frac{\theta(t)}{2} (\delta(t + x) + \delta(t - x)).$$

chunki

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \theta(t - |x|) = \frac{1}{2} \theta(t) (\delta(t + x) + \delta(t - x))$$

u holda oxirgi tenglamadan (2) kelib chiqadi. Shunday qilib, 2 teorema isbotlandi.

2. Endi L_1 operator bilan bog'liq Koshining keyingi masalasini ko'rib chiqamiz.

Bizdan $Q \equiv \{(x, t) | x \in \mathbb{R}; t > 0\}$ tenglamani qanoatlantiruvchi, $u(x, t)$ funksiyasini topish talab qilinayapti:

$$L_1 u = \left(\frac{\partial}{\partial t} + I \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u(x, t) = f(x, t), (x, t) \in Q_T \quad (3)$$

bu tenglama $\partial Q \equiv \{(x, t) | x \in \mathbb{R}; t = 0\}$ soha chegarasida u_t, u_{tt} hosilalari bilan birga davom etuvchi qiymatlarni qabul qiladi, quyidagi shartlarga qanoatlantiradi:

$$u(x, 0) = u_0(x), u_t(x, 0) = u_1(x), u_{tt}(x, 0) = u_2(x), x \in \mathbb{R}$$

Faraz qilamizki $f(x, t) \in D'(\Omega)$, $u_i(x) \in D'(\mathbb{R})$, $i = 0, 1, 2$ bo'lsin.

Endi (2) va (3) masalalarini umumlashtirilgan funksiyalar nuqtai nazaridan ifodalangan umumiy Koshining masalasi bilan almashtiramiz.

Bu quyidagicha ifodalanadi: umumlashtirilgan $u(x, t) \in D'$ funksiyani topish talab qilinadi, u quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$L_1 u = f(x, t)\theta(t) + \delta(t)[u_2(x) + u_1(x) - u_0''(x)] + \delta'(t)[u_1(x) + u_0(x)] + \delta''(t)u_0(x) \quad (5)$$

$$u|_{t < 0} \equiv 0. \quad (6)$$

(3), (4) masalalar va (5), (6) bog'liqligi quyidagi lemmada keltirilgan.

Lemma 2. Agar (2), (3) masalalarining yechimi $u(x, t)$ bo'lsa, u holda

$$\tilde{u}(x, t) = \theta(t)u(x, t) \quad (7)$$

tenglama (5), (6) masalalarining yechimi bo'ladi.

Isbot. (6) tenglamasi va Dirakning δ -funksiyasi xossalariidan foydalanamiz:

$$u_t = \theta(t)u_t(x, t) + u_0(x)\delta(t),$$

$$u_{tt} = \theta(t)u_{tt}(x, t) + u_1(x)\delta(t) + u_0(x)\delta'(t),$$

$$u_{ttt} = \theta(t)u_{ttt}(x, t) + u_2(x)\delta(t) + u_1(x)\delta'(t) + u_0(x)\delta''(t),$$

$$u_{xx} = \theta(t)u_{xx}(x, t), u_{xt} = \theta(t)u_{xt}(x, t) + u_0'(x)\delta(t).$$

Shundan,

$$L_1 u = f(x, t)\theta(t) + \delta(t)[u_2(x) + u_1(x) - u_0''(x)] + \delta'(t)[u_1(x) + u_0(x)] + \delta''(t)u_0(x).$$

(6) tenglama (7) tenglamaning bevosita natijasidir. Shunday qilib, Lemma 2 isbotlandi.

Teorema 2. (3), (4) Koshining masalasi quyidagi ko‘rinishda ifodalanishi mumki

$$u(x, t) = \iint_{R^2} \varepsilon(x - \xi, t - \tau) \theta(\tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \int_R \varepsilon(x - \xi, t) [u_2(\xi) + u_1(\xi) - u_0''(\xi)] d\xi + \frac{\partial}{\partial t} \int_R \varepsilon(x - \xi, t) [u_1(\xi) + u_0(\xi)] d\xi + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_R \varepsilon(x - \xi, t) u_0(\xi) d\xi \quad (8)$$

Isbot. Koshining (5), (6) masalasining yechimini o‘rama ko‘rinishida ifodalab, quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon(x, t) * \left\{ f(x, t) \theta(t) + \delta(t) [u_2(x) + u_1(x) - u_0''(x)] + \right. \\ &\quad \left. + \delta'(t) [u_1(x) + u_0(x)] + \delta''(t) u_0(x) \right\} = \\ &= \iint_{K^2} \varepsilon(x - \xi, t - \tau) \theta(\tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \\ &\quad + \int_R \delta(\tau) \varepsilon(x - \xi, t - \tau) (u_2(\xi) + u_1(\xi) - u_0''(\xi)) d\xi + \\ &\quad + \int_R \delta'(\tau) \varepsilon(x - \xi, t - \tau) (u_1(\xi) + u_0(\xi)) d\xi + \\ &\quad + \int_R \delta''(\tau) \varepsilon(x - \xi, t - \tau) u_0(\xi) d\xi = \\ &= \iint_{R^2} \varepsilon(x - \xi, t - \tau) \theta(\tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \int_R \varepsilon(x - \xi, t) (u_2(\xi) + u_1(\xi) - u_0''(\xi)) d\xi + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial t} \int_R \varepsilon(x - \xi, t) (u_1(\xi) + u_0(\xi)) d\xi + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_R \varepsilon(x - \xi, t) u_0(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

(7) formuladan kelib chiqadi, ya'ni agar $u(x, t) = u(x, t), t > 0$ bo'lsa u xolda yuqoridagi ko‘rinishdan $u(x, t)$ uchun (8) tenglama kelib chiqadi. Teorema 2 isbotlandi.

Teorema 3. Koshi masalasining umumlashgan yechimi uchun (3), (4) formula bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \frac{1}{2} \int_{x-\tau}^{x+\tau} e^{-(t-s-x)} [u_1(s) + u_0(s)] ds + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-(t-\tau)} \int_{x-\tau}^{x+\tau} [u_1(\xi) + u_2(\xi)] d\xi d\tau + \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^\tau \int_{x-(\tau-s)}^{x+(\tau-s)} f(\xi, s) ds d\xi d\tau + u_0(x) e^{-t} \end{aligned} \quad (9)$$

Isbot. (9) formulaga ega bo‘lish uchun (8) ko‘rinish va operatorning fundamental yechimidan foydalanamiz: $\left(\frac{\partial}{\partial t} + I \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right).$

Yuzaki potentsiallarni kiritamiz:

$$V^{(0)} = \varepsilon(x, t) * \{ [u_2(x) + u_1(x) - u_0(x)] \times \delta(t) \},$$

$$V^{(1)} = \varepsilon(x, t) * \{ [u_1(x) + u_0(x)] \times \delta(t) \},$$

$$V^{(2)} = \varepsilon(x, t) * \{ u_0(x) \times \delta''(t) \},$$

$$V^{(3)} = \varepsilon(x, t) * \{ f(x, t) \theta(t) \}$$

bu yerda $*$ -o'rama, $\times$ -esa umumlashgan funksiyalarning to'g'ri ko'paytmasini bildiradi, $u_i, i = 0, 1, 2$ -umumlashgan funksiyalar bo'lib $D'(R^2)$ to'plamiga tegishli. Shunda (3), (4) masalalarining yechimi quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin:

$$u = V^{(0)} + V^{(1)} + V^{(2)} + V^{(3)}.$$

$V^{(0)}, V^{(1)}$ va $V^{(2)}, V^{(3)}$ lar uchun o'ramani hisoblab (9) formulaga kelamiz, (9) formuladan umumlashgan $u(x, t)$ funksiya (4) boshlang'ich shartlarni qanoatlantiradi, $t \rightarrow +0$ da $D'(R^2)$ fazoda yaqinlashish ma'nosida bo'ladi.

Teorema 4. Agar $u_0(x) \in C^{(4)}(R), u_1(x) \in C^{(3)}(R),$

$u_2(x) \in C^{(2)}(R), f(x, t) \in C^{(1)}(R \times [0, T])$ bo'lsa, unda (3), (4) masalasining klassik yechimi mavjud, yagona va quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \int_{x-t}^{x+t} e^{-(t-s-x)} [u_1(s) + u_0(s)] ds + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-(t-\tau)} \int_{x-\tau}^{x+\tau} [u_1(\xi) + u_2(\xi)] d\xi d\tau +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^\tau \int_{x-(\tau-s)}^{x+(\tau-s)} f(\xi, s) ds d\xi d\tau + u_0(x) e^{-t} \quad (10)$$

Bundan tashqari, bu yechim $u_i, i = 0, 1, 2$ boshlang'ich ma'lumotlarga uzluksiz va ularning $(x, t) \in (R \times [0, T])$ dan ikkinchi tartibgacha bo'lgan hosilalariga ham bog'liq. Shunday qilib, (3), (4) lar uchun Koshi masalasi korrekt qo'yilgan, bunda $C^{(3)}(Q)$ va $C^{(1)}(\bar{Q})$ klassik masalaning korrekt sinfi, $D'(R^2)$ umumlashgan Koshi masalasining korrekt sinfi hisoblanadi.

Isbot. 2, 3 teoremlar va lemma 1 dan kelib chiqadi.

Izoh. (10) formula Dalember formulasiga o'xshashdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1974. — 472 с.
2. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1981. — 512 с.

**PARABOLIK TENGLAMALAR UCHUN TESKARI
MASALALARNI TUZISH VA ULARNI GIPERBOLIK
TENGLAMALAR UCHUN MOS KELADIGAN TESKARI MASALALAR
BILAN BOG'LASH**

Karimov Shahobiddin

F.-m.f.d., FarDU

Jahongirova Jayrona

FarDU

Parabolik tenglamalar uchun teskari va nokorrekt qo'yilgan masalalar teskari masalalarning eng murakkab va amaliy jihatdan muhim sinflaridan biridir [1].

Parabolik tenglamalar uchun chiziqli teskari va nokorrekt qo'yilgan masalalar quyidagi asosiy guruhlariga bo'linadi:

1) teskari vaqt bilan bog'liq masalalar yoki xuddi shu narsa, vaqtning ma'lum bir nuqtasida o'lchovlarning dastlabki holatini tiklash masalalari (retrospektiv teskari masalalar);

2) ushbu hudud (yoki uning qismi) chegarasidan o'rganilayotgan hududga yechimni davom ettirish masalalari (davom etish masalalari);

3) chegaraning yetib bo'lmaydigan qismida yechimni tiklashning chegaraviy teskari masalalari;

4) manbani qayta qurish masalalari, ya'ni parabolik tenglamaning o'ng tomonini aniqlash;

5) ichki teskari masalalar, ya'ni o'rganilayotgan mintaqaning ichki nuqtalarida uning qiymatlaridan yechimni qayta qurish masalalari.

Albatta, ushbu tasnifni sanab o'tilgan guruhlarining har birini sinflarga bo'lish orqali batafsilroq qilish mumkin, ammo biz faqat eng oddiy misollarga e'tibor qaratamiz. Teskari issiqlik o'tkazuvchanligi masalalarini hal qilish uchun nazariyaning tasnifi va qo'llanilishi va raqamli usullari haqida batafsil ma'lumot [2] da keltirilgan.

E'tibor bering, chegaraviy teskari masalalar, manbalarni davom ettirish va tiklash masalalari o'zaro bog'liqdir. Masalan, o'tib bo'lmaydigan chegaragacha davom etish masalasini hal qilib, biz chegaraviy teskari masalani yechishga kelamiz. Va yechimni manba yo'nalishi bo'yicha davom ettirib, biz uning joylashuvi, shakli va intensivligi haqida ko'proq ma'lumotga ega bo'lamiz.

Yuqoridagi tasnifdan misol sifatida foydalanib, giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun teskari masalalarni yechishdagi farqni ko'rsatishimiz mumkin. Davom ettirish masalasining ikki o'zgaruvchisi (x, t) bo'lsa, giperbolik

tenglama uchun chegaraviy teskari masala va teskari vaqt masalasi $u_{tt} = u_{xx}$

korrekt, parabolik tenglama uchun esa bu masalalarning barchasi sezilarli darajada nokorrekt. Ko'p o'lchovli holatda, L operator

$$L(y)u = \sum_{i,j=1}^n D_j(a_{ij}(y)D_j u) - c(y)u, \quad D_j u = \frac{\partial u}{\partial y_j}, \quad i = \overline{1, n}. \quad \text{formula bilan}$$

aniqlangan giperbolik tenglama uchun teskari vaqt masalasi $u_{tt} = Lu$ korrekt;

Bundan tashqari, u almashtirish orqali aynan bir xil masalani kamaytiradi $t = -t'$.

Davom etish masalasining nokorrekt qo'yilganligi [3]. Davom ettirish masalasini yechimini parabolik tenglamada ko'rib chiqaylik

$$u_t = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$x = 0$ chegaradagi o'lchamlar bo'ylab $x > 0$ yarim fazoda:

$$u(0, t) = f(t), \quad (2)$$

$$u_x(0, t) = g(t), \quad (3)$$

Bu masala nokorrekt. Haqiqatan ham, keling $f_n(t) = 2n^{-1} \sin(2n^2 t), g(t) \equiv 0$ ni qo'yamiz. Keyin funksiya

$$u_n(x, t) = n^{-1} \left[e^{nx} \sin(2n^2 t + nx) + e^{-nx} \sin(2n^2 t - nx) \right]$$

(2), (3) shartlarni qondiruvchi (1) tenglamaning yechimi bo'lishi aniq.

Lekin $n \rightarrow \infty$ bo'lganda f_n nolga intiladi, shu bilan bir paytda $u_n(x, t)$ har qanday $x > 0$ uchun o'sib boradi, bu (1)-(3) masalalarning turg'unmasligini bildiradi.

Taqqoslash uchun giperbolik tenglama uchun analog davomiy masalani ko'rib chiqamiz

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t \in \mathbb{R} \\ u(0, t) = f(t), \quad u_x(0, t) = g(t).$$

Bu masalani aniq hal qilish mumkin

$$u(x, t) = \frac{1}{2} [f(t+x) + f(t-x)] + \frac{1}{2} \int_{t-x}^{t+x} g(\tau) d\tau,$$

va aniq korrekt bo'ladi, agar har qanday cheklangan mintaqada ko'rib chiqilsa, $\Delta(T) = \{x \in (0, T), t \in (-T+x, T-x)\}$.

Giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun teskari masalalar o'rtasidagi bog'liqlik. Parabolik va elliptik tenglamalar uchun teskari masalalarni o'rganishda giperbolik tenglamalar uchun ekvivalent teskari masalalarga o'tish mumkin. S silliq chegarasi bo'lgan bog'langan chegaralangan sohadagi $D \subset \mathbb{R}^n$ parabolik tenglama uchun aralash masalani ko'rib chiqaylik.

$$u_t = Lu + f(x, t), \quad u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_S = \psi(x, t). \quad (4)$$

Bu yerda n - konormal' k S ; L - faqat fazoviy o'zgaruvchiga $x = (x_1, \dots, x_n)$ bog'liq bo'lgan uzluksiz koeffitsient bilan bir xil elliptik operator:

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x) u_{x_i} + c(x) u,$$

$$\mu \sum_{i=1}^n v_i^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) v_i v_j \leq \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^n v_i^2 \text{ har qanday } v_i \in \mathbb{R}, 0 < \mu < \infty. \text{ uchun}$$

(4) masalaga giperbolik tenglama uchun masalani solishtiramiz

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{tt} &= L\tilde{u} + \tilde{f}(x, t), \\ \tilde{u}|_{t=0} &= \varphi(x), \quad \tilde{u}_t|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} \right|_S = \tilde{\psi}(x, t), \end{aligned} \quad (5)$$

Faraz qilaylik, funksiyalar $\tilde{f}, \tilde{\psi}$ yetarlicha silliq, $t \rightarrow \infty$ da $Ce^{\alpha t}$ dan ko'ra tez o'smaydi va f, ψ funktsiyalar bilan bog'liq.

$$f(x, t) = \int_0^\infty \tilde{f}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau, \quad \psi(x, t) = \int_0^\infty \tilde{\psi}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau, \quad (6)$$

bu yerda

$$G(t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\tau^2/(4t)}.$$

Ko'rsataylikki, agar $\tilde{u}$ - (5) masala yechimi bo'lsa va (6) munosabatlarni qanoatlantirsa, u holda funksiya

$$u(x, t) = \int_0^\infty \tilde{u}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau \quad (7)$$

(4) masalaning yechimi.

Haqiqatdan ham, chunki $t > 0$, da $G_t = G_{\tau\tau}$ unda

$$\begin{aligned}
u_t &= \int_0^\infty \tilde{u}(x, \tau) G_t(t, \tau) d\tau = \int_0^\infty \tilde{u}(x, \tau) G_{\tau\tau}(t, \tau) d\tau \\
&= \tilde{u} G_\tau \Big|_0^\infty - \int_0^\infty \tilde{u}_\tau(x, \tau) G_\tau(t, \tau) d\tau \\
&= \tilde{u} G_\tau \Big|_0^\infty - \tilde{u}_\tau G \Big|_0^\infty + \int_0^\infty \tilde{u}_{\tau\tau}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau \\
&= \int_0^\infty G(t, \tau) \tilde{u}_{\tau\tau}(x, \tau) d\tau \\
&= \int_0^\infty G(t, \tau) [L \tilde{u}(x, \tau) + \tilde{f}(x, t)] d\tau = \int_0^\infty G(t, \tau) L \tilde{u}(x, \tau) + f(x, t) d\tau, \\
Lu &= \int_0^\infty G(t, \tau) L \tilde{u}(x, \tau) d\tau
\end{aligned}$$

Shuning uchun $t > 0$ da

$$u_t - Lu - f = \int_0^\infty (\tilde{u}_{\tau\tau} - L \tilde{u} - \tilde{f}) G(t, \tau) d\tau = 0$$

Boshqa tomondan,

$$\begin{aligned}
u|_{t=0} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^\infty u(x, \tau) G(t, \tau) d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tilde{u}(x, 2\sqrt{t\tau}) e^{-\tau} d\tau = \tilde{u}(x, 0) = \varphi(x) \\
\frac{du}{dn} \Big|_S &= \int_0^\infty \frac{d\tilde{u}}{dn} \Big|_S G(t, \tau) d\tau = \int_0^\infty \tilde{\psi}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau = \psi(x, t).
\end{aligned}$$

Shunday qilib, (7) formula (4) masalaning yechimini (5) masalaning yechimi orqali topish imkonini beradi, agar bu masalalarning ma'lumotlari (6) formulalar bilan bog'langan bo'lsa. Ma'lumki, (4) masalaning yechimi S yuza va L operator haqidagi umumiy taxminlar ostida yagonadir va $\tilde{u}$ (7) formula bilan bog'liqdir. E'tibor bering, (7) tenglik har bir qo'zg'almas x uchun teskari bo'ladi, chunki u $p = 1/(4t)$ transformatsiya parametri bilan Laplas konvertatsiyasi ko'rinishida ifodalanishi mumkin:

$$u\left(x, \frac{1}{4\rho}\right) = \sqrt{\frac{\rho}{\pi}} \int_0^\infty e^{-z\rho} \tilde{u}(x, \sqrt{z}) \frac{dz}{\sqrt{z}}. \quad (8)$$

Shuning uchun (7) formula (4) va (5) masalalar yechimlari o'rtasida bir-biriga muvofiqlikni o'rnatadi.

Endi faraz qilaylik parabolik tenglama $u_t = Lu + f(x, t)$ uchun $f(x, t)$ yoki L operatorining koeffitsientlarini aniqlashning teskari masalasini (4) dagi masalani S chegaradagi yechimi haqidagi qo'shimcha ma'lumotlardan ko'rib chiqamiz.

$$u|_S = g(x, t), \quad t \geq 0. \quad (9)$$

$g(x, t)$ funksiyalarni $\tilde{g}(x, t)$, $x \in S$ mos funktsiyaga qo'yamiz, quyidagi tenglamadan yagonalini aniqlaymiz

$$g(x, t) = \int_0^{\infty} \tilde{g}(x, \tau) G(t, \tau) d\tau, \quad x \in S, t \geq 0. \quad (10)$$

va quyidagi tenglikka qo'yamiz

$$\tilde{u}|_S = \tilde{g}(x, t), \quad t \geq 0. \quad (11)$$

va teskari masalalarni (5), (11) ko'rib chiqamiz.

L operatorining koeffitsientlari to'g'risida umumiy taxminlar ostida (5) masalaning yechimi taxminni qanoatlantiradi.

$$|\tilde{u}(x, t)| \leq C e^{\alpha t}, \quad x \in S.$$

Formula (7) va uning ekvivalent formulasi (8) $u(x, t)$ funksiya $t > 0$ da t argumentining analitik funksiyasi ekanligini ko'rsatadi. Shuning uchun (9) formuladagi $g(x, t)$ funksiyaning $t = 0$ nuqtasining ixtiyoriy kichik atrofida, misol uchun $0 \leq t < \delta$, $\delta > 0$ intervalda berish kifoya.

Shunday qilib, parabolik tenglamalar uchun chiziqli teskari masalalarni yechish uchun ko'plab yagonalik teoremlarini giperbolik teskari masalalar uchun tegishli teoremlardan olish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. С.И. Кабанихин. "Обратные и некорректные задачи". Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. — 457 с.
2. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П. "Некорректные задачи математической физики и анализа". Новосибирск: Наука Сиб. отд-ние, 1980.
3. Кабанихин С. И., Бектемесов М. А., Нурсеитова А. Т. Итерационные методы решения обратных задач и некорректных задач с данными на части границы. Алматы-Новосибирск: ОФ "Международный фонд обратных задач", 2006.

PARABOLIK TENGLAMALAR KOEFFISIENTLARINI ANIQLASHNING GRADIENTLAR USULI

Karimov Shahobiddin

F.-m.f.d., FarDU

Yo'ldoshaliyeva Xonzoda

FarDU

Ushbu maqolada biz parabolik tenglamalar koeffitsientlarini aniqlashning gradient usullarini ko'rib chiqamiz.

Shunga o'xshash usullar [1, 2] da keltirilgan. Variatsion yondashuvning modifikatsiyasi [3, 4] - ishlarda qo'llaniladi, bu yerda qo'shma tenglamalar yordamida tenglama koeffitsientining o'zgarishini qo'shimcha ma'lumot sifatida

qaraladigan funksiyalarning o'zgarishi bilan bog'laydigan integral tenglama tuziladi.

$D = (0,1) \times (0,T)$ sohadagi

$$u_t - (k(x)u_x)_x + q(x)u = 0, \quad (x,t) \in D, \quad (1)$$

$$k(0)u_x(0,t) = \alpha_1(t), \quad t \in (0,T), \quad (2)$$

$$k(1)u_x(1,t) = \alpha_2(t), \quad t \in (0,T), \quad (3)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in (0,1). \quad (4)$$

ushbu to'g'ri masalanini ko'rib chiqamiz.

Faraz qilaylik, (1)–(4) to'g'ri masalani yechish haqida quyidagi qo'shimcha ma'lumot berilgan.

$$u(0,t) = f_1(t), \quad t \in (0,T), \quad (5)$$

$$u(1,t) = 0, \quad t \in (0,T), \quad (6)$$

$$u(1,t) = 0, \quad t \in (0,T), \quad J(k,q) = \int_0^T (u(0,t;k,q) - f_1(t))^2 dt, \quad (7)$$

bu yerda $u(x,t;k,q)$ - (1)–(4) to'g'ri masalanining yechimi.

Funksional (7) $J' = (\nabla_k J(k,q), \nabla_q J(k,q))$ gradientini uning komponentlari formulalar yordamida vektor funksiya bilan yaqinlashtirish mumkinligini ko'rsatamiz,

$$\nabla_k J(k,q)(x) \cong - \int_0^T u_x(x,t) \psi_x(x,t) dt, \quad (8)$$

$$\nabla_q J(k,q)(x) \cong - \int_0^T u(x,t) \psi(x,t) dt, \quad (9)$$

(1)–(4) to'g'ri masalaning yechimi $u(x,t)$, qo'shma masala yechimi $\psi(x,t)$

$$\psi_t + (k(x)\psi_x)_x - q(x)\psi = 0, \quad (x,t) \in D, \quad (10)$$

$$k(0)\psi_x(0,t) = 2(u(0,t) - f_1(t)), \quad t \in (0,T), \quad (11)$$

$$k(1)\psi_x(1,t) = 0, \quad t \in (0,T), \quad (12)$$

$$\psi(x,T) = 0, \quad x \in (0,1). \quad (13)$$

$q(x)$ avval ma'lum deb hisoblansin. (8) formulani isbotlaymiz. Keling, farqni ko'rib chiqaylik

$$J(k + \delta k, q) - J(k, q) = \int_0^T \delta u(0,t;k,q) 2[u(0,t;k,q) - f_1(t)] dt$$

Bu yerda $\delta u(x,t;k,q) = u(x,t;k + \delta k, q) - u(x,t;k, q)$. Variatsiya $\delta u(x,t;k,q)$ quyidagi masalanining yechimidir:

$$\delta u_t - (k(x)\delta u_x)_x + q(x)\delta u = (\delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k, q))_x, \quad (14)$$

$$k(0)\delta u_x(0,t) = -\delta k(0)u_x(0,t;k + \delta k, q), \quad (15)$$

$$k(1)\delta u_x(1,t) = -\delta k(1)u_x(t,1;k + \delta k, q), \quad (16)$$

$$\delta u(x, 0) = 0. \quad (17)$$

Tenglikning ikkala tomonini (14) $\psi(x,t)$ masalani (10) – (13) yechimiga ko‘paytirish va biz olingan domen bo‘yicha $[0,1] \times [0,T]$, integrallash quyidagicha

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^T (\delta u_t - (k(x)\delta u_x)_x + q\delta u) \psi dt dx \\ & = \int_0^1 \int_0^T (\delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k)) \psi dt dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Keling, ushbu o‘ziga xoslikning chap va o‘ng tomonlarini alohida o‘zgartiraylik. Keling, o‘ng tomonni qismlarga bo‘lib birlashtiramiz:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^T (\delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k)) \psi dt dx \\ & = \int_0^T \delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k) \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt \\ & - \int_0^1 \int_0^T \delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k)_x \psi dt dx. \end{aligned} \quad (19)$$

Xuddi shunday,

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^T (\delta u_t - (k(x)\delta u_x)_x + q(x)\delta u) \psi dt dx \\ & = - \int_0^1 \int_0^T (\psi_t + (k(x)\psi_x)_x - q(x)\psi) \delta u dt dx + \int_0^1 \delta u \psi \Big|_{t=0}^{t=T} dx \\ & - \int_0^T k(x)\delta u_x \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt + \int_0^T k(x)\delta u \psi_k \Big|_{x=0}^{x=1} dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Keling, $\psi_t + (k(x)\psi_x)_x - q(x)\psi = 0$, $\psi(x,T) = 0$ va $\delta u(x,0) = 0$ dan foydalanamiz. Keyin tenglikning o‘ng tomoni (20) shaklni oladi.

$$- \int_0^T k(x)\delta u_x \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt + \int_0^T k(x)\delta u \psi_k \Big|_{x=0}^{x=1} dt. \quad (21)$$

Keling, (21) ifodani (15), (16) yordamida o‘zgartiraylik:

$$\int_0^T \delta k(x)u_x(x,t;k + \delta k, q) \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt + \int_0^T k(x)\delta u \psi_k \Big|_{x=0}^{x=1} dt.$$

Identifikatsiyaga qaytib, (18) va (19) hisobga olgan holda, biz olamiz

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \delta k(x) u_x(x, t; k + \delta k, q) \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt + \int_0^T k(x) \delta u \psi_k \Big|_{x=0}^{x=1} dt \\
&= \int_0^T \delta k(x) u_x(x, t; k + \delta k, q) \psi \Big|_{x=0}^{x=1} dt \\
&- \int_0^{-1} \int_0^T \delta k(x) u_x(x, t; k + \delta k, q) \psi_x dt dx
\end{aligned} \quad (22)$$

Tenglikning chap va o'ng tomonlaridagi bir xil atamalni bekor qilib, (22), biz shunday qilamiz:

$$\int_0^T k(x) \delta u \psi_x \Big|_{x=0}^{x=1} dt = - \int_0^{-1} \int_0^T \delta k(x) u_x(x, t; k + \delta k, q) \psi_x dt dx. \quad (23)$$

$k(1)\psi_x(1, t) = 0$ va $k(0)\psi_x(0, t) = 2[u(0, t; k, q) - f_1(t)]$, quyidagicha olamiz

$$\begin{aligned}
J(k + \delta k, q) - J(k, q) &= - \int_0^{-1} \int_0^T \delta k(x) u_x \psi_x dt dx \\
&- \int_0^{-1} \int_0^T \delta k(x) \delta u_x(x, t; k, q) \psi_x dt dx + \int_0^T \delta u^2(0, t; k, q) dt
\end{aligned} \quad (24)$$

Agar ma'lumotlar yetarlicha to'liq bo'lsa, tenglikning o'ng tomonida (24) ikkinchi va uchinchi shartlar kichik ekanligini ko'rsatish mumkin. Demak,

$$\nabla_k J(k, q)(x) \cong - \int_0^T u_x(x, t) \psi_x(x, t) dt$$

ya'ni (8) formula isbotlangan.

Teskari masala uchun (9) formulani olamiz

$$v_t = v_{xx} - q(x)v, \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, T), \quad (25)$$

$$v(x, 0) = \mu(x), \quad x \in (0, 1), \quad (26)$$

$$v_x(0, t) = \alpha_1(t), \quad t \in (0, T), \quad (27)$$

$$v_x(1, t) = \alpha_2(t), \quad t \in (0, T), \quad (28)$$

$$v(0, t) = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (29)$$

$q(x)$ funksiya qayerda kerakligi (1) tenglamadan (25) ko'rinishdagi tenglamaga qanday o'tish mumkinligiga asoslangan

Mazkur maqolada, (1) tenglamadan (25) ko'rinishdagi tenglamaga qanday o'tish mumkinligi ko'rsatilgan.

ADABIYOTLAR

1. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1988.

2. Hao D. N. Methods for inverse heat conduction problems. Uiiiverisitat-Gesamthochschule Siegen, 1995.

3. Hasanov A. DuChateau P., Pektas B. An adjoint problem approach and coarse-fine mesh method for identification of the diffusion coefficient in a linear parabolic equation // Inverse Problems. 2006. V. 14, N 4. P. 1-29.

4. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Учебник для студентов высших учебных заведений. - Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.

IMPROVING THE ESTIMATE FOR THE PURSUERS DISTANCE FROM THE ORIGIN

Kazimirova Ruzakhon

PhD, Andijan state universty

We study a pursuit differential game problem with simple motion dynamics of players in R^n . One pursuer and one evader move in a given bounded closed convex subset of R^n . The dynamic possibilities of players are equal. If the pursuer becomes in l vicinity of the evader, then pursuit is considered to be completed, where l is a given positive number. This game relates to lion and man games. In the past, various solutions of the game problem have been given by many researchers. In this paper, the estimate obtained by previous researchers for the distance of pursuer from the origin is improved.

Consider a simple motion differential game where pursuer and evader have the same dynamic possibilities

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u, \quad |u| \leq 1, \quad x(0) = x_0, \\ \dot{y} &= v, \quad |v| \leq 1, \quad y(0) = y_0,\end{aligned}\tag{1}$$

where $x, y, x_0, y_0 \in R^n$, $u \in R^n$ denotes the control parameter of pursuer and $v \in R^n$ denotes the control parameter of evader. We are given a bounded closed convex subset A of R^n . Players must move in the set A . It is assumed that $x_0, y_0 \in A$.

Definition 1. Control of the evader is defined as a measurable function $v(t) \in R^n$, $t \geq 0$, that satisfy the conditions $|v(t)| \leq 1$ and

$$y(t) = y_0 + \int_0^t v(\tau) d\tau \in A\tag{2}$$

for each time $t \geq 0$.

Next, we give a definition for the strategy of pursuer. We denote by $H(0,1)$ the ball in R^n of radius 1 and centered at the origin.

Definition 2. We call the function

$$U(x, y) = ((U_1(x, y), \dots, U_n(x, y))), \quad U : A \times A \rightarrow H(0, 1),$$

a strategy of pursuer if (i) $|U(x, y)| \leq 1$ for all $x, y \in A$, (ii) for any control of evader $v = v(t)$, $t \geq 0$, the initial value problem (1) has a unique solution $(x(t), y(t)) \in A \times A$ at $u = U(x, y)$.

Definition 3. If for a strategy of pursuer and for any control of evader, the distance between the points $x(t)$ and $y(t)$ is less than or equal to l , $l \geq 0$, for some $t = t'$, then we say that pursuit can be completed in the game (1), where l is a given number, and for the initial states of players $|x_0 - y_0| > l$.

Theorem 1. For any integer $n \geq 1$, the inequality

$$|x_{n+1}| > \sqrt{|x_n|^2 + 2\varepsilon^2}$$

holds.

References

1. Azamov A.A., Samatov B.T.; P-strategy En elementary introduction to the Theory of Differential Games. National University Press. Tashkent,–2000.
2. Friedman A.; Differential Games. John Wiley and Sons. New York,–1981.
3. Hajek O.; Pursuit Games. Math. Sci. Engrg. New York,–1975.
4. Kazimirova R., Ibragimov G., Hasim R.M., and Mohamat Aidil Mohamat Johari; Multi-Pursuer evasion differential game in a Hilbert space. AIP Conference Proceedings. Malaysia–2024.
5. Flynn J.O.; Lion and Man: the boundary constraint. SIAM Journal on Control. –1973. –11.–P.397–411.
6. Sgall J.; Solution to David Gale's lion and man problem. Theoretical Computer Science.–2001.–259–P.663–670.

PARAMETRIC ANALYSIS OF RESONANCE MANIFOLDS IN NONLINEAR HAMILTONIAN SYSTEMS

Khaydarov Zafar

Samarkand State University

Introduction. Resonant manifolds of a multifrequency Hamiltonian system are investigated. We discuss methods for computing the condition of existence of a resonance of arbitrary order and multiplicity one using computer algebra (Gröbner bases of elimination ideals) and power geometry (power transformations) techniques. This condition is formulated in a form of zeros of a quasi-uniform polynomial from the coefficients of the characteristic polynomial of the linear part of the Hamiltonian system. The obtained results can be used to

investigate the formal stability regions of the equilibrium of a Hamiltonian multiparameter system as well as for the asymptotic integration of its normal form.

Consider an analytic Hamiltonian system

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

with n degrees of freedom, where $x, y \in \mathbb{R}^n$, near the equilibrium position $x = y = 0$.

The Hamilton function $H(x, y)$ expands into a convergent power series

$$H(x, y) = \sum H_{pq} x^p y^q$$

with constant coefficients H_{pq} , where $p, q \geq 0$, $|p| + |q| \geq 2$.

Introduce a phase vector $z = (x, y) \in \mathbb{R}^{2n}(\mathbb{C}^{2n})$. Then the linear part of the system can be written in the form

$$\dot{z} = Bz, \quad B = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial y \partial x} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial y \partial y} - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial x} \quad -\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} \right) \Big|_{x=y=0}$$

Let $\lambda_1, \dots, \lambda_{2n}$ be the eigenvalues of matrix B , which can be reordered as follows $\lambda_{j+n} = -\lambda_j$, $j = 1, \dots, n$. Denote by vector $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ the set of basic eigenvalues of the system. For a Hamiltonian system, the characteristic polynomial $\check{f}(\lambda)$ is the polynomial of even powers of λ . Let us call the polynomial $f(\mu) \stackrel{\text{def}}{=} \check{f}(\lambda)$, where $\mu = \lambda^2$, as *semi-characteristic*:

$$f(\mu) = \mu^n + a_1 \mu^{n-1} + a_2 \mu^{n-2} + \dots + a_{n-1} \mu + a_n.$$

According to Theorem 12 in [1], in the case of semi-simple eigenvalues there exists a canonical formal transformation that reduces the Hamiltonian system to its *normal form* $\dot{u} = \partial h / \partial v$, $\dot{v} = -\partial h / \partial u$, given by the normalized Hamiltonian $h(u, v)$

$$h(u, v) = \sum_{j=1}^n \lambda_j u_j v_j + \sum h_{pq} u^p v^q$$

containing only the resonant terms $h_{pq} u^p v^q$ satisfying the *resonant equation*

$$\langle p - q, \lambda \rangle = 0$$

Here $\langle p, \lambda \rangle = \sum_{j=1}^n p_j \lambda_j$ is the scalar product.

The resonant equation has two kinds of solutions, which correspond to two kinds of resonant terms in the normal form:

1. *Secular terms* of the form $h_{pp} u^p v^p$, which are always present in the Hamiltonian normal form because of the special structure of the matrix B of the linearized system.

2. *Strictly resonant terms*, which correspond to nontrivial integer solutions of the equation $\langle p, \lambda \rangle = 0$.

To investigate the formal stability of the equilibrium position of the Hamiltonian system it is necessary to perform a normalization procedure and then apply Bruno's theorem [3], the condition of which requires the absence of third- and fourth-order resonances. The conditions on the coefficients of the polynomial for two-frequency resonances are effectively formulated in terms of q -discriminants [4].

The problem is the following: for a multiparameter Hamiltonian system with 3 degrees of freedom, give a description of regions in the system parameter space in which there are no strong resonances.

Conditions on the existence of resonances. Let us consider two ways of computing the conditions of existence of resonant relations for a given resonant vector $\mathbf{p}^*$. The first method allows us to obtain an implicit representation of the variety $\mathcal{R}_3^{\mathbf{p}^*}$, while the second method allows us to obtain a parametric representation of the same variety. In each of these methods, the first step is to find the resonant relation between the roots μ_j of the polynomial $f(\mu)$ for a given vector $\mathbf{p}^*$. This is done by constructing a polynomial ideal $\mathcal{J}$ composed of the resonant vector $\mathbf{p}^*$ and the quadratic equations $\lambda_j^2 - \mu_j$, for $j = 1, \dots, n$. Then, the Gröbner basis $\mathcal{G}$ of this ideal is computed using an elimination monomial order of the variables λ_j and μ_j . The first polynomial g_1 of $\mathcal{G}$ is a quasi-homogeneous polynomial in the variables μ_j , and its zeroes determine the condition of existence of resonance for the given vector $\mathbf{p}^*$, which takes the form of equation:

$$R_3^{(r,q,1)}(\mu_j) \equiv q^4 \mu_2^2 - 2q^2 r^2 \mu_1 \mu_2 + r^4 \mu_1^2 - 2q^2 \mu_2 \mu_3 - 2r^2 \mu_1 \mu_3 + \mu_3^2 = 0$$

The first way of computation. To obtain the corresponding resonant condition in the implicit form as zeroes of a polynomial with coefficients $a_j, j = 1, \dots, 3$ of the polynomial $f(\mu)$, a new Gröbner basis $\mathcal{F}$ of the ideal is constructed. This ideal contains the obtained condition $R_3^{(r,q,1)}(\mu_j)$ for μ_j and set of elementary symmetric polynomials connecting coefficients a_j of $f(\mu)$ and its roots μ_k . In this case, we specify the order of elimination of variables: in the beginning μ_j , and then $a_j, j = 1, \dots, n$. In the same way, zeroes of the first polynomial f_1 of the computed basis $\mathcal{F}$, depending only on a_j , gives a condition on the existence of resonance.

The polynomial f_1 is obtained as a quasi-homogeneous polynomial of a_j , i.e. its support in the space of vector power exponents of coefficients $a_j \in \mathbf{K}$ lies on

the plane with normal vector $\mathbf{n} = (1, 2, 3)$. This makes it possible to reduce the number of variables of the polynomial f_1 by 1 after the certain power transformation and to obtain the conditions for the existence of resonances in the form of a set of plane algebraic curves.

This method turns out to be very time-consuming for resonances of the general form, it leads to very cumbersome expressions. Its generalization for cases with degrees of freedom greater than 3 is not possible.

The second way of computation. For condition

$$R_3^{(r,q,1)}(\mu_j) \equiv q^4 \mu_2^2 - 2q^2 r^2 \mu_1 \mu_2 + r^4 \mu_1^2 - 2q^2 \mu_2 \mu_3 - 2r^2 \mu_1 \mu_3 + \mu_3^2 = 0$$

a power transformation, defined variable change $\mu_1 = s_2 s_3$, $\mu_2 = s_1 s_3$, $\mu_3 = s_3$ is done.

It reduces $R_3^{(r,q,1)}(\mu_j)$ to a polynomial of two variables

$$\tilde{R}_3^{(r,q,1)} \equiv q^4 s_1^2 - 2q^2 r^2 s_1 s_2 + r^4 s_2^2 - 2q^2 s_1 - 2r^2 s_2 + 1 = 0,$$

which is used to find the parametric representation of the roots

$$\mu_1 = (r^2 u (q + 1) + q - 1)^2 v,$$

$$\mu_2 = (r^2 u - 1)^2 v r^2,$$

$$\mu_3 = (r^2 u + 2q - 1)^2 v r^2.$$

This parametric representation using elementary symmetric polynomial polynomials gives a polynomial parametrization of the coefficients. Excluding the parameters u, v we can obtain an implicit representation of $R_3^{\mathbf{p}^*}$ of the condition for the existence of resonance via the coefficients a_j of the polynomial. This expression is not given here due to its cumbersomeness: it is a quasi-homogeneous polynomial consisting of 19 monomials.

Comparison of two methods. The results obtained by the two methods are compared. The relations connecting the new and old parametrizations were obtained. They were checked for three-frequency resonances of order 3 and 4.

The analysis extends to general resonance vectors $\mathbf{p}^* = (r, q, 1)$, whose resonant varieties $\mathcal{R}_3^{\mathbf{p}^*}$ exhibit structural similarities to the $(2, 1, 1)$ case, particularly in their self-intersection patterns. The derived coefficient parametrization enables effective visualization of these resonance varieties' geometric configurations. All computations were performed in the CAS Maple, utilizing its Gröbner basis algorithms for ideal analysis and built-in functions for curve parametrization and genus calculation.

For 3DOF Hamiltonian systems, we partition the stability region Σ in the coefficient space of $f_3(\mu)$ into resonance-free domains. This enables both formal stability analysis via Bruno's theorem (using fourth-order normal forms) and,

when simple resonances (multiplicity 1) occur, asymptotic integration yielding additional formal integrals.

References

1. A. D. Bruno. *Analytical form of differential equations (II)*. Trans. Moscow Math. Soc., 26:199-239, 1972.
2. A. D. Bruno. *The Restricted 3-body Problem: Plane Periodic Orbits*. Walter de Gruyter, Berlin, 1994.
3. A. D. Bruno. *Formal stability of Hamiltonian systems*. Math. Notes, 1(3):216-219, 1967.
4. Batkhin, A., Khaydarov, Z. Resonances and Formal Stability Investigation in Hamiltonian Systems. *Math.Comput.Sci.* **18**, 22 (2024).

POTENSIALI SILLIQ KO'PXILLIKDA UZILISHGA EGA BO'LGAN SHREDINGER OPERATORINING XOS FUNKSIYALARINING HOSILASINI BAHOLASH

Kuchkorov Erkin

F.-m.f.n., dotsent, O'zbekiston Milliy universiteti

Haitova Marjona

O'zbekiston Milliy universiteti

R^N fazoda bo'lakli silliq bo'lgan funksiyalarning karrali Furiye qatori yoki ularning Furiye almashtirishini tadqiq qilish bo'yicha so'ngi yillarda qator ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda va muhim natijalar olingan. Birinchi asosiy natija V.A. Ilinga tegishli bo'lib, u tomonidan 1956 yilda tekislikdagi istalgan bo'lakli silliq funksiyaning Laplas operatorining xos funksiyalari bo'yicha spektral yoyilmasininig funksiya silliq bo'lgan istalgan kompakt to'plamda tekis yaqinlashishi isbotlangan [1]. V.P. Maslov tomonidan bo'lakli silliq funksiyalarning karrali trigonometrik funksiyalar bo'yicha va karrali Furiye almashtirishinig yaqinlashishida yoyilayotgan funksiyaning uzilish nuqtalari geometriyasi muhim rol o'ynashi isbotlandi [2], [3]. Masalan $n \geq 3$ bo'lgan holda sharning xarakteristik funksiyasining Furiye qatori yoki Furiye almashtirishi shar markazida uzoqlashadi [15].

Bo'lakli silliq funksiyalarning spektral yoyilmalarini yaqinlashishga tekshirish bo'yicha asosiy natijalar Sh. A. Alimov [4-6, 8-12], M. Pinsky [14-15], M. Teylor [16-17], Brandolini L. Colzani L [18] ishlarida olingan. Bo'lakli silliq funksiyalarning singular potentsialli Shredinger operatorining xos funksiyalari bo'yicha spektral yoyilmasining yaqinlashishi ikki va uch o'lchovli bo'lgan holda [19] ishda o'rganilgan.

Bo‘lakli silliq funksiyalarning Shredinger opertorining xos funksiyalari bo‘yicha spektral yoyilmalarini yaqinlashishga tekshirishda uning xos funksiyalarining hosilalarini baholash muhim rol o‘ynaydi.

Ushbu ishda Shredinger opertorining potensiali silliq ko‘p xillikda 2-tur uzilishga ega bo‘lgan holda shu operatorning xos funksiyalarining xususiy hosilalariga baho olingan.

Ishning asosiy natijasini keltiramiz.

R^N fazoda silliq S sirt berilgan bo‘lsin. Aytaylik $\dim S = N - m$ ($3 \leq m < N$) va shunday affin almashtirish mavjud bo‘lib, S ko‘pxillikni

$$S = \{(x, y) \in R^N : x = \varphi(y)\}$$

ko‘rinishda yozish mumkin bo‘lsin. Bu yozuvda $x \in R^m$, $y \in R^{N-m}$, $\varphi \in C^1(R^{N-m} \rightarrow R^m)$ va $|\nabla \varphi| \leq C$ baho o‘rinli. Fazoning istalgan $x \in R^N$ nuqtasidan S ko‘pxillikgacha bo‘lgan masofani $d(x) = \text{dist}(x, S)$ orqali belgilaymiz.

Aytaylik $q(x) \in C^\infty(R^N \setminus S)$ musbat va

$$|D^\alpha q(x)| \leq \text{const } d^{-1-|\alpha|}(x) \quad (1)$$

shartni qanoatlantiruvchi funksiya bo‘lsin, bu yerda $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$,

$|\alpha| = \sum_{j=1}^N \alpha_j \leq \frac{m}{2}$ multiindeks. Potensiali $q(x)$, formal o‘z - o‘ziga qo‘shma

bo‘lgan, aniqlanish sohasi $C_0^\infty(R^N)$ fazoda aniqlangan L Shredinger operatorini qaraymiz:

$$L = -\Delta + q(x) \quad (2)$$

Kato-Relix teoremasiga asosan bu operator yagona o‘z - o‘ziga qo‘shma yagona A kengaytmaga ega [20]. U holda spektral teoremaga asosan har qanday

$$f(x) \in L_2(R^N) \text{ funksiya uchun } Af(x) = \int_0^{+\infty} \lambda dE_\lambda f(x) \text{ ko‘rinish o‘rinli.}$$

Gording [6] teoremasiga asosan har bir proyeksiyalash operatori $E_\lambda f(x)$ integral operator bo‘ladi, ya’ni

$$E_\lambda f(x) = \int_{R^N} \Theta(x, y, \lambda) f(y) dy,$$

bu yerda $\Theta(x, y, \lambda) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\lambda} u_i(x, t) u_i(y, t) d\rho(t)$ funksiya A operatorning spektral funksiyasi deyiladi, $u_i(x, \lambda)$ funksiyalar esa xos funksiyalari deb ataladi hamda har bir xos funksiya

$$Au_i(x, \lambda) = \lambda u_i(x, \lambda)$$

tenglamaning uzluksiz fundamental yechimi bo'ladi.

Teorema. Aytaylik $q(x)$ potensial (1) shartni qanoatlamtirsin. U holda har qanday $K \subset R^N \setminus S$ kompakt to'plamda

$$|\nabla u_i(x, \lambda)| \leq C \lambda^{(N+1)/2},$$

tengsizlik bajariladi, bu yerda $C = C(K, N)$.

Teorema E.G. Titchmarshning o'rta qiymat formulasidan [13] va [4], [19] ishlarda qo'llanilgan usulda isbotlanadi.

FOYDALANGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Ильин В.А. Теорема о разложимости кусочно-гладкой функции в ряд по собственным функциям произвольной двумерной области // ДАН. СССР. -1956.-№3(109). С. 442-445.
2. Маслов В. П., Свойства абсолютной сходимости многомерных рядов Фурье с точки зрения геометрии слабых разрывов разлагаемых функций, Докл. АН СССР, 1970, том 191, № 2, С. 275–278.
3. В. П. Маслов, О разложении функции, зависящей от параметра, в абсолютно сходящийся ряд Фурье по собственным функциям псевдодифференциального оператора, УМН, 1970, том 25, № 1, С.195–196.
4. Алимов Ш.А., Халмухамедов А.Р. Равномерная суммируемость спектральных разложений непрерывных функций из L_2 . Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Т.: Фан. 1987. С.147-156.
5. Алимов Ш.А. О зависимости множества сходимости спектрального разложения от геометрии разрывов // ДАН РУз.-2003.-№ 1.-С.5-10.
6. Алимов Ш.А. О спектральных разложениях кусочно-гладких радиально-симметричных функций // ДАН РУз. -2003. -№5. -С. 5-10.
7. Гординг Л. Разложения по собственным функциям, связанные с эллиптическими дифференциальными операторами // 12 Congr. Math. Scan. Lund.-1953.-pp.44-45. («Математика», сб. переводов.-1957.-№1(3).-С.107-116).

8. Alimov Sh.A. Sets of uniform convergence of Fourier expansion of a piecewise smooth function // The Journal of Fourier Analysis and Applications. -2004.-№6 (10). -P.635-644.
9. Alimov Sh.A. On the eigenfunctions expansion of a piecewise smooth function // The Journal of Fourier Analysis and Applications. -2003. - №1(9).-P.67-76.
10. Alimov Sh. A. On Spectral Expansions of Piecewise Smooth Functions Depending on the Geodesic Distance \\\ Differential Equations, 2010, Vol. 46, No. 6, pp. 827–839.
11. Alimov Sh. A. Dependence of the Convergence Domain of Spectral Expansions on the Geometry of the Set of Discontinuity of the Function Being Expanded\\ Mathematical Notes, vol. 79, no. 2, 2006, pp. 165–177.
12. Alimov Sh. A. On the Smoothness of Mean Values of Functions with Summable Spectral Expansion \\\ Differential Equations, 2012, Vol. 48, No. 4, pp. 506–516.
13. Титчмарш Э.Ч. Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями порядка. М., 1962, Т.2.- 550.С.
14. Pinsky M. and Taylor M. Pointwise Fourier inversion: a wave equation approach // Journal of Fourier Analysis and Applications. -1997.-3.- P.647-703.
15. Pinsky M.A. Fourier inversion for piecewise smooth functions in several variables // Proc.A.M.S.-1993.-№118.-P.903-910.
16. Taylor M. Eigenfunction expansions and the Pinsky phenomenon on compact manifolds // Journal of Fourier Analysis and Applications. 2001, №5 (7), P. 507-522.
17. Taylor M. Pointwise Fourier inversion on tori and other compact manifolds // Journal of Fourier Analysis and Applications. 1999. №5 (5), P. 449-463.
18. Brandoli L. and Colzani L. Localization and convergence of eigenfunctions // Journal of Fourier Analysis and Applications. 1999, №5 (5). P. 431-447.
19. Кучков Э.И. О равномерной сходимости спектрального разложения кусочно-гладкой функции по собственным функциям оператора Шредингера с сингулярными коэффициентами. Вестник НУУз. - 2006.-№2. С. 42-47.

20. Цикон Х, Фрëзе В., Кириш В., Саймон Б. Операторы Шредингера с приложениями к квантовой механике и глобальной геометрии. М.: Мир, 1990. 406 -С.

DODAKAEDR QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI

Muhammadjonova Muslimabonu

Andijon Davlat Universiteti

Dodekaedr-barcha o'n ikkita yog'i o'zaro teng muntazam beshburchaklardan iborat ko'pyoqdir. Ma'lumki, dodekaedr (yunonchadan tarjimada – o'n ikki yoqli) beshta Platon jismi – muntazam ko'pyoqliklardan biri. Uning 20 ta uchi va 30 ta qirrasida bor. U muntazam bo'lgani uchun barcha qirrasida bir xil a uzunlikka ega.

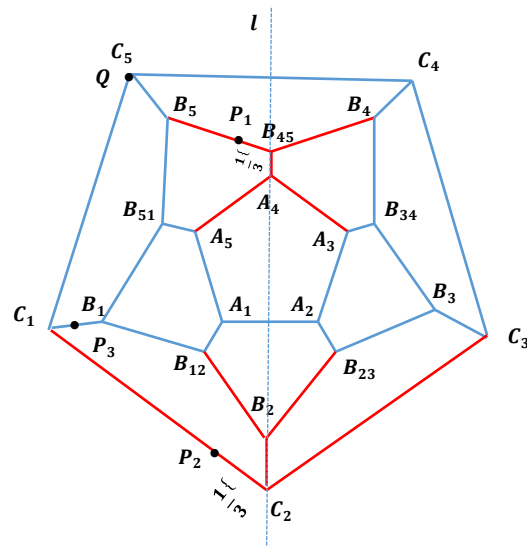
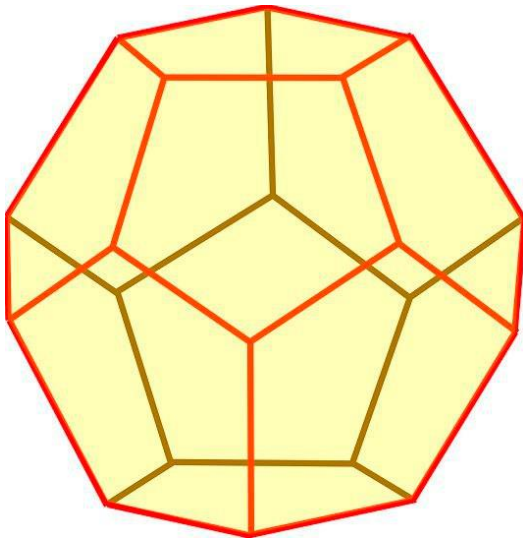
Ta'rif. Agar Q qochuvchi dodekaedrning ixtiyoriy qirrasida joylashgan holda qanday strategiya qo'llamasin, $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ guruhning shunday strategiyasi va unga binoan shunday $T > 0$ soni topilsaki, biror $i = 1; 2; 3$ uchun $P_i(T) = Q(T)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o'yinni quvlovchilar guruhi yutdi (ba'zan o'yin tugadi) deyiladi.

O'yinchilarni dodekaedr qirralari bo'ylab sodda xarakat qilishyapti deb hisoblaymiz, ya'ni ular faqat tezliklari bilan tekis harakat qilishsin. Qochuvchining tezligini v , uning modul bo'yicha maksimal qiymatini esa σ bilan belgilaymiz. Quvlovchilarning tezliklarini esa u_i , ularning modul bo'yicha maksimal qiymatlarini mos ravishda ρ_i bilan belgilaymiz: $|v| \leq \sigma$, $|u_i| \leq \rho_i$. Bularga binoan, o'yin quyidagi differensial tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \dot{P}_i(t) &= u_i, & P_i(0) &= P_{i0}, & i &= 1, 2, 3; \\ \dot{Q}(t) &= v, & Q(0) &= Q_0. \end{aligned}$$

Aslida $P_i, Q, u_i, v \in R^3$, biroq o'yin grafda qaralayotganidan $P_i, Q, u_i, v \in R^1$ deb hisoblash mumkin.

Teorema. Agar $\sigma = 1$ hamda $\rho_1 = \frac{2}{3}$, $\rho_2 = \frac{2}{3}$ va $\rho_3 > 0$ bo'lsa, o'yinni P guruh yutadi. O'yinni tugashiga ketgan maksimal vaqt $T = \frac{23}{2\rho_3}$ bo'ladi.



Boshlang'ich paytda asosiy P_3 quvlovchini, C_4C_5 qirraning o'rtasiga, $P_1; P_2$ quvlovchilarning birini, masalan P_1 ni A_4B_{45} qirraga B_{45} uchdan $\frac{1}{3}$ masofaga, P_2 ni esa C_2B_2 qirraga B_2 uchdan $\frac{1}{3}$ masofaga joylshtiramiz.

Qochuvchini esa boshlang'ich paytda dodekaedrning ixtiyoriy qirrasida joylashgan bo'lsin deb qaraymiz. P_1, P_2, P_3 nuqtalar orqali l simmetriya chizig'ini o'tkazamiz. Qochuvchi ushbu chiziqdan bir tomonda bo'lgan holini qarash yetarli. P_3 quvlovchi butun o'yin davomida Q qochuvchining ortidan ta'qib qiladi. Qolgan quvlovchilar esa qochuvchini qamal qilishda ishtirok etadilar.

Muhim uchta hol mavjud:

1-hol bu $Q \in C_4C_5C_1$ -siniq chiziq,

2-hol bu $Q \in C_4C_5B_5B_{51}B_1C_1$ -siniq chiziq,

3-hol bu yuqoridagi ikkita holga keladigan yoki ularga l chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan hollar.

Hamma hollarda ham P_3 quvlovchi qochuvchining ortidan ta'qib qiladi va shuning uchun doimo qochuvchining ortga qaytishini maqsadga muvofiq emas deb qaraymiz.

1-hol. Qochuvchi $C_1B_1B_{51}A_5A_1A_2$ siniq chiziq bo'ylab harakatlansa, qochuvchi A_1A_2 qirrada qamalda qoladi va uzog'i $T = \frac{13}{2\rho_3}$ vaqtda P_3 quvlovchi tomonidan tutiladi. Qochuvchi boshqa uchlarga yurish imkoniyati mavjud emas. Chunki $B_5A_4A_3$ va $B_{12}B_{23}$ uchlar mos ravishda P_1 va P_2 quvlovchilar tomonidan nazorat qilinadi.

2-hol. Qochuvchi $B_1C_{11}C_5C_4$ siniq chiziq bo'ylab harakatlansa, qochuvchi C_4C_5 qirrada qamalda qoladi va uzog'i $T = \frac{13}{2\rho_3}$ vaqtda P_3 quvlovchi tomonidan tutiladi. Qochuvchi boshqa uchlarga yurish imkoniyati mavjud emas. Chunki C_2C_3 va $B_{45}B_4$ uchlar mos ravishda P_1 va P_2 quvlovchilar tomonidan nazorat qilinadi.

3-hol. Qochuvchi $B_{45}B_4C_4$ yoki $B_{45}B_4B_{34}$ siniq chiziqlar bo'ylab harakatlana oladi. Birinchi vaziyatda birinchi va ikkinchi hollar takrorlansa, ikkinchi vaziyatda esa ikkinchi holga simmetrik bo'lgan holga duch kelamiz. Bunda qochuvchi uzog'i $T = \frac{23}{2\rho_3}$ vaqtda P_3 quvlovchi tomonidan tutiladi.

Dodekaedring qirralarida harakatlanayotgan bitta qochuvchini ushlash uchun uchta quvlovchi kifoya ekani isbotlandi va buning uchun $T = \frac{23}{2\rho_3}$ vaqt talab etildi. O'yinda quvlovlariga quvishni muvaffaqiyatli yakunlash imkonini beruvchi strategiyalarni ko'rib chiqdik.

ADABIYOTLAR

1. Azamov, A.A.; Kuchkarov, ASh, Holboyev, A.G. The pursuit-evasion game on the 1-skeleton graph of the regular polyhedron. I. *Mat. Teor. Igr Pril.* 2015, 7, 3–15. Translated in *Automation and Remote Control* 2017, 78, 754–761. (In Russian) [[CrossRef](#)]
2. Azamov, A.A.; Ibaydullaev, T.; Ibragimov, G.I.; Alias, I.A. Optimal number of pursuers in the differential games on the 1-skeleton of orthoplex. *Symmetry* 2021, 13, 2170. [[CrossRef](#)]
3. Azamov, A.A.; Samatov, B.T. The Π -strategy: Analogies and applications. In *Contribution to Game Theory and Management*; St-Petersburg University: Saint Petersburg, Russia, 2011; Volume IV, pp. 33–46.

QUADRATIC DYNAMICAL SYSTEMS WITH TWO CLOSED TRAJECTORIES

Muzaffarova Dilshoda

Andijan state university

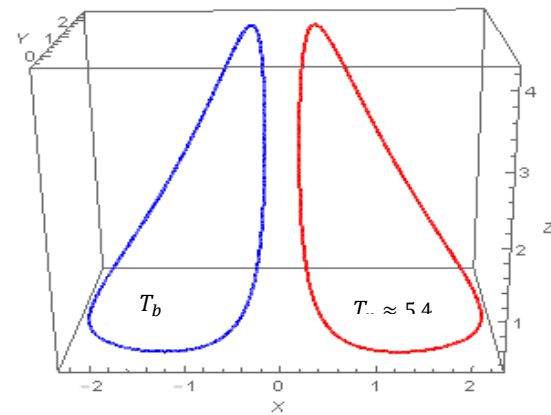
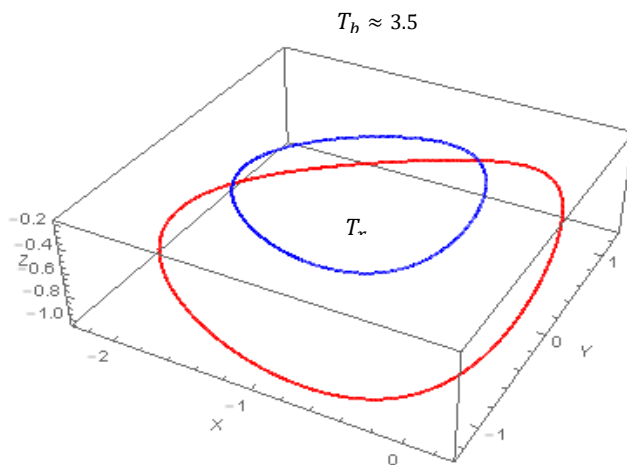
One of the main fundamental characteristic of dynamical systems is the presence of closed trajectories, often referred to as cycles or limit cycles. These cycles indicate stable, recurring patterns in system dynamics. The presence of multiple closed trajectories, especially in quadratic dynamical systems, adds considerable complexity. Specifically, the existence of two distinct closed trajectories points to the possibility of different, coexisting oscillatory states, each with its own basin of attraction and stability characteristics. Investigating these

systems will allow one to better understand how multiple oscillatory states arise, how they interact, and what role they play in the overall dynamical systems.

The following will present quadratic dynamical systems characterized by two precise closed trajectories and their approximate period.

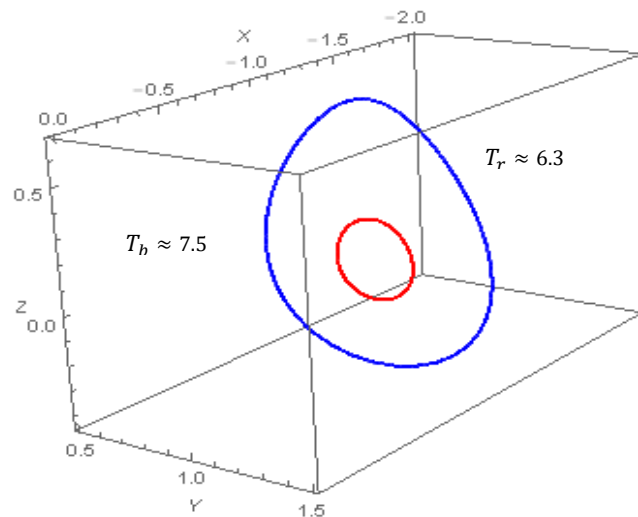
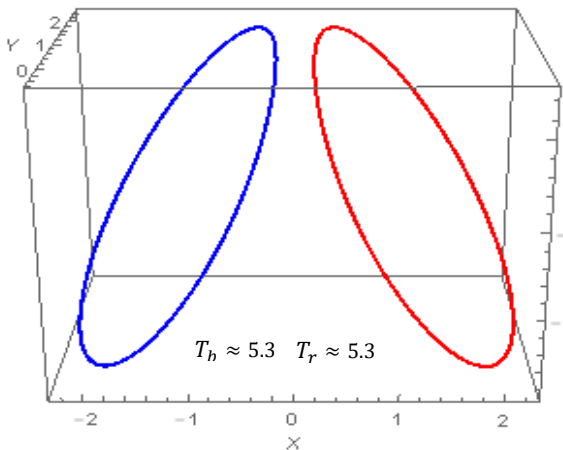
$$1) \begin{cases} x' = -y + yx \\ y' = 1 - x^2 \\ z' = -z - y^2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = x - yx \\ y' = -1 + x^2 \\ z' = -z + y^2 \end{cases}$$



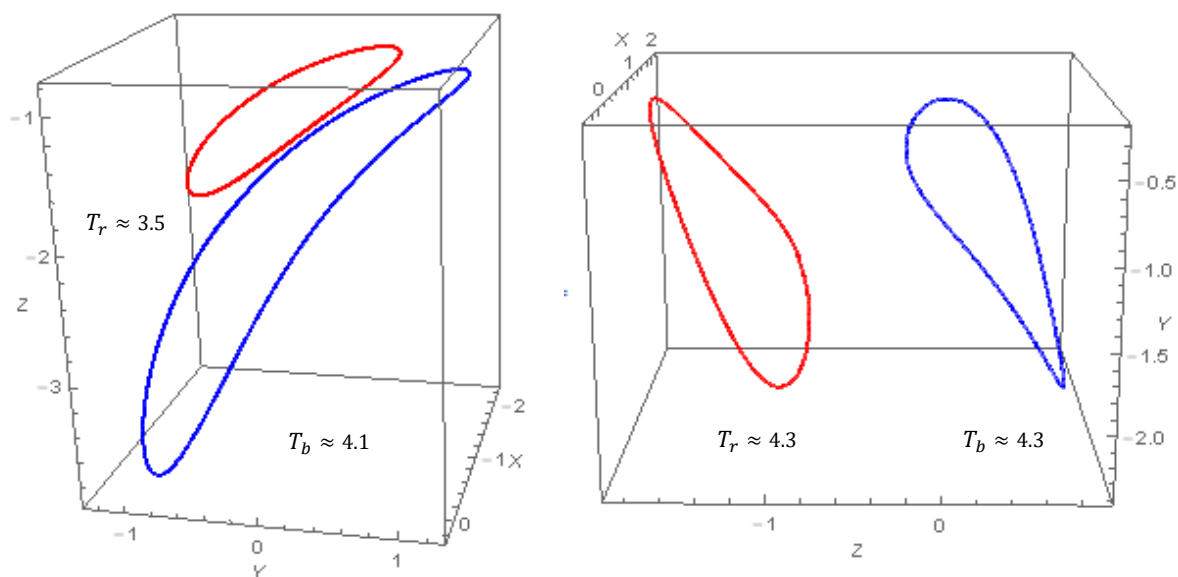
$$3) \begin{cases} x' = x - yx \\ y' = -1 + x^2 \\ z' = -1 - yz \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = -y - yx \\ y' = -1 - x - z + z^2 \\ z' = y - x^2 \end{cases}$$

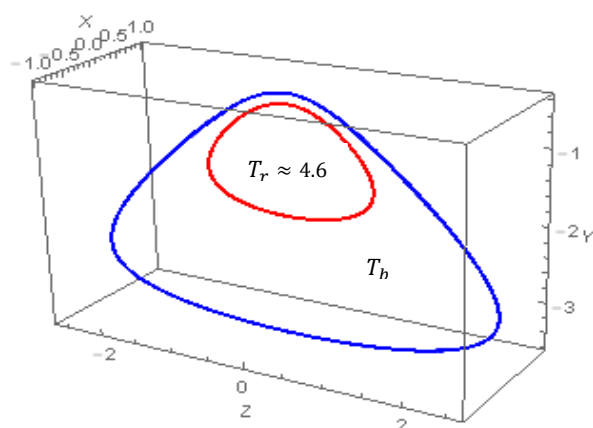


$$5) \begin{cases} x' = -y + yx \\ y' = 1 - x^2 \\ z' = 1 + xz \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x' = 1 + x - y^2 \\ y' = -y - x^2 \\ z' = x - z - z^2 \end{cases}$$



$$7) \begin{cases} x' = 1 + x - y^2 \\ y' = -y - x^2 \\ z' = x - z - z^2 \end{cases}$$



In conclusion, identifying dynamical systems exhibiting two closed trajectories is important; furthermore, studying their bifurcation properties allows for the discovery of new types of bifurcations within the theory of dynamical systems.

REFERENCES

1. A.A.Andronov, E.A.Leontovich, I.I.Gordon, and A.G.Maier, Qualitative Theory of Second-Order Dynamic Systems (Nauka, Moscow, 1966; Wiley, New York, 1973)
2. Uzbek Mathematical Journal, 2010, №4.

FAZOVIY CHEGARALANGAN BITTA QOCHUVCHINI SODDA TAQIB QILISHNING NOSTATSIONAR MASALASI

Noʻmonova Risligʻoy

Andijon davlat universiteti

Fazoviy chegaralangan bitta qochuvchini taqib qilish masalasi keng qamrovli ilmiy tadqiqot sohalariga, ayniqsa, dinamik tizimlar, boshqaruv nazariyasi, va robototexnika sohalariga oid. Bu masalaning amaliy ilovalari kosmik texnologiyalar, harbiy sohalar, va koʻplab boshqa sohalarda ham uchraydi. Ushbu maqola, fazoviy chegaralangan biror qochuvchini sodda taqib qilishning nostatsionar (vaqtdan bogʻliq ravishda oʻzgaruvchi) dinamik tizimlar nazariyasiga asoslangan yechimlarini koʻrib chiqadi.

Bu yerda bitta qochuvchi bir nechta boshqariluvchi obekt tomonidan sodda taqib etish masalasi qaraladi, bunda qochuvchining xolatiga fazoviy cheklovlar qoʻyilgan va oʻyinning barcha ishtirokchilarining dinamik imkoniyatlari bir xil. $a(t) \equiv 1$ xolat statsionar holat deb ataladi va u koʻplab ilmiy tadqiqotlarda oʻrganilgan. Oʻyinchilar qoʻllashi mumkin boʻlgan boshqaruvlari toʻplami birlik shardan, terminal toʻplam – qavariq kompaktdan, fazoviy chegara esa – qavariq koʻp yoqli toʻplamdan iborat boʻlgan masala qaraladi.

R^k ($k \geq 2$) fazoda $n + 1$ ishtirokchili differentsialli oʻyinni qaraylik: $P_1, \dots, P_n$ – taʼqib qiluvchilar va E – qochuvchi. Har bir P_i taqib qiluvchining harakatlanish qonuni

$$\dot{x}_i(t) = a(t)u_i(t), \quad x_i(t_0) = x^0, \quad u_i \in Q \quad (1)$$

tenglama bilan ifodalanadi. Qochuvchining harakatlanish qonuni

$$\dot{y}(t) = a(t)v(t), \quad y(t_0) = 0, \quad v \in Q \quad (2)$$

tenglama bilan ifodalanadi, bu yerda $z_i^0 = x_i^0 - y^0 \notin M_i$ ($i = 1, \dots, n$), $M_1, \dots, M_n$ – berilgan qavariq kompaktlar, $a(t) - t$ oqʻning ixtiyoriy kompakt qismida Lebeg maʼnosida integrallanuvchi funksiya, $\int_{t_0}^{+\infty} |a(s)| ds = +\infty$; Q – chegarasi silliq boʻlgan qatʼiy qavariq kompakt, $0 \in Q$.

Oʻyin jarayonida E qochuvchi quyidagicha koʻrinishda aniqlangan D toʻplamdan tashqariga chiqib ketmaydi deb xisoblaymiz:

$$D = \{z \in R^k \mid (p_j, z) \leq \mu_j, \quad j = 1, \dots, r\} \quad (3)$$

bu yerda $p_1, \dots, p_r$ – birlik vektorlar, $\mu_1, \dots, \mu_r$ – haqiqiy sonlar, $\text{Int } D \neq \emptyset$.

Faraz qilaylik $T > t_0$ – ixtiyoriy son va $\sigma - [t_0, T]$ kesmani biror $t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_s < \tau_{s+1} = T$ usulda boʻlish boʻlsin.

1-Taʼrif. $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $y(t) \in D$ funksiya olinganda

$$(\tau_l, x_1(\tau_l), \dots, x_n(\tau_l), y(\tau_l)) \quad (4)$$

nuqtaga $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $v_l(t), v_l(t) \in Q$, o'lovli funksiyani mos qo'yuvchi $b^l, l = 0, 1, \dots, s$, akslantirishlar oilasi E qochuvchining $[t_0, T]$ dagi σ bo'lishga mos V bo'lakli-dasturli strategiyasi deyiladi.

2-Ta'rif. (3) nuqtaga va $v_l(t), v_l(t) \in Q$, boshqaruvga $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $u_l^i(t), u_l^i(t) \in Q$, o'lchovli funksiyani mos qo'yuvchi $c^l, l = 0, 1, \dots, s$, akslantirishlar oilasi P_i ta'qib qiluvchining $[t_0, T]$ dagi σ bo'lishga mos U_i bo'lakli-dasturli kontrstrategiyasi deyiladi.

$z^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0, y^0)$ bo'lsin. Bu o'yinni $\Gamma = \Gamma(n, z^0, D)$ orqali belgilaymiz.

3-Ta'rif. Agar ixtiyoriy $T > t_0$ uchun $[t_0, T]$ kesmani shunday σ bo'lish va bu bo'lishga mos E qochuvchining V shunday strategiyasi mavjud bo'lsaki, P_i o'yinchilarning ixtiyoriy traektoriyalari uchun

$$x_i(t) - y(t) \notin M_i, \quad t \in [t_0, T], \quad i = 1, \dots, n,$$

munosabat o'rinli bo'lsa, u xolda Γ o'yinda qochib ketish mumkin deymiz, bu yerda $y(t) - E$ qochuvchining ushbu jarayondagi traektoriyasi.

4-Ta'rif. Agar shunday $T > t_0$ vaqt momenti topilsaki, $[t_0, T]$ intervalni ixtiyoriy σ bo'lish va E qochuvchining ixtiyoriy $y(t)$ trektoriyasi uchun P_i ta'qib qiluvchilarning σ bo'lishga mos U_i bo'lakli-dasturli kontrstrategiyalari mavjud bo'lib

$$x_m(\tau) - y(\tau) \in M_m,$$

munosabatni qanoatlantiruvchi $\tau \in [t_0, T]$ vaqt momenti va $m \in \{1, 2, \dots, n\}$ nomer mavjud bo'lsa, u holda, u xolda Γ o'yinda tutib olish mumkin deyiladi, bu yerda $x_m(t) - P_m$ ta'qib qiluvchining ushbu jarayondagi traektoriyasi.

(1) va (2) sistemalar o'rniga

$$\dot{z}_i(t) = a(t)(u_i(t) - v(t)), \quad z_i(t_0) = z_i^0 = x_i^0 - y^0. \quad (5)$$

sistemani qaraymiz. λ_i funksiyalarni quyidagicha kiritib olamiz:

$$\lambda_i(v, m_i) = \max\{\lambda \mid v - \lambda(z_i^0 - m_i) \in Q, \quad v \in Q\},$$

$$\lambda_i(v) = \max_{m_i \in M_i} \lambda_i(v, m_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

$$\lambda_i^-(v, m_i) = \max\{\lambda \mid w - \lambda(z_i^0 - m_i) \in -Q, \quad w \in -Q\},$$

$$\lambda_i^-(w) = \max_{m_i \in M_i} \lambda_i^-(w, m_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

Q to'plam – qat'iy qavariq silliq chegarali kompaktligidan $\lambda_i(v)$ funksiyalar Q to'plamda uzluksiz, $\lambda_i^-(w)$ funksiyalar esa $-Q$ to'plamda uzluksiz ([3] adabiyotga qarang) va

$$\delta(z^0) = \min_{v \in Q} \max_{i=1, \dots, n} \lambda_i(v), \quad \delta^-(z^0) = \min_{w \in -Q} \max_{i=1, \dots, n} \lambda_i^-(w)$$

tengliklardan aniqlanuvchi $\delta(z^0), \delta^-(z^0)$ mavjud, shu bilan birga

$$\delta(z^0) = 0 \Leftrightarrow 0 \in \text{Int conv} \bigcup_{i=1}^n (z_i^0 - M_i),$$

$$\delta(z^0) = 0 \Leftrightarrow \delta^-(z^0) = 0$$

Belgilashlar kiritaylik

$$A^\pm(t) = \{\tau \in [t_0, t] \mid \pm a(\tau) > 0\}, \quad A^\pm = A^\pm(+\infty),$$

$$A^0(t) = \{\tau \in [t_0, t] \mid a(\tau) > 0\}, \quad A^0 = A^0(+\infty),$$

$$\alpha^\pm(t) = \int_{A^\pm(t)} |a(s)| ds.$$

Dastlab $D = R^k$ xolatni qaraylik, u xolda qochuvchining traektoriyasiga xech qanday fazoviy chegara qo'yilmaydi.

Teorema. $\Gamma(n, z^0, D)$ o'yinda tutib olish mumkin bo'lishi uchun $\delta(z^0) > 0$ tengsizlik bajarilishi zarur va yetarli.

Fazoviy chegaralangan bitta qochuvchini sodda taqib qilishning nostatsionar masalasi murakkab va qiziqarli bo'lib, ko'plab ilmiy va amaliy sohalarda qo'llaniladi. Masalaning yechimi uchun turli matematik metodlar, shu jumladan Lagrangian va Hamiltonian usullari, Lyapunov metodlari va numerik yechimlar ishlatilishi mumkin. Bunday tizimlarni optimallashtirish va samarali boshqarish uchun vaqtga bog'liq o'zgarishlarni hisobga olish va tizimni barqarorlashtirish muhimdir. Kelajakda bu sohada qo'shimcha tadqiqotlar va yangi yondashuvlar rivojlantirilishi zarur.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

- [1]. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление (линейная теория). М.: Высшая школа, 2001. 240 с
- [2] Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
- [3] Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992. 384 с.

QAVARIQ SOHALARDA INVARIANT METRIKALAR

Qayumxo'jayev Qayumxo'ja

O'zbekiston Milliy Universiteti

Ko'p kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasida sohalarni klassifikatsiyalash muhim ahamiyatga ega. Qanday sohalar sharga, polikrugga hamda klassik sohalarga bigolomorf ekvivalentlik masalalari dolzarb masaladir. U masalalarni yechishda invariant metrikalar nazariyasidan keng foydalaniladi.

Mazkur tezis qavariq sohalar uchun invariant metrikalar: Kariteodori va Kobayasi ta'riflari hamda bu metrikalarni solishtiriladi.

Faraz qilaylik, $D \subset \mathbb{C}^n$ soha berilgan va $p, q \in D$

Ta'rif: (qarang [1]) Bu nuqtalar orasidagi Karateodori masofasi quyidagicha aniqlanadi:

$$C_D(p, q) = \sup_{f \in \theta(D, U)} \rho(f(p), f(q))$$

Bu yerda ρ - birlik doiradagi Labachevskiy masofasi.

Xossa: $F: D \rightarrow G$ bigolomorf akslantirishlar sinfi bo'lsa, u holda

$$C_G(F(p), F(q)) = C_D(p, q)$$

Ta'rif: (qarang [2]) $p, q \in D$ nuqtalar uchun Kobayasi masofasi quyidagicha aniqlanadi:

$$k_D(p, q) = \inf_{\sigma} \sum_{j=1}^m p(\zeta'_j, \zeta''_j)$$

Bu yerda ρ - birlik doiradagi Labachevskiy masofasi, $\sigma = \{f^j, \zeta'_j, \zeta''_j\}_{j=1}^m$ barcha zanjirlar uchun aniq quyi chegarasi.

Ta'rif: (qarang [1]): $D \subset \mathbb{C}^n$ soha qavariq deyiladi agar:

$$\forall x_1, x_2 \in D, \forall \lambda \in [0, 1] \Rightarrow \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in D$$

Teorema: $D \subset \mathbb{C}^n$ qavariq soha uchun quyidagi o'rinli:

$$k_D = C_D$$

Tasdiq: Agar $D \subset \mathbb{C}^n$ hamda $G \subset \mathbb{C}^n$ qavariq sohalar bo'lsa u holda ularning dekart ko'paytmasi $\mathbb{C}^{n \times n}$ fazoda qavariq soha bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Ч.2. М.: Наука. 3-е изд., 1985 г
2. Shoshachi Kobayashi Hyperbolic complex spaces, Springer., 1998

KOBAYASI SHARLARIDA ANIQLANGAN AKSLANTIRISHNI SOHAGA GOLOMORF DAVOM ETTIRISH MASALASI

Qayumxo'jayev Qayumxo'ja

O'zbekiston Milliy Universiteti

Ta'rif: (qarang [2]) $p, q \in D$ nuqtalar uchun Kobayasi masofasi quyidagicha aniqlanadi:

$$k_D(p, q) = \inf_{\sigma} \sum_{j=1}^m p(\zeta'_j, \zeta''_j)$$

Bu yerda ρ - birlik doiradagi Labachevskiy masofasi, $\sigma = \{f^j, \zeta_j', \zeta_j''\}_{j=1}^m$ barcha zanjirlar uchun aniq quyi chegarasi.

Faraz qilamiz $D \subset \mathbb{C}^n[m \times m]$, $\Delta = \{t \in \mathbb{C}: |t| < 1\}$. $Hol(\Delta, D)$ orqali Δ dan D ga ta'sir qiluvchi golomorf akslantirishlar to'plamini belgilaymiz. $Z \in D$ nuqtadagi V yo'nalish bo'yicha $K_D(Z, V)$ Kobayasi differensial metrikasi ushbu:

$$K_D(Z, V) = \inf \left\{ \frac{1}{r} : f \in Hol(\Delta, D), f(0) = Z, f'(0) = rV, (r > 0) \right\}$$

formula bilan aniqlanadi. $Z_1, Z_2 \in D$ nuqtalar uchun $k_D(Z_1, Z_2)$ Kobayasi metrikasi:

$$k_D(Z_1, Z_2) = \inf \left\{ \int_0^1 K_D(\gamma(t), \gamma'(t)) dt, \gamma: [0, 1] \rightarrow D, \gamma \in \mathbb{C}^1[0, 1], \gamma(0) = Z_1, \gamma(1) = Z_2 \right\}$$

kabi aniqlanadi. Ushbu metrikaga nisbatan $Z_0 \in D$ da va radiusi $r > 0$ bo'lgan sharni quyidagicha aniqlaymiz:

$$D^{(r)}(Z_0) = \{Z \in D: k_D(Z_0, Z) < r\}.$$

Ikkita $B_{n,m}$ matritsaviy sharlarning dekart ko'paytmasini quyidagicha belgilaymiz $G = B_{n,m} \times B_{n,m}$.

Teorema: Faraz qilamiz $Z_0, W_0 \in G$ va $D^{(r)}(Z_0)$ va $D^{(r)}(W_0)$ lar markazlari mos ravishda Z_0 va W_0 nuqtalarda bo'lgan Kobayasi metrikasidagi sharlar bo'lsin.

Agar $f: D^{(r)}(Z_0) \rightarrow D^{(r)}(W_0)$ akslantirish bigolomorf va $f(Z_0) = W_0$ bo'lsa, u holda f akslantirish bigolomorf tarzda $\tilde{f}: G \rightarrow G$ avtomorfizmga davom etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Ч.2. М.: Наука. 3-е изд., 1985 г
2. Shoshachi Kobayashi Hyperbolic complex spaces, Springer., 1998

TIME-OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR AN INFINITE SYSTEM OF BINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

Qo'shaqov Xolmurodjon

PhD, Andijan State University

Vasiyeva Gulsanam

Andijan State University

Ortiqova Rayhona

Andijan State University

In this article, we study the optimal control problem, which includes a system of infinite differential equations. The problem is considered in the Hilbert space

l_2 . Then we find the optimal time to bring the state of the system in question from the initial state to the origin of the Hilbert space l_2 and build an optimal strategy.

In the present paper, we study the following controlled system of infinite 2-systems of differential equations in the Hilbert space l_2 :

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= -\lambda_i x_i + y_i + w_{i1}, & x_i(0) &= x_{i0}, \\ \dot{y}_i &= -\lambda_i y_i + w_{i2}, & y_i(0) &= y_{i0},\end{aligned}$$

on a given time interval $[0, T]$, where T is sufficiently large number, λ_i , $i = 1, 2, \dots$, are given non negative real numbers, $\eta_0 = (\eta_{10}, \eta_{20}, \dots) = (x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, \dots)$ with $\eta_{i0} = (x_{i0}, y_{i0})^*$ is the initial state, where $*$ is the transposition operation. It is assumed that $\eta_0 \neq 0$.

For the time-optimal control problem, we find optimal time to steer the state of the system from a given initial state to the origin of the space l_2 . Also, we construct corresponding optimal strategy [3].

Let μ, ρ_0 and σ_0 be positive numbers, where $\rho_0 > \sigma_0$.

We will use the symbol $w(\cdot)$ to denote the function $w(t)$, $0 \leq t \leq T$.

Definition 2.1. We call the function

$$w(\cdot) = (w_{11}(\cdot), w_{12}(\cdot), w_{21}(\cdot), w_{22}(\cdot), \dots), \quad w: [0, T] \rightarrow l_2,$$

an admissible control if its coordinates $w_{k1}(t), w_{k2}(t)$, $0 \leq t \leq T$, $k = 1, 2, \dots$, are measurable and satisfy the following constraint

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T (w_{k1}^2(s) + w_{k2}^2(s)) ds \leq \mu^2.$$

We let $S(\mu)$ denote the set of all admissible controls.

Definition 2.2. We call the functions $u(\cdot) \in S(\rho_0)$ and $v(\cdot) \in S(\sigma_0)$ admissible controls of pursuer and evader, respectively.

Definition 2.3. A function

$$\begin{aligned}U(t, v) &= (U_1(t, v), U_2(t, v), \dots), \quad U_k(t, v) = (U_{k1}(t, v), U_{k2}(t, v)), \\ U: [0, T] \times l_2 &\rightarrow l_2,\end{aligned}$$

with the components U_k of the form $U_k(t, v) = v_k(t) + w_k(t)$ with $v_k(t) = (v_{k1}(t), v_{k2}(t))$ and $w_k(t) = (w_{k1}(t), w_{k2}(t))$ that satisfy, for any $v(\cdot) \in S(\sigma_0)$, the condition

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T |U_k(t, v(t))|^2 dt \leq \rho_0^2, \quad |U_k(t, v(t))|^2 = U_{k1}^2(t, v(t)) + U_{k2}^2(t, v(t)),$$

is called a strategy of the pursuer, where $w(\cdot) = (w_1(\cdot), w_2(\cdot), \dots) \in S(\rho_0 - \sigma_0)$.

To define strategy of evader, we let

$$\rho(t) = \left(\rho_0^2 - \int_0^t \|u(s)\|^2 ds \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma(t) = \left(\sigma_0^2 - \int_0^t v(s)^2 ds \right)^{\frac{1}{2}},$$

where

$$u(s)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} |u_i(s)|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (u_{i1}^2(s) + u_{i2}^2(s)).$$

Note that $\rho^2(t)$ and $\sigma^2(t)$ express the quantities of pursuer's and evader's control resources, respectively, remained at the time t .

Definition 2.4. We call the function

$$(t, \eta, \rho, \sigma, \xi) \rightarrow V(t, \eta, \rho, \sigma, \xi), \quad V: [0, T] \times l_2 \times [0, \rho_0] \times [0, \sigma_0] \times l_2 \rightarrow l_2,$$

the evader's strategy, if it satisfies the following conditions

(i) $V = V_0(t)$ whenever $\rho > \sigma$, where $V_0(t)$ is an admissible control of evader,

(ii) $V = 0$ whenever $\rho \leq \sigma$ and $(t, \eta) \in G_1$, where G_1 is a subset of $[0, T] \times l_2$,

(iii) $v = V(t, \eta(t), \rho, \sigma, u(t - \varepsilon))$ whenever $\rho \leq \sigma$ and $(t, \eta) \in G_2$, where ε is a positive number, $u(\cdot)$ is an admissible control of pursuer, G_2 is a subset of $[0, T] \times l_2$,

(iv) $V(\cdot, \eta, \rho, \sigma, \eta(\cdot))$ is a measurable function.

In this section we consider a time optimal control problem.

Note that if $w(\cdot) \in S(\mu)$ and $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots$, then there exists a unique solution $\eta(t) = (\eta_1(t), \eta_2(t), \dots)$, $0 \leq t \leq T$, of the infinite system of differential equations (2.1) in the space $C(0, T; l_2)$, of course, for $i = 1, 2, \dots$,

$$\eta_i(t) = e^{A_i t} \eta_{i0} + \int_0^t e^{A_i(t-s)} w_i(s) ds.$$

Problem 3.1. Find the optimal time to steer the state $\eta(t)$ of system (2.1) from the initial state $\eta_0 = (x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, \dots) \in l_2$ to the origin of l_2 , and find an optimal control $w(\cdot) \in S(\mu)$.

In this research, we have studied optimal control and differential game problems described by an infinite system of 2 block differential equations.

Our contributions are as follows. We have obtained an equation for the optimal time to transfer the state of the system from the given initial state to the origin of the space l_2 and constructed the optimal control.

REFERENCES

1. Albeverio S., Alimov Sh.A. On a time-optimal control problem associated with the heat exchange process. Applied mathematics and optimization. 2008. 57(1), pp. 58–68
2. Azamov A.A., Ibragimov G.I, Mamayusupov K., Ruzibaev M.B. On the stability and null controllability of an infinite system of linear differential equations. Journal of Dynamical and Control Systems. 2021. 3(2), pp. 79–91.

MUNTAZAM TETRAEKSAEDR QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI

Qo'shaqov Xolmurodjon

PhD, Andijon davlat universiteti

Anorboyeva Mohinur

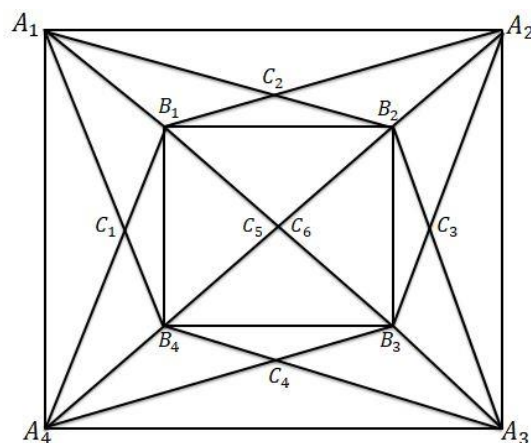
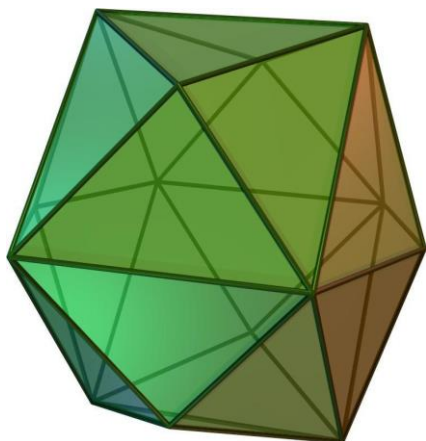
Andijon davlat universiteti

G'anijonova Gulshoda

Andijon davlat universiteti

Ushbu ishda Muntazam Tetraeksaedr shaklida uch quvlovchi yordamida bitta qochuvchining tutish differensial o'yinini o'z ichiga oladi. O'yinda "asosiy quvlovchilar" deb ataladigan quvlovchilarning maksimal tezliklari $\rho_1 = 1$ va $\rho_2 = 1$ bo'lib, bu qochuvchining maksimal tezligi bilan bir xil. Shuningdek, uchinchi quvlovchining maksimal tezligi 0 dan biroz yuqoriroqdir, ya'ni u doimiy ravishda harakat qilishi uchun yetarli. Quvlovchilardan birining holati qochuvchining holati bilan ustma-ust tushsa, quvlovchilar o'yinda g'alaba qozongan deb hisoblanadi.

Muntazam Tetraeksaedr shunday fazoviy shaklki, u kubning barcha yoqlariga hamma qirralari kubning qirralariga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat piramidalarni o'zaro biriktirish orqali hosil qilingan hamda yoqlari 24 ta muntazam uchburchaklardan iborat ko'pyoq. Muntazam Tetraeksaedr shakli 14 ta uch va 36 ta bir xil qirraga ega. Bu fazoviy shakl rximed jismlarining bir turi hisoblanadi (1-rasm). 2-rasmda esa muntazam Tetraeksaedrning grafigi tasvirlangan. Biz qulaylik uchun Muntazam Tetraeksaedrni K harfi bilan belgilab olamiz.



Aytaylik tomoni bir-biriga teng bo'lgan ixtiyoriy $A_1 \dots A_4 B_1 \dots B_4 C_1 \dots C_6$ muntazam Tetraeksaedrda (2-rasm) $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ quvlovchilar guruhi va bitta E qochuvchi harakatlanayotgan bo'lsin (2-rasm). Biz

ularni umumiy o'yinchilar deb ataymiz. O'yinchilar doimo bir-birlarining harakatlari, holatlarini ko'rib his qilib turadi deb olamiz. $P_i(t), i = 1, 2, 3$ va $E(t)$ lar mos ravishda quvlovchilar va qochuvchining t momentdagi muntazam Tetraeksaedr shaklidagi vaziyati hisoblanadi. Jumladan, $t = 0$ momentdagi holat o'yinchilarning boshlang'ich holati deyiladi. Biz quvish o'yinini o'rganayotganimiz uchun quvlovchilarga o'yinni o'z foydalariga hal qilish uchun strategiyalar quramiz. Qochuvchi esa ixtiyoriy boshqaruvni qo'llab harakatlansin deb olamiz.

Qaralayotgan differensial o'yin quyidagicha berilgan:

$$\begin{aligned}\dot{P}_i(t) &= u_i, P_i(0) = P_{i0}, i = 1, 2, 3; \\ \dot{E}(t) &= v, E(0) = E_0\end{aligned}$$

Buyerda $P_i, E, u_i, v \in R^2$, $P_i(0) \neq E(0)$, va $|v| \leq \sigma = 1$, $|u_i| \leq \rho_i$, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda, birinchi quvlovchi P_1 va P_2 ning tezligini qochuvchining tezligiga, 1ga teng, deb olamiz ($\rho_1, \rho_2 = 1$), qolganining tezligi nomigagina mavjud bo'lsa, kifoya, ya'ni 0 dan biroz katta bo'lsa, yetadi ($0 < \rho_3 < 1$). P_{10}, P_{20}, P_{30} quvlovchilarning boshlang'ich holatlari va E_0 esa qochuvchining boshlang'ich holati. B(r) orqali radiusi r va markazi R^2 da bo'lgan doiralar to'plamini belgilaylik.

Ta'rif 1. Agar $u_i = U_i(t, x_1, x_2, y, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar va qochuvchining ixtiyoriy $v = v(t)$ joizboshqaruvi uchun berilgan Koshi masalasi yagona $P_1(t), P_2(t), P_3(t), E(t), t \geq 0$, yechimga ega bo'lsa, $(t, P_1, P_2, P_3, E, v) \rightarrow U_i(t, P_1, P_2, P_3, E, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar mos ravishda $P_i, i = 1, 2, 3$, quvlovchilarning strategiyalari deyiladi.

Ta'rif 2. Agar E qochuvchi muntazam tetraeksaedrning ixtiyoriy qirrasida joylashgan holda qanday strategiya qo'llamasin, $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ guruhning shunday strategiyasi va unga binoan shunday $\tau > 0$ soni topilsaki, biror $i = 1, 2, 3$ uchun $P_i(\tau) = E(\tau)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o'yinni quvlovchilar guruhi yutdi (ba'zan o'yin tugadi) deyiladi.

Teorema. Agar $\sigma = 1$ hamda $\rho_1, \rho_2 = 1$, va $\rho_3 > 0$ bo'lsa, o'yinni P quvlovchilar guruh yutadi, ya'ni muntazam Tetraeksaedr qirralarida quvlovchilar guruhi qochuvchini tuta oladi.

Ushbu ishda Arximed jismlar turiga mansub Muntazam Tetraeksaedr qirralarida 3 quvlovchi va bir qochuvchili differensial o'yin o'rganildi. Bunda ikki quvlovchilar va qochuvchining maksimal tezliklari teng, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda bu tezlikni 1 deb oldik. Qolgan quvlovchining tezligi esa nomigagina mavjud bo'lsa kifoya deb oldik, ya'ni 0 dan biroz katta. O'yinda ikkinchi va uchinchi quvlovchilar qochuvchini doimiy harakatlanishga majbur

etuvchi quvlovchilar bo'lib xizmat qilishgan bo'lsa, birinchi quvlovchi qochuvchining harakatlanish maydonini kamaytirishga xizmat qildi. O'yinni qachon tugashligi $\min\{\rho_2; \rho_3\}$ qiymatga bog'liq.

Muntazam Tetraeksaedr qirralarida bir qochuvchini tutish uchun eng kamida 3 quvlovchi yetarli ekan. O'yin davomida quvlovchilarga o'yinni yakunlash uchun strategiyalar qurildi. [2] maqola ushbu ishni o'rganishimiz uchun asos bo'ldi.

ADABIYOTLAR

[1] Isaacs R. (1965). Differential games. John Wiley & Sons, New York, NY, USA.

[2] Azamov A.A., Ibragimov G.I., Ibaydullaev T., Alias I.A. (2021) Optimal number of pursuers in the differential games on the 1-skeleton of orthoplex. Symmetry (Game Theoretical Symmetry Dynamic Processes). 10.3390/sym13112170.

[3] Ibragimov G.I., Xasanjonova N.U. (2023) Differential game of two pursuers and one evader on a truncated tetrahedron. Scientific Bulletin of NamSU.

CHO'ZILGAN UCHBURCHAK GUMBAZ QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI

Qo'shaqov Xolmurodjon

PhD, Andijon davlat universiteti

To'lanboyeva Nodiraxon

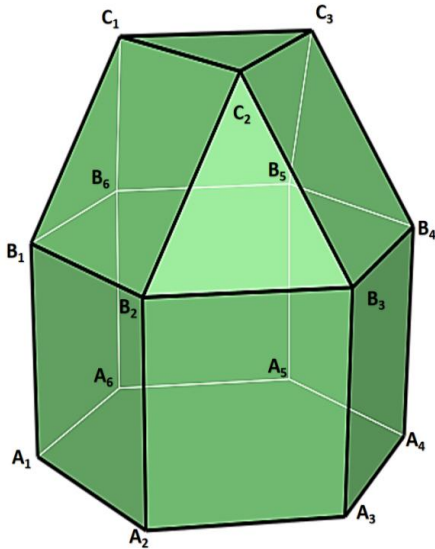
Andijon davlat universiteti

Abduraxmonova Robiyaxon

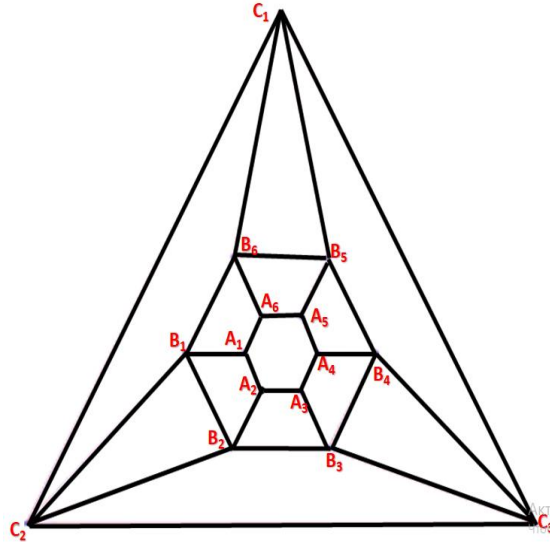
Andijon davlat universiteti

Bu ish cho'zilgan uchburchak gumbazda uch quvlovchi va bitta qochuvchining tutish differensial o'yinini o'z ichiga oladi. O'yinda bir quvlovchining maksimal tezligi $\rho_1 = 1$ bo'lib, bu qochuvchining maksimal tezligi bilan bir xil. Biroq, boshqa quvlovchilarning maksimal tezligi shunchaki musbat bo'lishi kifoya, ya'ni ular doimiy ravishda harakat qilishlari uchun etarli. Quvlovchilardan birining holati qochuvchining holati bilan ustma-ust tushsa, quvlovchilar o'yinda g'alaba qozongan deb hisoblanadi. O'yinni yakunlash uchun strategiya qurildi va strategiyadan foydalangan holda tutish mumkinligi isbotlandi.

Biz ushbu ish orqali cho‘zilgan uchburchak gumbazda quvlash masalasini o‘rganamiz. Cho‘zilgan uchburchak gumbaz shunday fazoviy shaklki, u muntazam uchburchak gumbazining oltiburchakli asosiga oltiburchakli prizma biriktirish orqali hosil qilingan va 4 ta muntazam uchburchak, 9 ta kvadrat, 1 ta muntazam oltiburchakli yoqdan iborat ko‘pyoq.



1-rasm. Cho‘zilgan uchburchak gumbaz.



2-rasm. Cho‘zilgan uchburchak gumbaz grafi.

Cho‘zilgan uchburchak gumbaz 15 ta uch va 27 ta bir xil qirrarga ega. Bu fazoviy shakl Arximed jismlarining bir turi hisoblanadi (1-rasm). 2-rasmda esa cho‘zilgan uchburchak gumbazning grafi tasvirlangan.

Aytaylik tomoni bir birlik bo‘lgan ixtiyoriy $A_1 \dots A_6 B_1 \dots B_6 C_1 \dots C_3$ cho‘zilgan uchburchak gumbazning garfida (2-rasm) $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ quvlovchilar guruhi va bitta E qochuvchi harakatlanayotgan bo‘lsin (2-rasm). O‘yinchilar doimo bir-birlarining harakatlari, holatlarini ko‘rib his qilib turadi deb olamiz. $P_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ va $E(t)$ lar mos ravishda quvlovchilar va qochuvchining t momentdagi cho‘zilgan uchburchak gumbazdagi vaziyati hisoblanadi. Jumladan, $t = 0$ momentdagi holat quvuvchilar va qochuvchining boshlang‘ich holati deyiladi. Biz quvish o‘yinini o‘rganayotganimiz uchun quvlovchilarga o‘yinni o‘z foydalariga hal qilish uchun strategiyalar quramiz. Qochuvchi esa ixtiyoriy boshqaruvni qo‘llab harakatlansin deb olamiz.

Qaralayotgan differensial o‘yin quyidagicha berilgan:

$$\dot{P}_i(t) = u_i, P_i(0) = P_{i0}, i = 1, 2, 3;$$

$$\dot{E}(t) = v, E(0) = E_0.$$

Bu yerda $P_i, E, u_i, v \in R^2$, $P_i(0) \neq E(0)$, va $|v| \leq \sigma = 1$, $|u_i| \leq \rho_i$, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda, birinchi quvlovchi P_1 ning tezligini qochuvchining tezligiga, 1 ga teng, deb olamiz ($\rho_1 = 1$), qolgan quvlovchilarning

tezliklari shunchaki musbat bo'lsa kifoya ($0 < \rho_2 < 1$, $0 < \rho_3 < 1$). P_{10}, P_{20}, P_{30} quvlovchilarning boshlang'ich holatlari va E_0 esa qochuvchining boshlang'ich holati. $B(r)$ orqali radiusi r va markazi R^2 da bo'lgan doiralar to'plamini belgilaylik.

1-Ta'rif. Agar $u_i = U_i(t, x_1, x_2, x_3, y, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar va qochuvchining ixtiyoriy $v = v(t)$ joiz boshqaruvi uchun berilgan Koshi masalasi yagona $P_1(t), P_2(t), P_3(t), E(t)$, $t \geq 0$, yechimga ega bo'lsa, $(t, P_1, P_2, P_3, E, v) \rightarrow U_i(t, P_1, P_2, P_3, E, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar mos ravishda P_i , $i = 1, 2, 3$, quvlovchilarning strategiyalari deyiladi.

2-Ta'rif. Agar E qochuvchi cho'zilgan uchburchak gumbazning ixtiyoriy qirrasida joylashgan holda qanday strategiya qo'llamasin, $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ guruhning shunday strategiyasi va unga binoan shunday $\tau > 0$ soni topilsaki, biror $i = 1, 2, 3$ uchun $P_i(\tau) = E(\tau)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o'yinni quvlovchilar guruhi yutdi deyiladi.

Teorema. Agar $\sigma = 1$ hamda $\rho_1 = 1$, $\rho_2 > 0$ va $\rho_3 > 0$ bo'lsa, o'yinda P quvlovchilar guruhi yutadi.

Bu ishda Arximed jismlar turiga mansub bo'lgan cho'zilgan uchburchakli gumbazning qirralarida 3 quvlovchi va bir qochuvchili differensial o'yin o'rganildi. Bunda bir quvlovchi va qochuvchining maksimal tezliklari teng, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda bu tezlikni 1 deb oldik. Qolgan quvlovchilarning tezligi shunchaki musbat bo'lsa kifoya. O'yinda ikkinchi quvlovchi qochuvchini doimiy harakatlanishga majbur etuvchi quvlovchi bo'lib xizmat qilgan bo'lsa, birinchi quvlovchi qochuvchining harakatlanish maydonini kamaytirishga xizmat qildi.

Cho'zilgan uchburchak gumbaz qirralarida bir qochuvchini tutish uchun eng kamida 3 quvlovchi yetarli ekan. O'yin davomida quvlovchilarga o'yinni yakunlash uchun strategiyalar qurildi. [1], [2] ishlar ushbu ishni o'rganishimiz uchun asos bo'ldi.

ADABIYOTLAR

1. Azamov A., Ibaydullaev T. (2020). A pursuit-evasion differential game with slow pursuers on the edge graph of simplexes I. Mathematical Game Theory and Applications. 12(4): 7–23.
2. Qo'shaqov X., Maxammadzokirov Sh., Ortiqova R., (2024). Differential game of three pursuers and one evader on an elongated pentagonal pyramid. Scientific reports of Bukhara State University 2024/8 (113).

3. Ibragimov G.I., Muhammadjonova M. A. (2024) Kuboktaedr qirralari bo'ylab uch quvlovchi va bir qochuvchining tutish differensial o'yini. Scientific reports of Bukhara State University 2024/6 (111).

CHO'ZILGAN BESHBURCHAKLI PIRAMIDA QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI

Qo'shaqov Xolmurodjon

PhD, Andijon davlat universiteti

Turg'unova Feruza

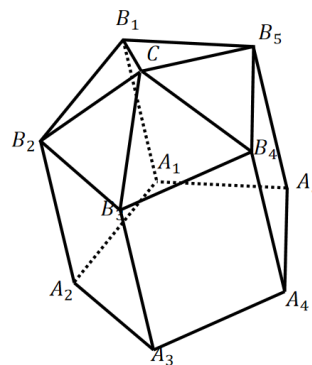
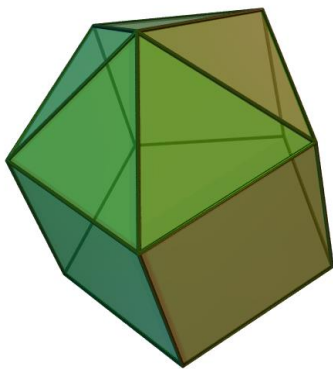
Andijon davlat universiteti

Ibragimova Dilafruz

Andijon davlat universiteti

Ushbu ishda biz cho'zilgan beshburchakli piramida qirralarida uch quvlovchi va bitta qochuvchining differentsial o'ynini o'rganamiz. O'yinda "asosiy quvlovchilar" deb ataladigan ikkitta quvlovchilarning maksimal tezliklari $\rho_1 = 1, \rho_2 = 1$ ga teng. Bu qochuvchining maksimal tezligi bilan bir xil. Uchinchi quvlovchinining maksimal tezligi esa 0 dan biroz yuqoriroqdir, ya'ni u doimiy ravishda harakat qilishi uchun yetarli. Quvlovchilardan birining holati qochuvchining holati bilan ustma-ust tushsa, quvlovchilar o'yinda g'alaba qozongan deb hisoblanadi.

Biz ushbu maqola orqali Elongated Pentagonal pyramid(uzaytirilgan besh burchakli piramida) da quvlash masalasini o'rganamiz. Elongated Pentagonal pyramid shunday fazoviy shaklki, 5 ta muntazam uchburchak, 5 ta kvadratlari va bitta muntazam beshburchakli yog'dan iborat ko'pyoq. Elongated Pentagonal pyramidda 11 ta uch bo'lib, 20 ta bir xil qirraga ega. Bu fazoviy shakl Arximed jismlarining bir turi hisoblanadi (1-rasm). 2-rasmda esa Elongated Pentagonal pyramidning grafi tasvirlangan.



1-rasm. Cho'zilgan beshburchakli piramida.

Aytaylik tomoni bir birlik bo'lgan ixtiyoriy $A_1 \dots A_5 B_1 \dots B_5 C$ Cho'zilgan beshburchakli piramida qirralari ya'ni G da (2-rasm) $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ quvlovchilar guruhi va bitta E qochuvchi harakatlanayotgan bo'lsin (2-rasm). Biz ularni umumiy o'yinchilar deb ataymiz. O'yinchilar doimo bir-birlarining harakatlari, holatlarini ko'rib, his qilib turadi deb olamiz. $P_i(t), i = 1, 2, 3$ va $E(t)$ lar mos ravishda quvlovchilar va qochuvchining t momentdagi kuboktaedrdagi vaziyati hisoblanadi. Jumladan, $t = 0$ momentdagi holat o'yinchilarning boshlang'ich holati deyiladi. Biz quvish o'yinini o'rganayotganimiz uchun quvlovchilarga o'yinni o'z foydalariga hal qilish uchun strategiyalar quramiz. Qochuvchi esa ixtiyoriy boshqaruvni qo'llab harakatlansin deb olamiz.

Qaralayotgan differensial o'yin quyidagicha berilgan:

$$\dot{P}_i(t) = u_i, \quad P_i(0) = P_{i0}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\dot{E}(t) = v, \quad E(0) = E_0$$

Bu yerda $P_i, E, u_i, v \in G$, $P_i(0) \neq E(0)$ va $|v| \leq \sigma = 1$, $|u_i| \leq \rho_i$, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda birinchi va ikkinchi quvlovchi P_1 va P_2 ning tezligini qochuvchining tezligiga, 1 ga teng deb olamiz ($\rho_1 = 1, \rho_2 = 1$), uchinchi quvlovchining tezligi nomigagina mavjud bo'lsa kifoya, ya'ni 0 dan biroz katta bo'lsa, yetadi ($0 < \rho_3 < 1$). P_{10}, P_{20}, P_{30} quvlovchilarning boshlang'ich holatlari va E_0 esa qochuvchining boshlang'ich holati. $B(r)$ orqali radiusi r va markazi R^2 da bo'lgan doiralar to'plamini belgilaylik.

Biz quvlash differensial o'yinini qaraymiz. Bunday differensial o'yinlarda quvlovchilar biror strategiyalarni qo'llaydi. Qochuvchi esa ixtiyoriy joiz boshqaruvni qo'llaydi.

1-Ta'rif. Agar $u_i = U_i(t, P_1, P_2, P_3, E, v)$, $i = 1, 2, 3$ funksiyalar va qochuvchining ixtiyoriy $v = v(t)$ joiz boshqaruvi uchun berilgan Koshi masalasi yagona $P_1(t), P_2(t), P_3(t), E(t), t \geq 0$ yechimga ega bo'lsa, $(t, P_1, P_2, P_3, E, v) \rightarrow U_i(t, P_1, P_2, P_3, E, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar mos ravishda $P_i, i = 1, 2, 3$, quvlovchilarning strategiyalari deyiladi.

2-Ta'rif. Agar E qochuvchi kuboktaedrnining ixtiyoriy qirrasida joylashgan holda qanday strategiya qo'llamasin, $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ guruhning shunday strategiyasi va unga binoan shunday $\tau > 0$ soni topilsaki, biror $i = 1, 2, 3$ uchun $P_i(\tau) = E(\tau)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o'yinni quvlovchilar guruhi yutadi (ba'zan o'yin tugadi) deyiladi.

Quyidagi teorema ushbu ishning asosiy natijasi hisoblanadi:

Teorema. Agar $\sigma = 1$ hamda $\rho_1 = 1, \rho_2 = 1$ va $\rho_3 > 0$ bo'lsa, o'yinni P quvlovchilar guruh yutadi, ya'ni Cho'zilgan beshburchakli piramida qirralarida quvlovchilar guruhi qochuvchini tuta oladi.

Ushbu ishda Arximed jismlar turiga mansub Elongated Pentagonal pyramidning qirralarida 3 quvlovchi va bir qochuvchili differensial o'yin o'rganildi. Bunda ikki quvlovchi va qochuvchining maksimal tezliklari teng. Umumiylikka ziyon yetkazmagan holda, bu tezlikni 1 deb oldik. Uchinchi quvlovchining tezligi esa nomigagina mavjud bo'lsa kifoya deb oldik, ya'ni 0 dan biroz kattaroq. O'yinning qachon tugashi ρ_3 qiymatga bog'liq.

Bunda biz Cho'zilgan beshburchakli piramida qirralarida bir qochuvchini tutish uchun eng kamida 3 quvlovchi yetarli ekanini isbotladik. O'yin davomida quvlovchilarga o'yinni yakunlash uchun strategiyalar qurildi. [2] maqola ushbu ishni o'rganishimiz uchun asos bo'ldi.

ADABIYOTLAR

[1] Azamov A.A. (1983). On Pontryagin's second method in linear differential games of pursuit. Mat. Sb. (N.S.), 118(160):3(7) (1982), 422–430; Math. USSR-Sb., 46:3, 429–437.

[2] Ibragimov G.I., Xasanjonova N.U. (2023) Kesik tetraedrda ikki quvlovchi va bir qochuvchining differensial o'yini. Scientific Bulletin of NamSU. № 7: 28–36.

A PIECEWISE CONSTANT ARGUMENT METHOD FOR SOLVING NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF BRATU TYPE

Shermuxammedov Baxtiyor

PhD student, Samarkand state university

Our main goal in this work is to apply the method of Piecewise constant arguments to numerical solutions of nonlinear differential equations of Bratu type of the form [1]

$$y''(t) + ae^{by(t)} = 0, t \in [0,1] \quad (1)$$

with initial conditions $y(0) = a_1$ and $y'(0) = b_1$, where a, b, a_1 and b_1 are real constants.

Let n be a positive integer number and $t_k = \frac{k}{n}, k = 1, 2, \dots, n$. Consider the following differential of equations with piecewise constant arguments of the form

$$y''(t) + ae^{by(t_{k-1})} = 0, \quad t \in [t_{k-1}, t_k), k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$y(0) = a_1, \quad y'(0) = b_1$$

A solutions of (2) is defined as following:

Definition. A function $y(t) := y_n(t)$ is called a solution of the initial value problem (2) if the following conditions are satisfied:

(i) $y(t)$ and $y'(t)$ are continuous on $[0,1]$;

(ii) $y''(t)$ exists and continuous on $[0,1]$ with possible exception at points t_k , $k = 0,1,\dots,n$, where one-sided derivatives exist;

(iii) $y(t)$ satisfies the initial value problem (2) in $(0,1)$, with the possible exception at the points t_k , $k = 0,1,\dots,n$.

The equation (2) is called differential equations with a piecewise constant argument corresponding to the non-linear differential equation (1).

Theorem 1. *For any positive integer number n the initial value problem (2) has a unique solution y_n defined as*

$$y(t) = -\frac{1}{2}ae^{by(t_{k-1})}(t - t_{k-1})^2 + y'(t_{k-1})(t - t_{k-1}) + y(t_{k-1}) \quad (3)$$

where

$$y(t_{k-1}) = \lim_{t \rightarrow t_{k-1}^-} y(t), \quad y'(t_{k-1}) = \lim_{t \rightarrow t_{k-1}^-} y'(t).$$

The following theorem claims that the function y_n can be approximate solution for the initial value problem (1).

Theorem 2. *For any $\varepsilon > 0$ there exists a positive number $n_0 = n_0(\varepsilon)$ such that for any positive integer number n with $n > n_0$ the inequality*

$$\sup_{t \in [0,1]} |y''_n(t) + ae^{by_n(t)}| < \varepsilon \quad (4)$$

holds, where y_n is solution of the initial value problem (2).

We define the absolute error (AE)

$$AE = |y(t_i) - y_n(t_i)|, \quad i = 1,2,\dots,k,$$

where $y(t)$ and $y_n(t)$ represent the exact and the numerical solutions respectively. All of the computations have been performed using MAPLE 12.

In order to verify the effectiveness of the suggested methods, we consider one example and gives the absolute error of the difference between approximate and exact solution.

Example. [1] Here we consider the nonlinear Bratu equation for $a = -2$, $b = 1$,

$$y''(t) - 2e^{y(t)} = 0, \quad t \in [0,1]$$

with initial conditions $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Exact solution is $y(t) = -2 \ln(\cos t)$.

Table 1

Computed Piecewise constant argument method solutions $y_n(t)$ for Example.

t	$y(t)$	$y_n(t)$	Present method AE
0.0	0.000000000000	0.000000000000	0
0.1	0.010016711246	0.010016707896	3.34×10^{-9}
0.2	0.040269546104	0.040269518896	2.72×10^{-8}
0.3	0.091383311852	0.091383217628	9.42×10^{-8}
0.4	0.164458038150	0.164457806384	2.31×10^{-7}
0.5	0.261168480887	0.261168005308	4.75×10^{-7}
0.6	0.383930338838	0.383929463320	8.75×10^{-7}
0.7	0.536171515135	0.536170009794	1.50×10^{-6}
0.8	0.722781493622	0.722779012990	2.48×10^{-6}
0.9	0.950884887171	0.950880893029	3.99×10^{-6}

The numerical results and absolute error are presented in Table 1.

REFERENCES

1. Jilong He, Cong Cao, A new neural network method for solving Bratu type equations with rational polynomials, International Journal of Machine Learning and Cybernetics 2024.

INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A MIXED EQUATION WITH FRACTIONAL TIME ORDER INVOLVING THE PRABHAKAR OPERATOR

Toshpulatov Muzaffar
Andijan State University

We consider the following mixed equation

$$\frac{1 - \operatorname{sgn}(t - a)}{2} \cdot {}^{PC}D_{0t}^{\alpha, \beta_1, \gamma, \delta} u(t, x) + \frac{1 + \operatorname{sgn}(t - a)}{2} \cdot {}^{PC}D_{at}^{\alpha, \beta_2, \gamma, \delta} u(t, x) - \left[(1 - x^2) U_x \right]_x = 0 \quad (1)$$

in a domain $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup J$, where $J = \{(t, x) : t = a, -1 < x < 1\}$,

$\Omega_1 = \{(t, x) : -1 < x < 1, 0 < t < a\}$, $\Omega_2 = \{(t, x) : -1 < x < 1, a < t < b\}$, $a, b \in \mathbb{R}^+$ such that

$b > a$, $1 < \beta_1 \leq 2, 0 < \beta_2 \leq 1$, $\alpha, \gamma, \delta \in \mathbb{R}, \alpha > 0$, $m - 1 < \beta \leq m, m \in \mathbb{N}, \gamma \in \mathbb{R}, \lambda, \delta \in \mathbb{R}$,

$${}^{PC}D_{at}^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} f(t) = {}^PI_{at}^{\alpha, m - \beta, -\gamma, \delta} \frac{d^m}{dt^m} f(t)$$

is a regularized Prabhakar derivative of order β

$${}^P I_{ax}^{\alpha, \beta, \gamma, \delta} f(x) = \int_a^x (x - \xi)^{\beta-1} E_{\alpha, \beta}^{\gamma}(\delta(x - \xi)^{\alpha}) f(\xi) d\xi, x > a \quad (1.4)$$

is a order Prabhakar fractional integral.

Problem. Find a regular solution of equation (1) in Ω , satisfying initial conditions:

$$u(0, x) = \varphi(x), -1 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow a+} {}^{PC} D_{at}^{\alpha, \beta_1, \gamma, \delta} u(t, x) = \lim_{t \rightarrow a-} u_t(t, x), -1 < x < 1 \quad (3)$$

such that $u(t, x)$, $u_x(t, x)$ are bounded at $x = -1, x = 1$

Definition: Function $u(t, x)$ is called a regular solution of equation (1) in Ω , if $u(t, x) \in C(\bar{\Omega})$, $u_{xx}(t, x) \in C(\Omega_1 \cup \Omega_2)$, ${}^{PC} D_{0t}^{\alpha, \beta_1, \gamma, \delta} u(t, x) \in C(\Omega_1)$, ${}^{PC} D_{at}^{\alpha, \beta_2, \gamma, \delta} u(t, x) \in C(\Omega_2)$ and satisfies equation (1) in Ω .

Similar problem was studied for a mixed wave-diffusion equation involving the regularized Prabhakar fractional derivative in [5].

REFERENCES

1. T.R. PRABHAKAR, A singular integral equation with a generalized Mittag-Leffler function in the kernel., Yokohama Math. 1971, J.19, pp.7-15.
2. N.AL-SALTI, KARIMOV E.T, Inverse source problems for degenerate time-fractional PDE., Progr.Fract.Differ.Appl. 2022, Vol.8, No1, pp.39-52.
3. E.KARIMOV, B.TOSHTEMIROV, On a time-nonlocal boundary value problem for time-fractional partial differential equation., International Journal of Applied Mathematics. 2022, Vol.35, No 3, pp. 423-438.
4. A.KHASANOV, E.KARIMOV, On a boundary-value problem in a bounded domain for a time-fractional diffusion equation with the Prabhakar fractional derivative., Bulletin of the Karaganda university Mathematics series. 2023, Vol.111, No 3, pp. 39-46.
5. E.KARIMOV, N.TOKMAGAMBETOV, M.TOSHPULATOV, On a mixed equation involving Prabhakar fractional order integral-differential operators., Trends in Mathematics, Extended Abstracts 2021/2022, Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center2. 2024, pp.221-230.
6. M.TOSHPULATOV, Initial-boundary problem for time-fractional mixed equation with space-variable coefficients, Bulletin of the Institute of Mathematics, 2024, Vol.7, No 3, pp. 77-91
7. RANI N., FERNANDEZ A., Solving prabhakar differential equations using Mikusinski's operational calculus., Comput. Appl. Math. 2022, 41(107).
8. A.V. PSKHU, Partial differential equations of fractional order, Moscow, Nauka (2005).

BUZILADIGAN PARABOLO-GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALA

Tursunova Nafisa

O'zbekiston Milliy Universiteti.

Agar qarayotgan D sohaning turli qismlarida tenglama har xil tipga tegishli bo'lsa uni *aralash tipdagi tenglama* deyiladi. Xususiyligi hosilali differensial tenglama tekshirilayotgan sohaning bir qismida *parabolik tipga*, 2-qismida esa *giperbolik tipga* tegishli bo'lsa, uni aralash yoki *giperbola-parabolik* tipga tegishli deyiladi. Bu qismlar o'tish chizig'i yoki sirt bilan ajraladi. Bu chiziqda tenglama parabolik buziladi yoki aniqlanmagan bo'ladi

Chegaraviy masalalar - berilgan sohada aniqlangan funksiyalarning biror sinfidan bu sohaning chegarasida berilgan shartlarni qanoatlantiruvchi funktsiyani topish uchun mo'ljallangan masalalar.

$T_{1\alpha}$ masalaning qo'yilishi

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y, & x > 0, y > 0, \\ xu_{xx} + (-x)^n u_{yy} + \alpha u_x, & x < 0, y > 0, \end{cases} \quad (1)$$

tenglamani qaraylik, bu yerda

$$n > 1, \quad \frac{1-n}{2} < \alpha < 1. \quad (2)$$

Aytaylik, D_1 - mos ravishda $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $x = 0$ to'g'ri chiziqlarda AB , BB_0 , B_0A_0 , A_0A kesmalar bilan chegaralangan soha, D_2 esa Oy o'qida AA_0 kesma va $x < 0$, $y > 0$ bo'lganda A hamda A_0 nuqtalardan chiqib,

$C \left(-\left(\frac{n+1}{4} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \frac{1}{2} \right)$ nuqtada kesishuvchi (3.1.5) tenglamaning

$$AC : y - \frac{2}{n+1}(-x)^{\frac{n+1}{2}} = 0, \quad A_0C : y + \frac{2}{n+1}(-x)^{\frac{n+1}{2}} = 1$$

xarakteristikalari bilan chegaralangan xarakteristik uchburchak bo'lsin.

Quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

$$I = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\}, \quad D = D_1 \cup D_2 \cup I.$$

D sohada (1) tenglama uchun quyidagi masalani o'rganamiz.

$T_{1\alpha}$ **masala.** Shunday $u(x, y)$ funksiya topilsinki u quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$$1) u(x, y) \in C(\bar{D});$$

2) $u(x, y) \in C_{x,y}^{2,1}(D_1) \cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ sinfga tegishli bo'lib, D_j ($j=1,2$) sohalarda (1) tenglamani qanoatlantirsin;

3) $u_x \in C(D_1 \cup I)$, $(-x)^\alpha u_x \in C(D_2 \cup I)$ bo'lsin va I intervalda

$$\lim_{x \rightarrow +0} u_x(x, y) = \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^\alpha u_x(x, y) \quad (3)$$

ulash shartini qanoatlantirsin;

4) $u(x, y)$ funksiya

$$u(x, y)|_{AB} = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1; \quad u(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq 1; \quad (4)$$

$$a(y)D_{oy}^{1-\beta} u[\theta_0(y)] = b(y)D_{y1}^{1-\beta} u[\theta_1(y)] + c_1(y), \quad (0, y) \in I \quad (5)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda

$$\theta_0(y) = \left(-\left(\frac{n+1}{4} y \right)^{\frac{2}{n+1}}, \frac{y}{2} \right), \quad (0, y) \in I, \quad (6)$$

$$\theta_1(y) = \left(-\left(\frac{n+1}{4} (1-y) \right)^{\frac{2}{n+1}}, \frac{y+1}{2} \right), \quad (0, y) \in I, \quad (7)$$

- (1) tenglamaning $(0, y)$ nuqtadan chiquvchi xarakteristikalari va AC hamda A_0C xarakteristikalar bilan kesishuvchi nuqtalar, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$, $a(y)$, $b(y)$ – berilgan funksiyalar bo'lib,

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \varphi_1(1) = \varphi_2(0) = 0, \quad (8)$$

$$\varphi_1(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1), \quad (9)$$

$$\varphi_2(y) \in C(\bar{I}) \cap C^1(I), \quad (10)$$

$$a(y), b(y) \in C(\bar{I}) \cap C^2(I) \quad (11)$$

shartlarni qanoatlantiradi. $D_{ax}^I[\cdot]$ – kasr tartibli integro-differensial operator [1].

Teorema. Agar (2), (9) - (11) shartlar bajarilsa, u holda D sohada $T_{1\alpha}$ masalaning yagona yechimi mavjud.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. Смирнов М.М. Уравнение смешанного типа. –М.: Высшая школа, 1985. -304 с.

DEYARLI DAVRIY FUNKSIYALARNING BIR SINFI HAQIDA

Umrzaqov Nodirbek

F.-m.f.n., Andijon davlat universiteti

Qurbonova Gullola

Andijon davlat universiteti

1-Ta'rif. R^1 da uzluksiz g funksiyani qaraymiz. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $T = T(\varepsilon) > 0$ son mavjud bo'lsaki, har qanday $[a, a + T]$ kesmada kamida bitta τ soni mavjud bo'lib, u uchun barcha t larda

$$\|g(t + \tau) - g(t)\| < \varepsilon$$

tengsizlikni o'rinli bo'lsa, u holda g funksiya deyarli davriy deyiladi.

Deyarli davriy funksiyaning ikkita xossasini esga olaylik.

1. Davriy funksiya deyarli davriy funksiya bo'ladi.
2. Deyarli davriy funksiylarning chiziqli kombinatsiyasi ham deyarli davriy funksiya bo'ladi.

Quyidagi ko'rinishdagi deyarli davriy f funksiyani qaraylik

$$f = \sum_{k=1}^p (c_k \cos b_k t + s_k \sin b_k t),$$

bu yerda $c_k, s_k, b_k \in R^1, b_k > 0$.

1-Lemma. $f(t) \not\equiv 0$ bo'lsin. U holda shunday t_1, t_2, τ musbat sonlar topiladiki, $f(t_1) < 0, f(t_2) > 0, f(\tau) = 0$ bo'ladi.

Isbot. Lemma tasdig'iga mos t_1, t_2 , musbat sonlar mavjudligi [1, 15 bet] 1.1-lemmadan kelib chiqadi. Bundan $f(t)$ ning uzluksizligini xisobga olsak lemmadagi xossaga ega kamida bitta τ topilishi kelib chiqadi. Lemma isbotlandi.

Quyidagi xususiy ko'rinishga ega bo'lgan deyarli davriy funksiylarning ayrim xossalari isbotlaymiz

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^p (C_k \cos b_k t + S_k \sin b_k t),$$

bu yerda $C_k, S_k \in R^v, b_k \in R^1, b_k > 0$. Bu funksiyaning koordinatali ko'rinishi quyidagicha bo'lsin

$$\xi^q(t) = \sum_{k=1}^p (C_k^q \cos b_k t + S_k^q \sin b_k t), \quad q = 1, 2, \dots, v.$$

H orqali quyidagi egri chiziqni belgilaylik

$$H = \{\xi(t), t \in [0, \infty)\}.$$

2-lemma. Barcha $t \in [0, \infty)$ lar uchun $\xi(t) \neq 0$ bo'lsin.

- 1) agar $v \geq 3$ bo'lsa, u holda $\text{Intco } H = \emptyset$ yoki $0 \in \text{Intco } H$;

2) agar $\nu = 2$ bo'lsa, u holda $0 \in \text{Intco } H$.

Isbot. 1. Teskarisini faraz qilaylik, ya'ni

$$\text{Intco } H \neq \emptyset \text{ va } 0 \notin \text{Intco } H$$

bo'lsin. U holda ajraluvchanlik haqidagi lemmaga ko'ra shunday $e \in R^\nu$ vektor topiladiki, barcha $h \in \text{co } H$ lar uchun

$$\langle h, e \rangle \leq 0$$

bo'ladi. Bundan quydagicha aniqlangan $f(t)$ funksiya barcha $t \in [0, \infty)$ larda

$$f(t) = \langle \xi(t), e \rangle = \sum_{q=1}^{\nu} \xi^q(t) e^q \leq 0$$

tengsizlikni qanoatlantirishi kelib chiqadi. Agar barcha $t \in [0, \infty)$ lar uchun $f(t) = 0$ bo'lsa, u holda $\text{Intco } H = \emptyset$ ziddiyatga kelamiz. Demak $f(t) \neq 0$ va unga 1-lemmani qo'llash mumkin. Bundan biror $t_2 > 0$ nuqtada $f(t_2) > 0$ kelib chiqadi. Bu ziddiyat 1-tasdiqni isbotlaydi.

2. Faraz qilaylik

$$\text{Intco } H = \emptyset$$

bo'lsin. U holda biror L to'g'ri chiziqli uchun $H \subset L$ munosabat bajariladi. Demak shunday $a, b \in R^1$ o'zgarmaslar topiladiki, barcha $t \in [0, \infty)$ lar uchun quyidagi uchta tenglikdan bittasi o'rinli bo'ladi:

$$1. \xi^1(t) - a\xi^2(t) = b, a \neq 0; \quad 2. \xi^1(t) = b; \quad 3. \xi^2(t) = b.$$

Birinchi tenglik bajarilganda $f(t) = \xi^1(t) - a\xi^2(t)$ deb olamiz. 1-lemmaga ko'ra, biror $\tau_1 > 0$ uchun $f(\tau_1) = 0$ o'rinli, demak $b = 0$ va $\xi^1(t) = a\xi^2(t)$. Yana 1.1-lemmani qo'llab biror $\tau > 0$ uchun $\xi^2(\tau) = 0$ ekanligini va o'z navbatida $\xi^1(\tau) = 0$ va $\xi(\tau) = 0$ ni xosil qilamiz.

Ikkinchi holatda $b = 0$ bo'lishi ham yuqoridagidek isbotlanadi. 1-lemmani qo'llab $\xi^2(\tau) = 0, \tau > 0$ ni keyin $\xi(\tau) = 0$ ni xosil qilamiz. Uchinchi holat shunga o'xshash ko'riladi.

Shunday qilib barcha holatlarda biror $\tau > 0$ ustida $\xi(\tau) = 0$ bo'lishi ko'rsatildi. Bu esa lemma shartiga ziddir. O'z navbatida

$$\text{Intco } H \neq \emptyset.$$

Buyog'iga 1-tasdiq isbotidagidek ish tutamiz. 2-tasdiq isbotlandi. Lemma isbotlandi.

ADABIYOTLAR

1. Петров Н.Н. Теория игр. Ижевск: Изд-во Удм. ун-та, 1997. 197 с.

2. Пиллипенко Ю.В., Чикрий А.А. Колебательные конфликтно управляемые процессы // Прикладная математика и механика. 1993. Т.57, вып. 3. С. 3-14.

KO'P ISHTIROKCHILI BITTA DIFFERENSIAL O'YINDA QOCHIB KETISH MASALASI HAQIDA

Umrzaqov Nodirbek

F.-m.f.n., Andijon davlat universiteti

O'rmonova Xusninigor

Andijon davlat universiteti

R^k ($k \geq 2$) fazoda $m + n$ ta ishtirokchili differensial o'yinni qaraymiz. Bu o'yinda n ta quvuvchi $P_1, \dots, P_n$ va m ta qochuvchi $E_1, \dots, E_m$ qatnashmoqda. Quvuvchilarning harakati mos ravishda

$$\dot{x}_i = u_i, \quad u_i \in U, \quad i = 1, \dots, n$$

tenglamalar orqali ifodalanadi. Qochuvchilarning harakati mos ravishda

$$\dot{y}_i = u_i, \quad u_i \in U, \quad i = 1, \dots, m$$

tenglamalar orqali ifodalanadi.

$t = 0$ da quvuvchilarning boshlang'ich holatlari $x_1^0, \dots, x_n^0$ va qochuvchilarning boshlang'ich holatlari $y_1^0, \dots, y_m^0$ berilgan, bunda $x_i^0 \neq y_j^0$ ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$). Bu yerda $x_i, y_j, u_i, v_j \in R^k$, $U \subset R^k$ – qavariq kompakt to'plam.

n ta quvuvchi, m ta qochuvchi ishtirokidagi va o'yinchilarning boshlang'ich holati $z^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0, y_1^0, \dots, y_m^0)$ berilgan o'yinni $\Gamma(n, m, z^0)$ orqali belgilaymiz.

1-Ta'rif. E_j qochuvchining strategiyasi deb shunday $V_j: [0, \infty) \times R^{k(n+m)+m} \rightarrow U$ akslantirishga aytiladiki, u

$$\left(t, x_1(t), \dots, x_n(t), y_1(t), \dots, y_m(t), \min_{i=1, \dots, n} \min_{\tau \in [0, t]} \|x_i(\tau) - y_1(\tau)\|, \right. \\ \left. \dots, \min_{i=1, \dots, n} \min_{\tau \in [0, t]} \|x_i(\tau) - y_m(\tau)\| \right)$$

miqdorga $v_j(t)$ o'lchovli funksiyani mos qo'yadi, bunda barcha $t \geq 0$ larda $v_j(t) \in U$.

2-Ta'rif. P_i quvuvchining strategiyasi deb shunday $U_i: [0, \infty) \times R^{k(n+2m)+m} \rightarrow U$ akslantirishga aytiladiki, u

$$\left(t, x_1(t), \dots, x_n(t), y_1(t), \dots, y_m(t), v_1(t), \dots, v_m(t), \min_{i=1, \dots, n} \min_{\tau \in [0, t]} \|x_i(\tau) - y_1(\tau)\|, \dots, \min_{i=1, \dots, n} \min_{\tau \in [0, t]} \|x_i(\tau) - y_m(\tau)\| \right)$$

miqdorga $u_i(t)$ o'lchovli funksiyani mos qo'yadi, bunda barcha $t \geq 0$ larda $u_i(t) \in U$.

3-Ta'rif. Agar $E_1, \dots, E_m$ qochuvchilarning shunday $V_1, \dots, V_m$ strategiyalari mavjud bo'lsaki, ular boshqaruvda qo'llanilganda $P_1, \dots, P_n$ quvuvchilarning ixtiyoriy $x_1(t), \dots, x_n(t)$ joiz traektoriyalari uchun qaysidir $s \in \{1, \dots, m\}$ nomerda $y_s(t) \neq x_i(t), i = 1, \dots, n$ munosabat barcha $t > 0$ larda bajarilsa, u holda $\Gamma(n, m, z^0)$ o'yin z_0 holatdan boshlanganda qochib ketish masalasi yechiladi (uchrashishdan chetlanish mumkin) deyimiz

4-Ta'rif. Agar $\Gamma(n, m, z^0)$ o'yin ixtiyoriy z_0 holatdan boshlanganda ham lokal qochib ketish masalasini yechish mumkin bo'lsa, u holda $\Gamma(n, m, z^0)$ o'yinda qochib ketish masalasi yechiladi (uchrashishdan chetlanish mumkin) deyimiz.

Lemma. Faraz qilaylik $v_1 - U$ qavariq kompaktning shunday chetki nuqtasiki, v_1 nuqtadan o'tuvchi hamda v_1 normalga ega gipertekislik U to'plam bilan v_1 dan boshqa umumiy nuqtaga ega bo'lmasin; $H - v_1$ nolmalga ega bo'lgan shunday gipertekislikki

- 1) $v_1 \in H^+$;
- 2) barcha $i = \overline{1, n}$ lar uchun $x_i^0 \in H^-$;
- 3) ba'zi $j = \overline{1, m}$ lar uchun $y_j^0 \in H^+$,

bu yerda H^+, H^- yopiq yarimfazolar H gipertesikdan aniqlangan. U holda $\Gamma(n, m, z^0)$ o'yinda qochib ketish masalasi yechiladi.

ADABIYOTLAR

- [1]. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление (линейная теория). М.: Высшая школа, 2001. 240 с
- [2] Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
- [3] Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992. 384 с.

KUBOKTAEDR QIRRALARIDA BITTA ASOSIY VA IKKITA SUST QUVLOVCHILAR BILAN TUTISH MASALASI

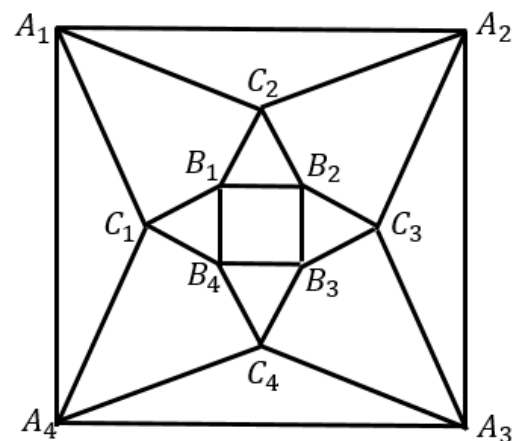
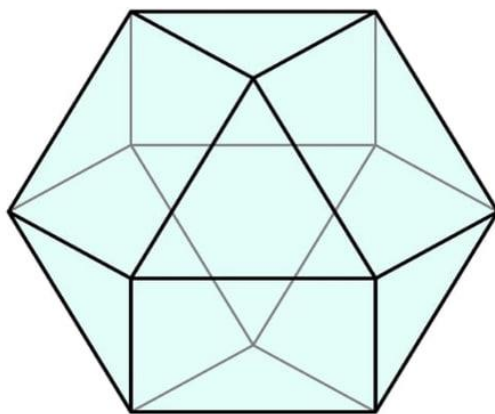
Xabibullayev Omadillo

Andijon davlat universiteti

Yuldashboyeva Zarnigor

Andijon davlat universiteti

Biz ushbu ishda kuboktaedr qirralarida quvlash masalasini o'rganamiz. Kuboktaedr 8 ta muntazam uchburchak va 6 ta kvadratli yoqdan iborat yo'pyoq. Kuboktaedrda 12 ta uch bo'lib, ularning har birida 2 ta uchburchak va 2 ta kvadrat kesishadi va har biri uchburchakni kvadratdan ajratib turadigan 24 ta bir xil qirrarga ega (1-rasm). Bu fazoviy shakl Arximed jismlarining bir turi hisoblanadi. Qochuvchining va ikki quvlovchining maksimal tezligi $p_1 = p_2 = 1$ ga, uchinchi quvlovchining tezligi esa $0 \leq p_3 \leq \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$) ga teng. Barcha o'yinchilar kuboktaedrning qirrallari bo'ylab harakat qilishadi. Harakat paytida barcha quvlovchilar bir-birlarini ko'rib turadilar. Agar biror quvlovchi va qochuvchining geometrik holatlari ustma-ust tushsa, qochuvchi tutilgan hisoblanadi.



1-rasm.

Aytaylik qirrasi bir teng bo'lgan $A_1 \dots A_4 B_1 \dots B_4 C_1 \dots C_4$ kuboktaedrning garfida (1-rasm) $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ quvlovchilar guruhi va bitta E qochuvchi harakatlanayotgan bo'lsin (2-rasm). Biz ularni umumiy o'yinchilar deb ataymiz. O'yinchilar doimo bir-birlarining harakatlari, holatlarini ko'rib his qilib turadi deb olamiz. $P_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ va $E(t)$ lar mos ravishda quvlovchilar va qochuvchining t momentdagi kuboktaedrdagi vaziyati hisoblanadi. Jumladan, $t = 0$ momentdagi holat o'yinchilarning boshlang'ich holati deyiladi. Biz quvish o'yinini o'rganayotganimiz uchun quvlovchilarga o'yinni o'z foydalariga hal qilish uchun strategiyalar quramiz. Qochuvchi esa ixtiyoriy boshqaruvni qo'llab harakatlansin deb olamiz.

Qaralayotgan differensial o'yin quyidagicha berilgan:

$$\begin{cases} \dot{P}_i(t) = u_i, P_i(0) = P_{i0} \\ \dot{E}(t) = v, E(0) = E_0 \end{cases} \quad (1)$$

Bu yerda $P_i, E, u_i, v \in R^2$, $P_i(0) \neq E(0)$, va $|v| \leq \sigma = 1$, $|u_i| \leq \rho_i$, $i = 1, 2, 3$. Umumiylikka ziyon yetkazmagan holda, birinchi quvlovchi P_1 ning tezligini qochuvchining tezligiga, 1 ga teng, deb olamiz ($\rho_1 = 1$), qolgan 2 ta quvlovchining 0 dan katta bo'lsa, yetadi ($0 < \rho_2 < 1, 0 < \rho_3 < 1$). P_{10}, P_{20}, P_{30} quvlovchilarning boshlang'ich holatlari va E_0 esa qochuvchining boshlang'ich holati. $B(r)$ orqali radiusi r va markazi R^2 ning koordinatalari boshida bo'lgan doirani belgilaylik.

1-Ta'rif. Barel o'lchovli $u_i: [0, \infty) \rightarrow B(\rho_i)$, funksiya P_i , $i \in \{1, 2, 3\}$, quvlovchilarning joiz boshqaruvi deyiladi.

2-Ta'rif. Barel o'lchovli $v(\cdot)$, $v: [0, \infty) \rightarrow B(\sigma)$ funksiya E qochuvchining joiz boshqaruvi deyiladi agar ushbu

$$\dot{E}(t) = v, E(0) = E_0,$$

Koshi masalasining $E(\cdot)$ yechimi $E(t)$, $t \geq 0$, shartni qanoatlantirsa.

Biz quvlash differensial o'yinini qaraymiz. Bunday differensial o'yinlarda quvlovchilar biror strategiyalarni qo'llaydi, qochuvchi esa ixtiyoriy joiz boshqaruvni qo'llaydi.

Endi quvlovchilarning strategiyalariga ta'rif beramiz.

3-Ta'rif. Agar $u_i = U_i(t, x_1, x_2, y, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar va qochuvchining ixtiyoriy $v = v(t)$ joiz boshqaruvi uchun (1) Koshi masalasi yagona $P_1(t), P_2(t), P_3(t)$, $E(t)$, $t \geq 0$, yechimga ega bo'lsa, $(t, P_1, P_2, P_3, E, v) \rightarrow U_i(t, P_1, P_2, P_3, E, v)$, $i = 1, 2, 3$, funksiyalar mos ravishda P_i , $i = 1, 2, 3$, quvlovchilarning strategiyalari deyiladi.

4-Ta'rif. Agar E qochuvchi kuboktaedrnin ixtiyoriy qirrasida joylashgan holda qanday boshqaruv qo'llamasin, $P = \{P_1; P_2; P_3\}$ guruhning shunday strategiyasi topilib biror $\tau > 0$ va $i = 1, 2, 3$ uchun $P_i(\tau) = E(\tau)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o'yinni quvlovchilar guruhi yutdi (o'yin tugadi) deymiz.

1-Teorema. Agar $\sigma = 1$ hamda $\rho_1 = 1$, $\rho_2 > 0$ va $\rho_3 > 0$ bo'lsa, o'yinni P quvlovchilar guruhi yutadi, ya'ni kuboktaedr qirralarida quvlovchilar guruhi qochuvchini tuta oladi.

ADABIYOTLAR

1. Azamov A., Ibaydullaev T. (2020). A pursuit-evasion differential game with slow pursuers on the edge graph of simplexes I. Mathematical Game Theory and Applications. 12(4): 7–23. https://doi.org/10.17076/mgta_2020_4_23

2. Kumkov S.S., Le Ménéec S., Patsko V.S. Zero-sum pursuit-evasion differential games with many objects: Survey of publications. Dynamic games and applications. 7: 609–633, Doi 10.1007/s13235-016-0209-z.

3. Ibragimov G.I., Ferrara M., Ruziboev M., Pansera B.A. (2021). Linear evasion differential game of one evader and several pursuers with integral constraints. International Journal of Game Theory. doi.org/10.1007/s00182-021-00760-6

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ОПИСЫВАЕМАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Джураева (Турсунова) Дилдорахон

Андижанский государственный университет

В данной работе рассматривается инерционная дифференциальная игра преследования с интегральными ограничениями специального вида, которых назовем кратко А-ограничениями. Они отличаются от традиционных типов ограничений [1]-[5] и вводятся с целью моделирования пополнения ресурсов управления по мере движения, главным образом с течением времени. А-ограничение определяется скалярной монотонно возрастающей, кусочно-непрерывной функцией $a(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, удовлетворяющей условию $0 \leq a(t) < t$. Здесь рассматривается случай, когда:

$$a(t) = \alpha t, (0 < \alpha < 1).$$

Пусть в пространстве $\mathbf{R}^n$ управляемый объект x , называемый преследователем, преследует другой объект y , называемый убегающим. Уравнения движения объектов задаются в виде

$$\ddot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \dot{x}(0) = x_1, \quad (1)$$

$$\ddot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = y_1, \quad (2)$$

где $x, y, u, v \in \mathbf{R}^n, n \geq 1$; x_0, y_0 – начальные положения объектов, а x_1, y_1 – начальные скорости, $x_0 \neq y_0, x_1 = y_1$, т.е. объекты движутся с одинаковыми начальными скоростями; векторы u, v – служат параметрами управления. При этом реализация управления вектором u должна оказаться измеримой функцией $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$, удовлетворяющей ограничению

$$\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds \leq \rho^2, t \geq 0. \quad (3)$$

Аналогично, реализация управления вектором v должно быть измеримой функцией $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$, для которого налагается интегральное ограничение

$$\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds \leq \sigma^2, t \geq 0, \quad (4)$$

(ρ и σ – заданные положительные числа).

Целью объекта x является осуществить поимку, т. е. равенство

$$x(t) = y(t), \quad (5)$$

где $x(t), y(t)$ – траектории, порождаемые при выборе конкретных способов управления векторами u, v , соответственно.

Убегающий y стремится уклониться от встречи, а если этого невозможно, то как можно дальше отодвинуть момент встречи (5). Постановка задач может быть уточнена, как это осуществляется в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями [1]-[4].

Класс допустимых управлений преследующего, т. е. всех измеримых функций удовлетворяющих ограничению (3) обозначим через U , а класс допустимых управлений убегающего игрока, удовлетворяющих ограничению (4), обозначим через V .

Определение. Пусть $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$. Тогда стратегию u принято называть стратегией параллельного преследования или П-стратегией, если для каждого $v(\cdot) \in V$ решение задачи Коши

$$\dot{z} = u(v(t)) - v(t), \quad z(0) = z_0$$

можно представить в виде

$$z(t) = \Lambda(t, v(\cdot))z_0, \quad \Lambda(0, v(\cdot)) = 1$$

где $\Lambda(t, v(\cdot))$ – некоторая скалярная непрерывная функция по $t, t \geq 0$, которую можно называть функцией сближения в задаче преследования.

Теорема 1. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho > \sigma$, то стратегия параллельного преследования гарантирует завершение преследования за конечное время.

Теорема 2. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho \leq \sigma$, то все начальные позиции, выигрышны для убегающего игрока и при этом для расстояния между игроками имеет место оценка:

$$|y(t) - x(t)| \geq |y_0 - x_0|.$$

Автор благодарит Т.Ибайдуллаева за предложение изучать игры с А-ограничениями в дифференциальных играх преследования-убегания описываемые дифференциальными уравнениями второго порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никольский М. С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Управляемые системы / Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1969. Вып. 2. С.49-59.

2. Ушаков В. И. Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Прикладная мат. и мех. 1972. Т. 36, вып. 1. С. 15-23.
3. Ibragimov G.I., Azamov A. A., and Khakestari M. Solution of a linear pursuit-evasion game with integral constraints // ANZIAM Journal, 2010, vol. 52, no. E, pp. E59–E75.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications //The Fourth International Conference Game Theory and Management, St. Petersburg. 2010.
5. Петросян Л.А. Игры преследования с «линией жизни» // Вестник ЛГУ. –Ленинград, 1967. – № 3. – С.76-85.

ИНЕРЦИОННАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА С ПОПОЛНЯЕМЫМИ РЕСУРСАМИ УПРАВЛЕНИЙ

Кобулов Асадбек

Андижанский государственный университет

В данной работе рассматривается инерционная дифференциальная игра преследования с интегральными ограничениями специального вида, которых назовем кратко A -ограничениями. Они отличаются от традиционных типов ограничений [1]-[5] и вводятся с целью моделирования пополнения ресурсов управления по мере движения, главным образом с течением времени. A -ограничение определяется скалярной монотонно возрастающей, кусочно-непрерывной функцией $a(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, удовлетворяющей условию $0 \leq a(t) < t$. Здесь рассматривается случай, когда:

$$a(t) = 0 \text{ для } t < h, \quad a(t) = t - h \text{ для } t \geq h, \quad h > 0.$$

Пусть в пространстве $\mathbf{R}^n$ управляемый объект x , называемый преследователем, преследует другой объект y , называемый убегающим. Уравнения движения объектов задаются в виде

$$\ddot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1, \quad (1)$$

$$\ddot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = y_1, \quad (2)$$

где $x, y, u, v \in \mathbf{R}^n, n \geq 1$; x_0, y_0 – начальные положения объектов, а x_1, y_1 – начальные скорости, $x_0 \neq y_0, x_1 = y_1$, т.е. объекты движутся с одинаковыми начальными скоростями; векторы u, v –служат параметрами управления. При этом реализация управления вектором u должна оказаться измеримой функцией $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$, удовлетворяющей ограничению

$$\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds \leq \rho^2, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Аналогично, реализация управления вектором v должно быть измеримой функцией $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$, для которого налагается интегральное ограничение

$$\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds \leq \sigma^2, t \geq 0, \quad (4)$$

(ρ и σ – заданные положительные числа).

Целью объекта x является осуществить поимку, т. е. равенство

$$x(t) = y(t), \quad (5)$$

где $x(t), y(t)$ – траектории, порождаемые при выборе конкретных способов управления векторами u, v , соответственно.

Убегающий y стремится уклониться от встречи, а если этого невозможно, то как можно дольше отодвинуть момент встречи (5). Постановка задач может быть уточнена, как это осуществляется в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями [1]-[4].

Класс допустимых управлений преследующего, т. е. всех измеримых функций удовлетворяющих ограничению (3) обозначим через U , а класс допустимых управлений убегающего игрока, удовлетворяющих ограничению (4), обозначим через V .

Определение. Пусть $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$. Тогда стратегию u принято называть стратегией параллельного преследования или П-стратегией, если для каждого $v(\cdot) \in V$ решение задачи Коши

$$\dot{z} = u(v(t)) - v(t), \quad z(0) = z_0$$

можно представить в виде

$$z(t) = \Lambda(t, v(\cdot))z_0, \quad \Lambda(0, v(\cdot)) = 1$$

где $\Lambda(t, v(\cdot))$ -некоторая скалярная непрерывная функция по $t, t \geq 0$, которую можно называть функцией сближения в задаче преследования.

Теорема 1. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho > \sigma$, то стратегия параллельного преследования гарантирует завершение преследования за конечное время.

Теорема 2. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho \leq \sigma$, то все начальные позиции, выигрышны для убегающего игрока и при этом для расстояния между игроками имеет место оценка:

$$|y(t) - x(t)| \geq |y_0 - x_0|.$$

Автор благодарит Т.Ибайдуллаева за предложение изучать игры с А-ограничениями в дифференциальных играх преследования-убегания описываемые дифференциальными уравнениями второго порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никольский М. С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Управляемые системы / Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1969. Вып. 2. С.49-59.
2. Ушаков В. И. Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Прикладная мат. и мех. 1972. Т. 36, вып. 1. С. 15-23.
3. Ibragimov G.I., Azamov A. A., and Khakestari M. Solution of a linear pursuit-evasion game with integral constraints // ANZIAM Journal, 2010, vol. 52, no. E, pp. E59–E75.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications //The Fourth International Conference Game Theory and Management, St. Petersburg. 2010.
5. Петросян Л.А. Игры преследования с «линией жизни» // Вестник ЛГУ. –Ленинград, 1967. – № 3. – С.76-85.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ОПИСЫВАЕМАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОПОЛНЯЕМЫМИ РЕСУРСАМИ УПРАВЛЕНИЙ

Рашидова Саидахон

Андижанский государственный университет

В данной работе рассматривается инерционная дифференциальная игра преследования с интегральными ограничениями специального вида, которых назовем кратко A -ограничениями. Они отличаются от традиционных типов ограничений [1]-[5] и вводятся с целью моделирования пополнения ресурсов управления по мере движения, главным образом с течением времени. A -ограничение определяется скалярной монотонно возрастающей, кусочно-непрерывной функцией $a(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, удовлетворяющей условию $0 \leq a(t) < t$. Здесь рассматривается случай, когда:

$$a(t) = \ln(t + 1).$$

Пусть в пространстве $\mathbf{R}^n$ управляемый объект x , называемый преследователем, преследует другой объект y , называемый убегавшим. Уравнения движения объектов задаются в виде

$$\ddot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \dot{x}(0) = x_1, \quad (1)$$

$$\ddot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = y_1, \quad (2)$$

где $x, y, u, v \in R^n, n \geq 1$; x_0, y_0 – начальные положения объектов, а x_1, y_1 – начальные скорости, $x_0 \neq y_0, x_1 = y_1$, т.е. объекты движутся с одинаковыми начальными скоростями; векторы u, v – служат параметрами управления. При этом реализация управления вектором u должна оказаться измеримой функцией $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$, удовлетворяющей ограничению

$$\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds \leq \rho^2, t \geq 0. \quad (3)$$

Аналогично, реализация управления вектором v должно быть измеримой функцией $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$, для которого налагается интегральное ограничение

$$\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds \leq \sigma^2, t \geq 0, \quad (4)$$

(ρ и σ – заданные положительные числа).

Целью объекта x является осуществить поимку, т. е. равенство

$$x(t) = y(t), \quad (5)$$

где $x(t), y(t)$ – траектории, порождаемые при выборе конкретных способов управления векторами u, v , соответственно.

Убегающий y стремится уклониться от встречи, а если этого невозможно, то как можно дольше отодвинуть момент встречи (5). Постановка задач может быть уточнена, как это осуществляется в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями [1]-[4].

Класс допустимых управлений преследующего, т. е. всех измеримых функций удовлетворяющих ограничению (3) обозначим через U , а класс допустимых управлений убегающего игрока, удовлетворяющих ограничению (4), обозначим через V .

Определение. Пусть $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$. Тогда стратегию u принято называть стратегией параллельного преследования или П-стратегией, если для каждого $v(\cdot) \in V$ решение задачи Коши

$$\dot{z} = u(v(t)) - v(t), \quad z(0) = z_0$$

можно представить в виде

$$z(t) = \Lambda(t, v(\cdot))z_0, \quad \Lambda(0, v(\cdot)) = 1$$

где $\Lambda(t, v(\cdot))$ – некоторая скалярная непрерывная функция по $t, t \geq 0$, которую можно называть функцией сближения в задаче преследования.

Теорема 1. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho > \sigma$, то стратегия параллельного преследования гарантирует завершение преследования за конечное время.

Теорема 2. Если в игре (1-4) выполнено условие $\rho \leq \sigma$, то все начальные позиции, выигрышны для убегающего игрока и при этом для расстояния между игроками имеет место оценка:

$$|y(t) - x(t)| \geq |y_0 - x_0|.$$

Автор благодарит Т.Ибайдуллаева за предложение изучать игры с А-ограничениями в дифференциальных играх преследования-убегания описываемые уравнениями второго порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никольский М. С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Управляемые системы / Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1969. Вып. 2. С.49-59.
2. Ушаков В. И. Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Прикладная мат. и мех. 1972. Т. 36, вып. 1. С. 15-23.
3. Ibragimov G.I., Azamov A. A., and Khakestari M. Solution of a linear pursuit-evasion game with integral constraints // ANZIAM Journal, 2010, vol. 52, no. E, pp. E59–E75.
4. Azamov A.A., Samatov B.T. The II-Strategy: Analogies and applications //The Fourth International Conference Game Theory and Management, St. Petersburg. 2010.
5. Петросян Л.А. Игры преследования с «линией жизни» // Вестник ЛГУ. –Ленинград, 1967. – № 3. – С.76-85.

ALGEBRA VA GEOMETRIYA

LOCAL AUTOMORPHISMS ON JB-ALGEBRAS

Arzikulov Farhodjon

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Institute of Mathematics
named after V.I. Romanovsky, Academy of Sciences of the Republic of
Uzbekistan,

Nabijonova Feruzahon

Ferghana state university

The history of local mappings begins with the Gleason-Kahane-Żelazko theorem, in which unital linear local homomorphisms from a unital complex Banach algebra A into $\mathbb{C}$ are described. Later, R. Kadison introduces the concept of local derivation and proves that each continuous local derivation from a von Neumann algebra into its dual Banach bmodule is a derivation. Present paper is devoted to the description of local automorphisms of JB-algebras. Recall that a linear mapping ∇ on an algebra $\mathcal{A}$ is said to be a local automorphism, if for every $x \in A$ there exists an automorphism ϕ_x on $\mathcal{A}$ such that $\nabla(x) = \phi_x(x)$. This notion was introduced by D.R. Larson and A.R. Sourour. They proved that every invertible local automorphism of the algebra $B(X)$ of all bounded linear operators on a complex Banach space X is an automorphism. M. Bresar and P. Semrl proved that each surjective local automorphism of the algebra $\mathcal{B}(X)$ of bounded linear operators on an infinite-dimensional real or complex Banach space X is an automorphism. F. Pop constructed an example of a bounded linear operator between C^* -algebras which is a local homomorphisms and fails to be multiplicative. J.-H. Liu and N.-Ch. Wong found a sufficient condition when a local automorphism of a W^* -algebra, is an algebra homomorphism. Namely, suppose the range of a linear local automorphism ∇ of a W^* -algebra $\mathcal{M}$ is a W^* -algebra. Then ∇ is automatically bounded, and thus a Jordan homomorphism. If, in addition, $\mathcal{M}$ is properly infinite, then ∇ is an algebra homomorphism.

1. Local automorphisms on formally real Jordan algebras. Let $\mathcal{J}$ be a Jordan algebra. A liner mapping $\Phi: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{J}$ is called an automorphism, if $\Phi(xy) = \Phi(x)\Phi(y)$ for any two elements $x, y \in \mathcal{J}$. A linear mapping $\nabla: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{J}$ is called a local automorphism if for every $x \in \mathcal{J}$ there exists an automorphism $\Phi: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{J}$ such that $\nabla(x) = \Phi(x)$.

Lemma 1.1 *Let $\mathcal{A}$ be a Jordan algebra (an associative algebra), and, let $\nabla: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ be a local automorphism. Let p, q be mutually orthogonal idempotents (i.e. $p^2 = p, q^2 = q, pq = 0$) in $\mathcal{A}$. Then $(\nabla(p))^2 = \nabla(p), \nabla(p)\nabla(q) = 0$*

(respectively $\nabla(p)\nabla(q) + \nabla(q)\nabla(p) = 0$).

Lemma 1.2 *Let $\mathcal{J}$ be a finite dimensional formally real Jordan algebra, and, let $\nabla: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{J}$ be a local automorphism. Let x be an arbitrary element in $\mathcal{J}$. Then $\nabla(x^2) = \nabla(x)\nabla(x)$.*

Lemma 1.3 *Each local automorphism of an (not necessarily finite dimensional) algebra is injective.*

It should be noted that a local automorphism of an algebra is not necessarily surjective. Indeed, Example 3.3 in [3] shows that a local automorphism of the algebra $C(X)$, where X is a compact Hausdorff space, needs not be surjective. But the following theorem takes place.

Lemma 1.4 *Each local automorphism of a finite dimensional algebra is surjective.*

Theorem 1.5 *Let $\mathcal{J}$ be a finite dimensional formally real Jordan algebra. Then each local automorphism on $\mathcal{J}$ is an automorphism.*

2. Local automorphisms on JB-algebras. A Jordan Banach algebra is a real Jordan algebra $\mathcal{A}$ equipped with a complete norm satisfying $\|a \cdot b\| \leq \|a\| \|b\|$, $a, b \in \mathcal{A}$. A JB-algebra is a Jordan Banach algebra $\mathcal{A}$ in which the norm satisfies the following two additional conditions for $a, b \in \mathcal{A}$: $\|a^2\| = \|a\|^2$, $\|a^2\| \leq \|a^2 + b^2\|$.

Let $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ be JB-algebras. Clearly, every local $*$ automorphism $\nabla: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ is automatically continuous. Indeed, since for each $a \in \mathcal{A}$, there exists an automorphism $\Phi_a: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ satisfying $\nabla(a) = \Phi_a(a)$, we have $\|\nabla(a)\| = \|\Phi_a(a)\| = \|a\|$. Therefore, the following theorem is valid.

Theorem 2.1 *Let $\mathcal{A}$ be a JB-algebra. Then every local automorphism of $\mathcal{A}$ is continuous.*

Theorem 2.2 *Let $\mathcal{A}$ be a JB-algebra satisfying that every element in $\mathcal{A}$ can be approximated in norm by a finite linear combinations of mutually orthogonal projections in $\mathcal{A}$. Then every surjective local automorphism of $\mathcal{A}$ is an automorphism.*

Let A be a JB-algebra, $P(A)$ be the set of all projections of the algebra A . Let $\{aba\} = U_a b := 2a(ab) - a^2 b$, $\{abc\} = a(bc) + (ac)b - (ab)c$ and $\{aAb\} = \{\{acb\}: c \in A\}$, where $a, b, c \in A$. A JB-algebra A is called a Baer JB-algebra, if the following conditions hold:

(1) in the partially ordered set $P(A)$ of projections any subset of pairwise orthogonal projections has a least upper bound in A ;

(2) each maximal associative subalgebra A_o of the algebra A is generated by it's own projections (i.e., coincides with the least closed subalgebra containing

$A_o \cap P(A)$).

Let $S^\perp = \{a \in A: (\forall x \in S) U_a x = 0\}$, ${}^\perp S = \{x \in A: (\forall a \in S) U_a x = 0\}$, ${}^\perp S_+ = {}^\perp S \cap A_+$. Then for a JB-algebra A the following conditions are equivalent:

- (1) A is an Baer JB-algebra;
- (2) for each subset $S \subset A_+$ there exists a projection $e \in A$ such that $S^\perp = U_e(A)$;
- (3) for each subset $S \subset A$ there exists a projection $e \in A$ such that ${}^\perp S_+ = U_e(A_+)$. (see [1]).

By the definition, every element of a Baer JB-algebra A can be approximated in norm by a finite linear combinations of pairwise orthogonal projections in A . Therefore the following corollary is a direct consequence of Theorem 2.2.

Corollary 2.4 *Let A be a Baer JB-algebra. Then every surjective local automorphism of A is an automorphism.*

A JB-algebra A is called a Rickart JB-algebra, if, for each element $a \in A_+$, there exists a projection $e \in A$ such that $\{a\}^\perp = U_e(A)$ (see [2, Page 586]). Note that Rickart JB-algebras are studied in [5], and, they also satisfy the condition of Theorem 2.2. So, the following theorem holds.

Corollary 2.5 *Let A be a Rickart JB-algebra. Then every surjective local automorphism of A is an automorphism.*

REFERENCES

- [1] F. Arzikulov, On abstract JW-algebras, Siberian Mathematical Journal, 39(1) (1998), 18-24.
- [2] J. Garces, L. Li, A. Peralta, H. Tahlawi, A projection-less approach to rickart jordan structures. J. Algebra. 609 (2022), 567–605. DOI: 10.1016/j.jalgebra.2022.06.007
- [3] J.-H. Liu, N.-Ch. Wong, Local automorphisms of operator algebras, Taiwanese Journal of Mathematics 11, No. 3, 611-619.

5-O'LCHAMLI BA'ZI NILPOTENT ASSOSIATIV ALGEBRALARNING DIFFERENSIALLASHLARI

Karimjanov Ikboljon

PhD, Andijon davlat universiteti

Umrzaqov Sardorbek

Andijon davlat universiteti

Samsaqov Odilbek

Andijon davlat universiteti

Ushbu ishda o'lchami 5 ga teng bo'lgan nilpotent assosiativ algebralarda differensiallashtirish va lokal differensiallashtirish ko'rilgan. Lokal differensiallashtirishlarni o'rganish R.Kedison, D.Larson va A.Sourourlar o'zlarining tadqiqot ishlarida boshlab berganlar. I.Kashuba va M.E. Martinlarning [1] maqolasida o'lchami 4 dan ortmagan Yordan algebralari tasniflangan. F. Arzikulov, N. Umrzaqovlarning [2] maqolasida ayrim o'lchami 4 dan oshmagan nilpotent elementli Yordan algebralarda lokal differensiallashtirishlarning differensiallashtirish bo'lishi tekshirilgan. I.A.Karimjonov [3] tamonidan berilgan maqolaning tadqiqot ishida qaralgan nilpotent assosiativ algebralardan biri bo'lgan algebra ajratib olindi va bu algebra differensiallashtirish va lokal differensiallashtirish o'rganildi.

Ma'lumki λ algebra $f(x) = Ax$ chiziqli akslantirish berilgan bo'lib

$$f(xy) = f(x)y + xf(y)$$

tenglik bajarilsa, u holda bu akslantirish λ algebra aniqlangan differensiallashtirish deyiladi.

Maqolada berilgan algebra $f(x) = Ax$ chiziqli akslantirish differensiallashtirish bo'lishi uchun A matritsa qanday ko'rinishda bo'lishi zarur va yetarli ekanligi aniqlandi. Shu bilan birga bu Yordan algebralarda berilgan har qanday lokal differensiallashtirish differensiallashtirish bo'lishi isbotlandi.

1-Ta'rif. Agar λ algebradan olingan ixtiyoriy x, y elementlar uchun

$$\phi(xy) = \phi(x)y + \phi(y)x$$

tenglik bajarilsa ϕ akslantirish qaralayotgan λ algebra differensiallashtirish deb ataladi.

$\phi(x) = Ax$ chiziqli akslantirishni qaraylik, bu yerda $A - 5 \times 5$ o'lchamli kvadrat matritsa. Ravshanki, agar λ algebradan olingan ixtiyoriy x, y elementlar uchun

$$A(xy) = (Ax)y + x(Ay) \quad (1)$$

tenglik bajarilsa $\phi(x) = Ax$ akslantirish qaralayotgan λ algebra differensiallashtirishdan iborat bo'ladi.

C kompleks sonlar maydoni ustida aniqlangan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ bazisli

nilpotent assosiativ algebra λ_3 berilgan. Bu algebrada ko'paytirish jadvali quyidagicha aniqlanadi:

$$\lambda_3 : \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_3, \\ e_5 e_5 = e_3. \end{cases}$$

Yuqorida keltirilgan ko'paytmalardan boshqa barcha ko'paytmalarning qiymati 0 ga teng.

λ_3 algebrada ixtiyoriy x vektorni

$$x = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 + x_4 e_4 + x_5 e_5$$

ko'rinishda yozish mumkin. $\phi: \lambda_3 \rightarrow \lambda_3$ akslantirishni qaraylik.

1-Teorema. $\phi(x) = Ax$ akslantirish λ_3 algebrada differensiallashdan iborat bo'lishi uchun A matritsa

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 2a_{11} & 0 & 0 & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & 3a_{11} & a_{34} & a_{35} \\ -2a_{21} + a_{32} & 0 & 0 & 2a_{11} & 0 \\ -a_{25} & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2}a_{11} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ko'rinishda bo'lishi zarur.

ADABIYOTLAR

1. Iryna Kashuba, María Eugenia Martin. Deformations of Jordan algebras of dimension four. Journal of Algebra 399 (2014) 277- 289.
2. F.Arziqulov, N.Umrzaqov. Ayrim o'Ichami 4 dan ortmagan nilpotent elementli Yordan algebralarda lokal differensiallashlar. NamDU ilmiy xabarnoma. 2020 y. 8-son, 4-10 b.
3. I. A. Karimjanov. The classification of 5-dimensional complex nilpotent associative algebras. Communications in algebra.2021, VOL. 49, NO. 3, 915–931.

RESTORATION FROM THE EXTERNAL CURVATURE OF A SURFACE WITH A SINGLE VERTEX

Tillayev Donyorbek

Tashkent State Transport University

This thesis specifically tackles the problem of determining the existence of a surface defined by a given external curvature function within a convex domain,

particularly when there is a singularity at a single point. The study is concerned with the conditions under which such surfaces exist and how the external curvature function influences the geometry of the surface.

This thesis is devoted to solving the problem of the existence of a surface defined by a given external curvature function in a convex domain with a singularity at a single point.

In the classical method of studying the internal geometry of surfaces, the points on a surface are divided into three types: regular points, ribbed points, and conical points (vertices). Each of these surface types corresponds to a specific kind of tangent cone [1].

The geometric nature of classified points is clearly expressed when the convex surface is a polyhedron. On a polyhedron, the internal points of the faces will be regular, the internal points of the ribs will be ribbed, and the vertices will be, accordingly, the vertices.

If a convex surface is regular, it consists of regular points.

Definition 1. A surface that has a finite number of vertices and consists of regular points at all other points is called a surface with vertices [2],[3].

Let D be some simply connected domain in the Oxy plane in the Cartesian coordinate system $Oxyz$, and let a point A_0 be a strictly interior point of the domain D , and ∂D being the boundary of the domain D . Then, $z = f(x, y)$ is the equation of the surface F with edge L , and we will assume that the edge L is one-valued projected onto the boundary ∂D of domain D . The function $f(x, y)$ is continuous at all points of the domain D and has continuous derivatives at all points except at point A_0 . The graph of such a function will describe a surface with a single vertex. Moreover, the vertex of the surface is projected along a line parallel to the Oz axis onto point $A_0 \in D$.

Definition 2. The external curvature of a set $M' \subset F$ is defined as the area of its spherical mapping M^* (where M^* is the spherical mapping of the set M onto the unit sphere):

$$\omega(M') = S(M^*).$$

The problem of restoration a convex surface from its external curvature in the class of convex surfaces is formulated as follows:

if a function $\mu(M)$ is given on Borel sets $M \subset D$, and the number ω_0 is specified, is there a convex surface for which the external curvature transferred to the field D satisfies

$$\omega_F(M) = \mu(M)$$

and at point A_0

$$\omega(A_0) = \omega_0,$$

with an edge L and a single-valued projection onto the field D .

We will prove the following theorem.

Theorem. For a given function $\omega(M)$ of a Borel set on a convex field D to be transferred to D as the external curvature of the convex surface with an edge L , the one-valued projection onto the field D , and a vertex projecting onto the point A_0 , it is necessary and sufficient that:

1. $\mu(M)$ is a non-negative and completely additive function that having the properties of external curvature of a surface with a vertex.
2. For M , consisting of a single point, $\omega(M) < 2\pi$.
3. For the whole field, $\mu(D) = \Omega < 2\pi$, but greater than ω_0 .
4. For M containing more than one point A_0 ,

$$\mu(M) > \omega_0.$$

The findings of this thesis hold theoretical and practical significance in the study of geometry and the theory of convex surfaces, particularly in solving problems related to external curvature. These results provide a crucial foundation for future research in this area.

References

1. Aleksandrov A.D. Intrinsic geometry of convex surfaces. Taylor and Francis Group. pp. 235-269 (2006)
2. Artikbaev A., Tillaev D. Properties of External Curvature of Surfaces with Vertices // Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan. 2023. Vol. 4, No. 1, pp. 3-6.(in russian)
3. Artikbayev A., Tillayev D.R. Property of external curvature of convex surfaces with a finite number of vertices. Modern problems of Mathematics and Mechanics. 26-28 April, 2023 Baku, Azerbaijan.

FUNKSIONAL ANALIZ VA EHTIMOLLAR NAZARIYASI

NAZORAT KARTALAR YORDAMIDA TEXNOLOGIK JARAYONLARDAGI O'RTACHA YO'QOTISHNI BAHOLASH XAQIDA

Abdulvoxidov Alisher

PhD, Andijon davlat universiteti

Toshpo'latov Mirjalol

Andijon davlat universiteti

Usul. Texnologik operatsiyalarda mahsulot ishlab chiqarishda X tasodifiy miqdor mahsulotning ishchi xarakteristikasi, τ uning nominal qiymati bo'lsin. X ning τ dan chetlanishi variatsiyani hosil qiladi va bu doimo xarajatlarni keltirib chiqaradi.

Yaponiyalik olim G.Taguti variatsiya bilan bog'liq, pul birliklarida o'lchanadigan quyidagi birlik mahsulotga nisbatan o'rtacha yo'qotishni aniqlovchi taxminiy formulani kashf etdi:

$$\bar{E}[L(x)] = \frac{C_{scrap}}{(x_{scrap} - \tau)^2} \left[(\sigma(X))^2 + (\bar{X} - \tau)^2 \right], \quad (1)$$

Bu yerda x_{scrap} mahsulotni yaroqsiz bo'lishiga olib keluvchi X ning qiymati, C_{scrap} esa uning hisobiga ishlab chiqarishda hosil bo'ladigan pul birligidagi chiqim miqdori, $(\sigma(X))^2$ va $\bar{X}$ lar esa mos ravishda o'rta qiymatlar va standart og'ish nazorat kartalarining statistikalari [1].

Natija. Ushbu tezisda biz kichik korhonada olib boryotgan tadqiqotlarimizni mahsuli sifatida REINFCENTER PILLAR ORTNING nomli texnologik jarayondagi o'rtacha chiqimlarni (1) ga asoslangan holda topilgan dastlabki qiymatlarini keltirdik.

Ushbu texnologik operatsiyada nominal qiymat $\tau = 165$ mm bo'lgan holatga nisbatan kuniga 5 tadan 20 kun davomida o'lchash ishlari olib borildi. Topilgan ma'lumotlar asosida o'rta qiymatlar va tarqoqlik ko'lamini nazorat kartalari qurildi:

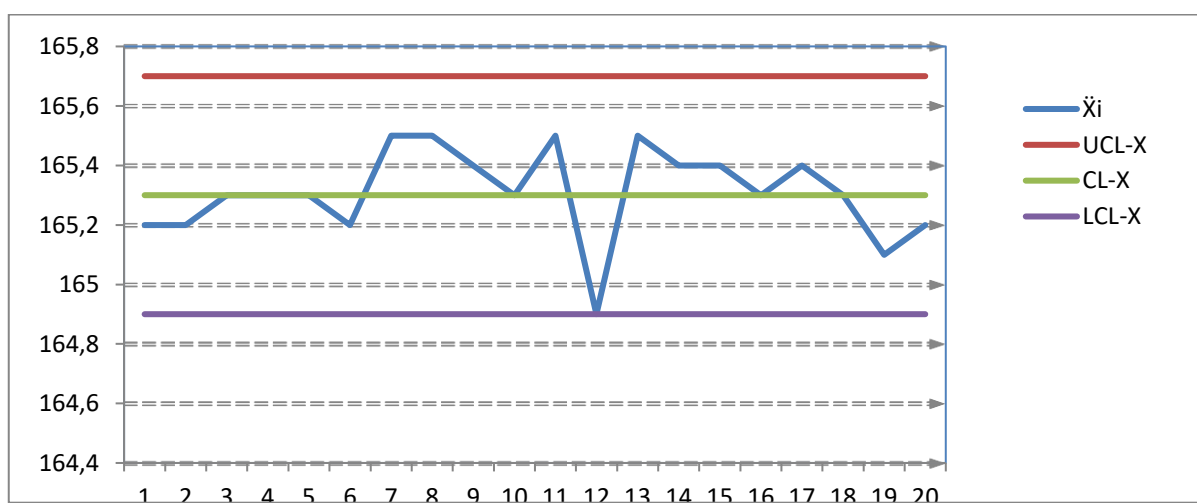
G.No	1	2	3	4	5	6
Xi1	165	165.5	165.4	165.5	165.1	165
Xi2	165.9	165.2	165.2	165.5	165.3	165.7
Xi3	165.1	165.1	165.2	165.4	165.7	165.1
Xi4	165.1	165.2	165	165.1	165.3	165.3

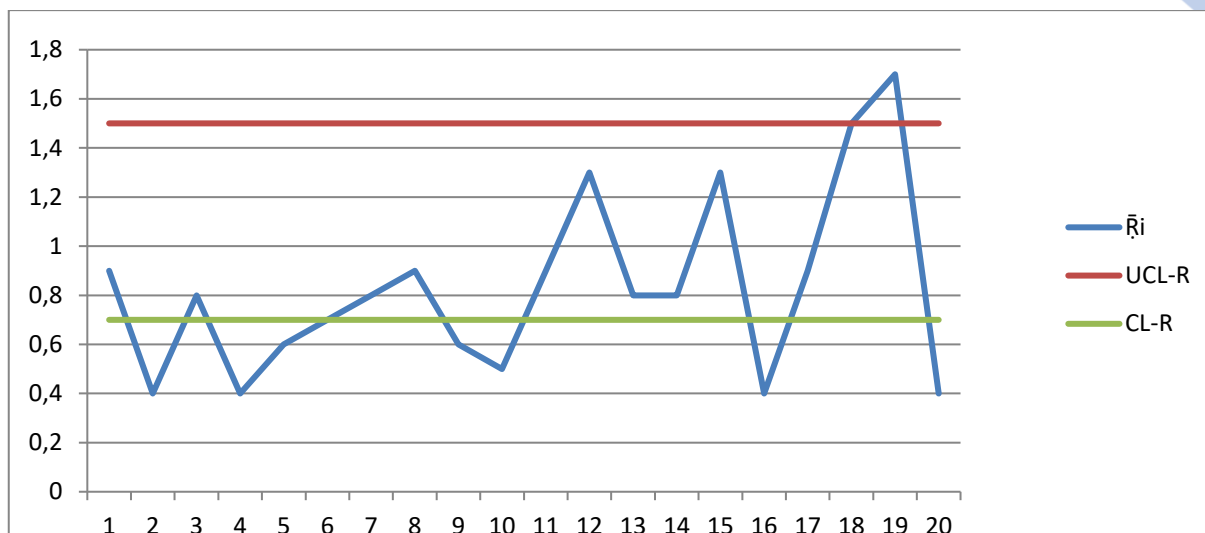
Matematika va ta'lim: yangi yondashuvlar

$\bar{X}_{i5}$	165	165.1	165.8	165.1	165.3	165.1
$\ddot{X}_i$	165.2	165.2	165.3	165.3	165.3	165.2
R_i	0.9	0.4	0.8	0.4	0.6	0.7

7	8	9	10	11	12	13
165.1	165.9	165.7	165.7	165.8	165.3	165.4
165.7	165	165.7	165.3	165.6	165.1	165.1
165	165.5	165.2	165.2	165	164	165.6
165.8	165.5	165.1	165.3	165.9	165.1	165.9
165.9	165.5	165.5	165.2	165.3	165	165.6
165.5	165.5	165.4	165.3	165.5	164.9	165.5
0.8	0.9	0.6	0.5	0.9	1.3	0.8

14	15	16	17	18	19	20
165.2	165.1	165.5	165.7	165.7	165.2	165.1
165.2	166.3	165.5	165.1	165.1	165	165.5
166	165.4	165.1	165	165.7	165.8	165.3
165.2	165	165.1	165.9	165.8	165.5	165.1
165.2	165.1	165.1	165.3	164.2	164.1	165.1
165.4	165.4	165.3	165.4	165.3	165.1	165.2
0.8	1.3	0.4	0.9	1.5	1.7	0.4





Bunda biz quyidagilarni aniqladik:

$$x_{scrap} = 165,5; C_{scrap} = 2 \$; \sigma(X) = 0,09; (\sigma(X))^2 \bar{\bar{X}} = 165,3.$$

U holda (1) ga asosan $\bar{E}[L(x)] = 1,44\$$ bo'ladi, demak, n ta birlik maxsulotga nisbatan korxona uchun o'rtacha chiqim $1,44 n \$$ ni tashkil etadi.

Fikrimizning oxirida shuni ta'kidlaymizki, agarda korxonadagi barcha texnologik operatsiyalar uchun yuqoridagi izlanishlarni olib borsak, korxonadagi samaradorlikni oshirish imkoniyati paydo bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Дональд Уилер, Дэвид Чамберс. Статистические управления процессами: Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. Москва. ООО «Альпина Бизнес Букс» 2009.
2. Ахмедов С.А. “Жараёнларни Статистик Бошқариш”. Методик қўлланма. Андижон. 2005.

TEXNOLOGIK JARAYON STABILLIGINI ANIQLASHNING SHUXART USULINI TAKOMILLASHTIRISH

Ablazova Kamola

PhD, Andijon davlat universiteti

Dexqonboyeva Salomatxon

Andijon davlat universiteti

Ma'lumki, texnologik jarayonning stabilligi deganda tashqi aralashuvsiz belgilangan vaqt oralig'ida uning parametrlari bo'yicha ehtimollik taqsimotining qayta tiklanuvchanligini belgilaydigan texnologik jarayonning xususiyati tushuniladi. Texnologik jarayonning turg'unligi deganda vaqt o'tishi bilan mahsulot sifati parametrlarining aniqligini ta'minlash xususiyatini tushunamiz. Texnologik jarayonning stabilligi turg'unlikka nisbatan umumiy

ko'rsatkichdir. [1] Texnologik jarayonlardagi texnologik operatsiyalarda ishlab chiqarilayotgan mahsulotlarning sifat ko'rsatkichi texnologik jarayon stabililigiga bog'liq bo'ladi.

Shuxart nazorat karta diagrammasidagi nuqtalarni nazorat kartani quyi va yuqori chegaralari deb ataluvchi LCL va UCL hamda o'rta chiziq deb ataluvchi CL chiziqlarga nisbatan joylashuviga qarab jarayonni stabililigini aniqlash qoidalarini yaratdi. Unga asosan 6σ oralig'i teng qilib o'rta chiziqqa nisbatan 3 ta yuqoriga 3ta quyiga teng qismlarga ajratilgan. Va quyidagi 4ta «Western Electric hududiy kriteriylari»[2] stabillikni buzilishini aniqlovchi qoidalar ishlab chiqilgan:

1-qoida: 1ta nuqtaning 3σ oralig'idan tashqariga tushishi;

2-qoida: o'rta chiziqdan bir tomonda joylashgan 3 ta ketma-ket kelgan nuqtadan hech bo'lmaganda 2tasini 2σ oralig'idan tashqariga tushishi;

3-qoida: o'rta chiziqdan bir tomonda joylashgan 5 ta ketma-ket kelgan nuqtadan hech bo'lmaganda 4tasini 1σ oralig'idan tashqariga tushishi;

4-qoida: o'rta chiziqdan bir tomonda kamida 8ta nuqtaning joylashishi.

Agar bulardan birortasi ro'y bersa texnologik jarayon stabil bo'lmaydi. Bu usulni stabillikni aniqlashning Shuxart nazorat karta usuli deyiladi.

Shuxart nazorat karta usullari bilan ishlashda texnologik jarayonning stabililigini bilib turish muhim hisoblanadi. Agar jarayon normal qonunga ega bo'lsa nazorat karta bilan birgalikda ishlatiladigan statistik instrumentlar mavjud. Ularni «Gistogramma», «Boks diagramma», «Ehtimollik qog'ozi» va «Korrelyatsiya koeffisienti» deyiladi. Agar bu 4 xil usuldan 3tasi jarayonni normalligini tasdiqlasa, u holda texnologik jarayon stabil deb hisoblanadi. [3]

Ushbu tezisda yuqoridagi usullarni takomillashtiruvchi Kolmogorov va Kolmogorov-Smirnov tipidagi muvofiqlik kriteriylaridan foydalangan holda texnologik jarayonning stabililigini aniqlovchi nazorat karta[4] bilan Shuxartning qoidalarini tekshirish usuli taklif etilgan.

$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ tanlanma taqsimot funksiyasi noma'lum bo'lgan bosh to'plamdan olingan va bosh to'plam taqsimoti haqida quyidagi ikki noparametrik gipotezalar o'rinli bo'lsin: $H_0: F(x) = F_0(x)$ $H_1: F(x) \neq F_0(x)$, bunda $F_0(x)$ nazariy taqsimot funksiya, $F_n(x)$ empirik taqsimot funksiya.

A.N. Kolmogorov bu masalani yechish uchun tekis o'lchovdan foydalangan holda $\propto$ qiymatdorlik asosida quyidagi kriteriyni gipotezalarni tekshirish uchun olgan edi: $D_n = D(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{n} \sup_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F_0(x)|$, hamda bu statistikaning limit taqsimoti $K(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp\{-2k^2 x^2\}$ ($x > 0$) ekanligini aniqladi. Unga asosan $D_n < k_{1-\alpha}$ bo'lganda H_0 gipoteza to'g'ri, aks

holda H_1 to'g'ri bo'lishi haqida xulosa qildi. Bunda $k_{1-\alpha}$ $K(x)$ ning $(1-\alpha)$ kvantili.

Biz ushbu muvofiqlik kriteriyalaridan foydalanib stabillikni aniqlashning nazorat karta usuli quyidagi teorema bilan ifodalanadi:

Teorema [5]. $\alpha = 0,01$ va $H_0: P(X < x) = F(x; \bar{X}_n; S_n^2)$ gipoteza o'rinli bo'lsa, u holda ρ^c -NK uchun nazorat qilinuvchi miqdor ρ_t^c va $UCL_{\rho^c} = \frac{k_{0,99}^c}{\sqrt{n}}$ ga teng bo'ladi.

Izoh. Agar $X \sim N(\mu_0; \sigma_0^2)$ bo'lsa ρ -nazorat kartaning yuqori nazorat chegarasi $UCL = \frac{k_{0,99}}{\sqrt{n}}$ teng bo'ladi. Bunda $k_{0,99}$ va $k_{0,99}^c$ lar maxsus kvantillar jadvallardan topiladi.

Quyida teoremaga mos ravishda qurilgan nazorat karta bilan texnologik jarayonning stabilligining tahlili 1-rasmida keltirilgan.



1-rasm. Texnologik jarayonning stabiligini aniqlovchi ρ^c nazorat karta.

Rasmida yuqoridagi teoremani qanoatlantiruvchi nuqtalar zangori siniq chiziq bilan, agar qanoatlantirmaydiganlari ham bo'lsa qizil siniq chiziq bilan belgilangan. Yashil chiziq stabil, qizil chiziq nostabil texnologik jarayonni ko'rsatadi.

Tasdiq: Agar 1-4 qoidalaridani o'z ichiga olgan $n > 50$ nuqtalar uchun har doim $\rho_t^c > UCL_{\rho^c}$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda bu qoidalar to'g'ri bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Солонин С.И. Метод контрольных карт. // Уральский федеральный университет. Екатеринбург Электронное текстовое издание. –2014. С.214.

2. Уилер Д., Чамберс Д. Статистические управления процессами: Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. Москва. ООО «Альпина Бизнес Букс» – 2009.С.409.

3. Ахмедов С.А. Жараёнларни Статистик Бошқариш. Методик қўлланма. Андижон. –2005. Б. 100.

4. Аблазова К.С. Статистическое моделирование стабильности технологического процесса при помощи контрольных карт и ее приложения // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент. – 2023. – №3(49) — С. 124-135

5. Ablazova K.S. Three-dimensional control charts for regulating processes described by a two-dimensional normal distribution. // Mathematics and Statistics.USA.–2022Vol.10.№.3.–Pp.463-467.

STATISTIK KRITERIYGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA BILAN ZILZILANI BASHORAT QILISH USULI HAQIDA

Ahmedov Sohibjon

F.-m.f.n., Andijon davlat universiteti

Abdusamatova Muharram

Andijon davlat universiteti

Hozirda uy hayvonlarining zilziladan oldingi g'ayritabiiy xatti-harakatlarini ilmiy jihatdan o'rganish uchun turli xil metod va vositalardan foydalaniladi. Bu jarayon odatda eksperimental va statistik usullarni o'z ichiga oladi. Ushbu tezisda biz eksperimental va nazorat guruhi yondashuvi tamoyiliga asoslangan metoddan foydalangan holda zilzilani bashorat qilish haqida o'z fikr va mulohazalarimizni keltiramiz. Bunda hayvonlarning nazorat guruhi (zilzila xavfi past hududdagi hayvonlar) va eksperimental guruhi (zilzila xavfi yuqori bo'lgan hududdagi hayvonlar) solishtiriladi.

Tabiatan zilzilalar oldindan qayerda sodir bo'lishini aniq bilish qiyin, shuning uchun tajriba va nazorat guruhlarini tuzish maxsus metodologik yondashuvni talab qiladi. Ushbu masalani hal qilish bo'yicha turli ilmiy yondashuvlar mavjud:

1) Tajriba va nazorat guruhlarini to'g'ri ajratish uchun zonal va vaqtinchalik yondashuvlar qo'llaniladi, ularga geografik yondashuv bo'lib, tajriba guruhi seysmik faolligi yuqori bo'lgan hududlarda (masalan, tektonik plitalar chegaralariga yaqin bo'lgan joylarda) joylashgan hayvonlardan. Nazorat guruhi seysmik faolligi past yoki tinch bo'lgan hududlarda joylashgan hayvonlar (masalan, zilzilalar kam sodir bo'ladigan joylar) dan tashkil topadi.

2) Vaqtinchalik yondashuv, bunda bir xil joydagi hayvonlarning zilziladan oldingi va keyingi xatti-harakatlari solishtiriladi. Tajriba guruhi zilzila sodir bo'lishidan oldingi davrdagi hayvonlarning xatti-harakatlari. Nazorat guruhi xuddi shu hududdagi hayvonlarning odatiy (zilzilalarsiz davr) xatti-harakatlari xisobga olinadi.

3) Individual yondashuv, bunda har bir hayvon o'z-o'zidan nazorat va tajriba guruhi sifatida ko'riladi.

Oddiy kunlardagi harakatlar (nazorat guruhi ma'lumoti) bilan zilzila yaqinlashgan kunlardagi harakatlar (tajriba guruhi ma'lumoti) solishtiriladi.

Biz tezisda uy hayvolari sifatida yer qimirlashni tez sezaigan itlardan iborat tajriba va nazorat guruxlarini tuzgan holda χ^2 (xi-kvadrat) testi yordamida ishlab chiqilgan nazorat karta bilan yer qimirlash jarayonini tahlil qilamiz. Bunda tajribaning asosiy bosqichlari quyidagicha boladi:

- A) Itlarning yer qimirlashga reaksiyasini aniqlash;
- B) Chastotalarni hisoblash va ma'lumotlar to'plash.
- C) Nazorat karta bilan quyidagi gipotezani tekshirish

Nol gipoteza (H_0): Tajriba va nazorat guruhlarida yer qimirlashga reaksiyalar chastotalari o'xshash.

Alternativ gipoteza (H_1): Tajriba guruhidagi itlar sezilarli darajada ko'proq bezovtalik namoyon qiladi.

Agar nazorat karta diagrammasida alternativ gipoteza to'g'riligi aniqlansa, u holda yer qimirlash xavfi borligidan darak beradi. Endi avvalgi tadqiqotlarimizda topilgan χ^2 - NK ni keltiramiz.

H_0 va H_1 gipotezalarni tekshiruvchi kriteriyni quyidagicha yozish mumkin[1]:

$$\hat{X}_{n_1, n_2}^2 = \frac{1}{\omega(1-\omega)} \left(\sum_{j=1}^L \omega_j v_{1j} - n_1 \omega \right).$$

Bu yerda $\underline{v}_1 = (v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1L})$, va $\underline{v}_2 = (v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2L})$ kategoriya-larga mos chastotalar, $\omega_j = \frac{v_{1j}}{(v_{1j}+v_{2j})}$, $\omega = \frac{n_1}{(n_1+n_2)}$, n_1 va n_2 mos ravishda tajriba va nazorat guruxlaridagi itlar soni.

Bunda kategoriyalar sifatida itlarda yer qimirlashi davrida bo'ladigan muhim g'ayri tabiiy o'zgarishlarni olamiz, masalan:

- *xurishlar soni (X);
- * yurak urishlar soni(Y);
- *tana xarorati(T);
- *noaniq xarakatlar soni(N).

Endi gipotezalarni tekshruvchi χ^2 - NK ning xarakteristikolari quyidagi teoremaga asosan aniqlaymiz.

Teorema [1]. $\alpha = 0,05$, $L \geq 2$ va H_0 gipoteza o'rinli bo'lsin, u holda quyidagi formulalar o'rinli bo'ladi:

$g(\underline{X}, \underline{Y}) = \sum_{j=1}^L \omega_j v_{1j}$ - nazorat qilinuvchi miqdor;

$UCL_{\chi^2} = n_1 \omega + 0,352 \cdot \omega(1 - \omega)$ – NK ning yuqori nazorat chegarasi.

Natija. Agar $g(\underline{X}, \underline{Y}) > UCL_{\chi^2}$ bo'lsa u holda H_1 gipotezaga to'g'ri bo'ladi..

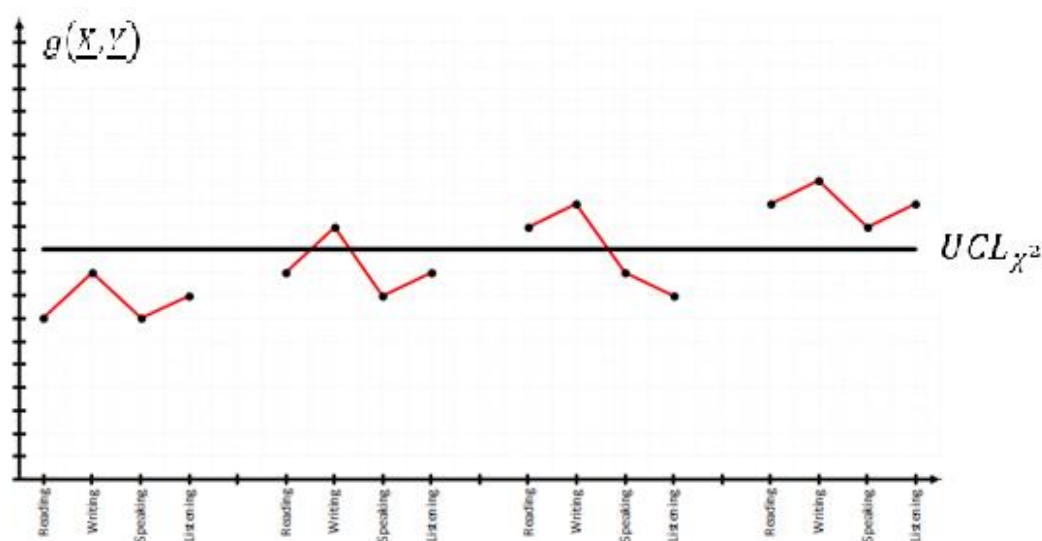
Biz teoremdan $L = 4$ bo'lgan holda foydalanamiz, ya'ni XYTN belgilar bilan ma'lumotlar yig'amiz.

Tajriba birlik vaqtlarda amalga oshiriladi va XYTN belgilarni chasto'talarini tajriba va nazorat guruxlarida $\underline{v}_1$ va $\underline{v}_2$ vektorlar bilan ifodalaymiz. Ularga asosan

$g(\underline{X}, \underline{Y})$ miqdorning qiymatlari NK blankasida begilanib boradi.

UCL_{χ^2} chegara tinch holatdagi XYTN ma'lumotlari bilan topiladi va NK blankasiga chiziladi. $g(\underline{X}, \underline{Y}) > UCL_{\chi^2}$ tengsizlik bo'lishi bilan birlik vaqtlar oralig'i yaqinlashtiriladi.

Quyidagi NK diagrammasida Yer qimirlash arafasidagi tajriba natijalari keltirilgan.



1-rasm. χ^2 – NK diagrammasi.

Diagrammadan ko'rinib turibdiki birinchi tekshiruvda yer qimirlash qayd etilmagan, ikkinchi tekshirishda Y belgi normadan chiqqan, uchinchi tajribada X va Y bilgilarni tajriba va nazorat guruhigagi farqi aniqlangan va to'tinchi tajriba natijalari bacha belgilarda farq bo'lganligini ko'rsatmoqda, ya'ni Yer qimirlash mumkin degan ma'lumotni NK ko'rsatmoqda. Endi birlik vaqtlarni yaqinlashtirish va choralar ko'rish zarur bo'ladi.

Adabiyot

1. Akhmedov S.A., Yuldashev Kh. Statistical analysis of current pedagogical experiments using control charts. International Journal of Education,

Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers.
SSN: 2945-4492 (online)

IKKITA BELGI ORASIDAGI KORRELYATSIYANI KENDALL KRITERIYASIGA ASOSLANIB YANGI QURILGAN NAZORAT KARTA YORDAMIDA TAHLIL QILISH

Dadamirzayeva Odinaxon

Andijon davlat universiteti

Hozirgi davrda psixologik tadqiqotlar materiallarini qayta ishlashda statistik usullardan foydalanish eksperimental ma'lumotlardan foydali ma'lumotlarni olish muhim masalalardan biridir.

Ma'lumki matematik statistika fan sifatida shakllanguncha muammolarni oddiy statistik xulosalar bilan talqin qilingan. Hozirda esa talqin uchun ilmiy asoslangan statistik metodlar mavjud. Statistikaning eng keng tarqalgan metodlardan biri korrelyatsion tahlildir.

Ushbu axborotda shunday metodlarni yana ham aniqlashtiruvchi, jarayonlarni statistik boshqarishda ishlatiladigan nazorat karta qurilgan. Shu sababli matematik statistikaning chuqur o'zlashtirmagan mutaxassislar uchun ham xulosalar chiqarish va tushunish qulay bo'ladi.

Bunday natijalarni hosil qilish quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi:

- Dastlab tajriba rejasi bo'yicha psixologik belgilarni o'lchash ishlari amalga oshiriladi, ma'lumotlar to'planadi;

- O'lchash turiga qarab statistik gipotezalar va ularni tekshiruvchi kriteriylar aniqlanadi;

- Kriteriylarga asoslangan holda NK qurish metodi yordamida muammoga mos keluvchi yangi nazorat karta yaratiladi.

Aytaylik, tajribalarda $n > 10$ nafar respondentlar qatnashib ularni X va Y belgilari orasidagi korrelyatsion bog'liqlik tahlil qilinayotgan bo'lsin. Belgilangan $t = 1, 2, \dots, l$ vaqtlarda X va Y ning qiymatlari tartib shkalasida aniqlanib, hosil bo'lgan qiymatlari ranglari topilgandan so'ng quyidagi ikki qator hosil qilingan bo'lsin

$$\bar{X} = \{x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}\}, \bar{Y} = \{y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt}\}.$$

X va Y orasidagi korrelyatsion bog'liqlik darajasi Kendallning korrelyatsiya koeffisienti τ ning bahosi

$$\tau = 1 - \frac{4K}{n(n-1)}$$

yordamida aniqlanadi. Bu yerda K inversiyalar soni - agar (X, Y) ma'lumotlar

juftliklarini X bo'yicha tartiblangan holda joylashtirsak, Y tartibdagi noto'g'ri joylashgan juftliklar soni [3].

Agar $\tau > 0,70$ bo'lsa kuchli, $0,50 < \tau < 0,69$ da o'rtacha, $0,30 < \tau < 0,49$ da yetarli va $\tau < 0,29$ da sust korrelyatsion bog'lanish bor deb qabul qilinadi.

$\hat{\tau}$ yordamida α qiymatdorlik darajasida

$$H_0: \tau = 0$$

$$H_1: \tau \neq 0$$

statistik gipotezalar tekshiriladi va kritik nuqta quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$Z = \frac{\tau \sqrt{\frac{n(n-1)}{2}}}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9}}}$$

statistikaning taqsimoti standart normal taqsimot ($N(0,1)$) ga intiladi. Shulardan foydalangan holda z_{kr} ning qiymatlari jadvaldan topiladi [2]. Masalan,

$$z_{kr} = \begin{cases} 1,96, \alpha = 0,05 \\ 2,58 \alpha = 0,01 \end{cases}$$

An'anaviy usulga asosan $|\hat{\tau}| < z_{kr}$ da H_0 gipoteza, aks holda H_1 gipoteza qabul qilinadi.

Yuqoridagi ma'lumotlarga asoslangan holda ishonchli intervallar usuli bilan psixologik tajribalarni statistik tahlil qiluvchi NK larni qurish uchun uni quyidagi xarakteristikalarini aniqlashimiz zarur:

Nazorat qiluvchi miqdor - X va Y ni korrelyatsiyasini aniqlab boradi, $\bar{X}_t$ va $\bar{Y}_t$ ning funksiyasidan iborat, ya'ni $g_t = g(\bar{X}_t, \bar{Y}_t)$, $t = 1, 2, \dots, m$;

Nazorat karta chegaralari $\alpha=0,01$ qiymatdorlik darajasi ishonchli interval usuli bilan aniqlangan sonlar:

Ogohlantiruvchi nazorat chegaralari $\alpha=0,05$ bo'lganda ishonchli interval usuli bilan topiladigan sonlar: UCL - yuqori ogohlantiruvchi chegara, LCL - quyi ogohlantiruvchi chegara [4].

NK ning xarakteristikalarini aniqlash bo'yicha quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. $\alpha = 0,01$ qiymatdorlik darajasida H_0 gipoteza o'rinli bo'lsin. U holda tayin n va $t = 1, 2, \dots, m$ da quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:

$$LCL = -2,58 \cdot \frac{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}{6} + \frac{n(n-1)}{4};$$

$$UCL = 2,58 \cdot \frac{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}{6} + \frac{n(n-1)}{4}$$

$g(\bar{X}_t, \bar{Y}_t) = K$ nazorat qilinuvchi miqdor.

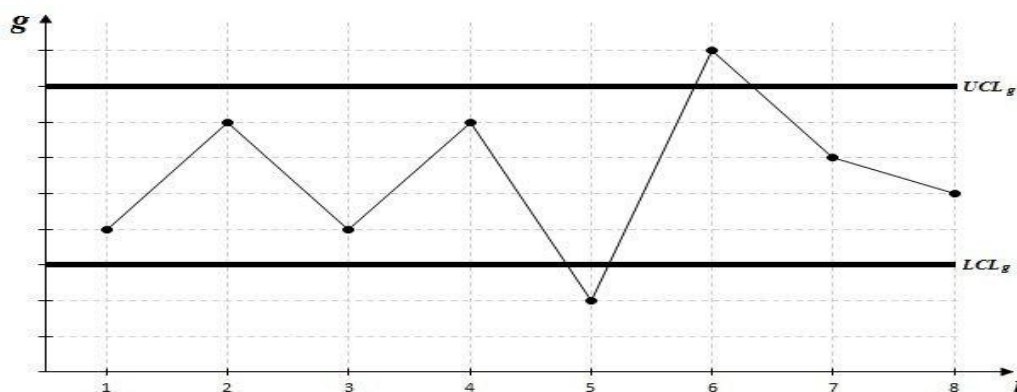
Natija. Agar $t = 1, 2, \dots, l$ da $g(\underline{X}, \underline{Y}) > UCL$ bo'lsa, u holda H_1 gipotezaga to'g'ri bo'ladi.

Teorema natijasiga asosan quyidagi τ - nazorat karta matematik modeli ishlab chiqilgan:

$$g(\bar{X}_t, \bar{Y}_t) = K, LCL = -2,58 \cdot \frac{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}{6} + \frac{n(n-1)}{4};$$

$$UCL = 2,58 \cdot \frac{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}{6} + \frac{n(n-1)}{4}.$$

Quyidagi 1-rasmda NKning tasviri keltirilgan.



1-rasm. g - NK

Nazariy jihatdan 1-rasmdagi xolat quyidagi gipotezalarni ketma-ket tekshirishni bildiradi:

H_0 : X va Y alomatlar korrelatsiya noldan farq qilmaydi.

H_1 : X va Y alomatlar orasidagi korrelatsiya noldan ishonchli farq qiladi.

Agar g_t ni qiymatlari (LCL_g, UCL_g) oraliqqa tushsa jarayon statistik nazoratda aks holda jarayon statistik nazoratda emas deyiladi. 1-rasmdagi NK da 1,2,3,4,5 va 8 xolatlarida H_0 , 5 va 6 holatlarda H_1 gipoteza o'rinli bo'layapti.

Psixologik tajribalarning natijalarini natijaga mos diagrammalar bilan tahlil qilishni qulayliklari ko'p. Eng asosiysi diagrammaga qarab tajribani kamchiliklarini to'g'irlab boorish mumkin bo'ladi [5].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. Л.В.Шелехова Математические методы в педагогике и психологии Майкоп - 2010.
2. В.К.Романко Статистический анализ данных в психологии. М.БИНOM, 2015.
3. О.Ю. Ермолаев Математическая статистика для психологов Москва 2003.
4. С.И.Солонин. Метод контрольных карт. УФУ, Е. 2014.

5. O.Dadamirzayeva. Psixologik tajribalarni statistik tahlil qilishda ishlatiladigan yangi nazorat kartalar. Namangan davlat universiteti ilmiy axborotnomasi 2023 yil 4-son. 424-430 b.

PERIODIC GIBBS MEASURES FOR THE ISING MODEL WITH THE INHOMOGENEOUS EXTERNAL FIELD ON THE CAYLEY TREE OF ORDER TWO

Dekhkonov Jasurbek

Andijan state university

Ashurov Fayzullo

Andijan state university

The Cayley tree Γ^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., such that from each vertex of which issues exactly $k + 1$ edges. We will denote by V the set of the vertices of the tree and by L the set of edges of the tree. The distance on this tree is defined as the number of nearest neighbour pairs of the minimal path between the vertices x and y and denoted by $d(x, y)$.

The Ising model with an external field is defined by the formal Hamiltonian

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) - \sum_{x \in V} \alpha_{\sigma(x), x}, \quad (1)$$

where the first sum runs over nearest neighbour vertices $\langle x, y \rangle$, the second sum runs over all the vertices of the tree, the spins $\sigma(x)$ take values in the set $\Phi = \{-1, 1\}$, $J \in \mathbb{P}$ is the coupling constant and $\alpha_x \in \mathbb{P}^2$ is the external field.

As the root of the tree, we fix a vertex $x^0 \in V$. Let

$$V_n := \{x \in V : d(x, x^0) \leq n\}, \quad W_n := \{x \in V : d(x, x^0) = n\},$$

be respectively the ball and the sphere of radius n with center at x^0 . For $x \in W_n$ let

$$S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(y, x) = 1\}$$

be the set of direct successors of x .

Let $h_x \in \mathbb{P}^2$, $x \in V$. For every n , we then define a measure μ_n on Ω_{V_n} setting

$$\mu_n(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \{-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x}\}, \quad (2)$$

where $\beta = \frac{1}{T}$ (T is temperature, $T > 0$), $\sigma_n = \{\sigma(x), x \in V_n\} \in \Omega_{V_n}$, Z_n^{-1} is the normalizing factor, and

$$H(\sigma_n) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L_n} \sigma(x)\sigma(y) - \sum_{x \in V_n} \alpha_{\sigma(x), x}, \quad (3)$$

The probability distributions $\mu_n(\sigma_n)$ are said to be compatible if, for all $n \geq 1$ and $\sigma_{n-1} \in \Phi^{V_{n-1}}$, they satisfy the consistency condition

$$\sum_{\substack{\omega_n \in \Omega_{V_n} : \\ \omega_n|_{V_{n-1}} = \sigma_{n-1}}} \mu_n(\omega_n) = \mu_{n-1}(\sigma_{n-1}).$$

Theorem 1. [3] The probability distribution $\mu_n(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$, defined in (2) compatible if and only if for any $x \in V \setminus \{x^0\}$ the following equation holds

$$\tilde{h}_x = \tilde{\alpha}_x + \sum_{y \in S(x)} \ln \frac{\theta e^{\tilde{h}_y} + 1}{e^{\tilde{h}_y} + \theta} \quad (4)$$

here and below

$$\theta = \exp(2\beta J), \tilde{h}_x = h_{1,x} - h_{-1,x} + \beta(\alpha_{1,x} - \alpha_{-1,x}), \tilde{\alpha}_x = \beta(\alpha_{1,x} - \alpha_{-1,x}).$$

Let $G_k/\hat{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$ be a quotient group, where $\hat{G}_k$ is a normal divisor of index $r \geq 1$. Denote $x_\downarrow = \{y \in G_k : x, y \rangle \} \setminus S(x)$ for $x \in G_k$.

Definition 1. A set of quantities $h = \{h_x, x \in G_k\}$ is said to be $\hat{G}_k$ periodic if $h_{xy} = h_x$ for $x \in G_k$ and $y \in \hat{G}_k$.

Definition 2. A set of quantities $h = \{h_x, x \in G_k\}$ is said to be $\hat{G}_k$ weakly periodic if $h_x = h_{ij}$ for $x \in H_i$ and $x_\downarrow \in H_j$ for any $x \in G_k$.

We note that a weakly periodic set h coincides with the standard periodic set if the value h_x is independent of $x_\downarrow$.

Definition 3. A measure μ is said to be $\hat{G}_k$ -(weakly) periodic if it corresponds to the $\hat{G}_k$ -(weakly) periodic set of h . A G_k -periodic measure is said to be *translation invariant*.

Let $G_k^{(2)}$ be the subgroup in G_k consisting of all words of even length, i.e. $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : \text{the length of word } x \text{ is even}\}$. Clearly, $G_k^{(2)}$ is a subgroup of index 2. A $G_k^{(2)}$ -periodic set of $\tilde{h} = \{\tilde{h}_x \in \mathbb{P} : x \in G_k\}$ has the following form:

$$\tilde{h}_x = \begin{cases} \tilde{h}_1, & \text{if } x \in G_k^{(2)}, \\ \tilde{h}_2, & \text{if } x \in G_k \setminus G_k^{(2)} \end{cases} \quad (5)$$

Let the external field be also $G_k^{(2)}$ -periodic, i.e.

$$\tilde{\alpha}_x = \begin{cases} \tilde{\alpha}_1, & \text{if } x \in G_k^{(2)}, \\ \tilde{\alpha}_2, & \text{if } x \in G_k \setminus G_k^{(2)}. \end{cases} \quad (6)$$

Since we are investigating the model with the periodic external field we assume that $\tilde{\alpha}_1 \neq \tilde{\alpha}_2$. Then, from (6) we get

Let $k = 2$, $A = 1$, then due to Theorem 1, by introducing the notations $e^{\tilde{h}_i} = z_i$, $e^{\tilde{\alpha}_i} = \lambda_i$, $i = \overline{1, 2}$, we have

$$\begin{cases} z_1 = \lambda_1 \cdot \left(\frac{\theta z_2 + 1}{z_2 + \theta} \right)^2, \\ z_2 = \lambda_2 \cdot \left(\frac{\theta z_1 + 1}{z_1 + \theta} \right)^2. \end{cases} \quad (7)$$

After introducing notations $x = \sqrt{z_1}$, $y = \sqrt{z_2}$, $\xi = \sqrt{\lambda_1}$, $\nu = \sqrt{\lambda_2}$ the system (7) is reduced to

$$\begin{cases} x = \xi \frac{\theta y^2 + 1}{y^2 + \theta}, \\ y = \nu \frac{\theta x^2 + 1}{x^2 + \theta}. \end{cases} \quad (8)$$

On substituting y from the second equation of the system (8) into the first one we have

$$x = g(x), \quad (9)$$

where

$$g(x) = \xi \frac{\theta \nu^2 (\theta x^2 + 1)^2 + (x^2 + \theta)^2}{\nu (\theta x^2 + 1)^2 + \theta (x^2 + \theta)^2}.$$

It is easy to show that $g(x)$ is a continuous and bounded function with $g(0) > 0$ and $g(+\infty) < +\infty$. From properties of the function g it follows that the function g has at least one fixed point, say x^* . We have the following theorem:

Theorem 2. For the Ising model with the periodic external field on the Cayley tree of order two if the condition $g'(x^*) > 1$ is satisfied, then there exist at least three distinct $G_k^{(2)}$ -periodic SGMs.

REFERENCES

1. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. Singapore.: World scientific.- 2013.
2. Rahmatullaev M. M. Weakly periodic Gibbs measures of the Ising model with

an external field on the Cayley tree. Theoretical and Mathematical Physics. 2015. T.183, No. 3. pp. 822–828.

3. Bogachev L.V, Rozikov U.A. On the uniqueness of Gibbs measure in the Potts model on a Cayley tree with external field. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2019.

NAZORAT KARTALAR YORDAMIDA YER OSTI SUVLARIDA RADON MIQDORINING O'ZGARISHINI STATISTIK TAHLIL QILISH ASOSIDA ZILZILANI BASHORAT QILISH HAQIDA

Mashrabxo'jaeva Onorxon

Andijon davlat universiteti

Yer osti suvidagi seysmotektonik ta'sir natijasida yuzaga keladigan radon (Rn) o'zgarishlari yaqinlashib kelayotgan yirik zilzilalarni kuzatish uchun muhim omillardan biri hisoblanadi. Yer osti suvlari tektonik zo'riqlar natijasida tuproq gazlarining migratsiyasini osonlashtiradi. Shu nuqtai nazardan, Wenchuan zilzilasi bilan bog'liq bo'lishi mumkin bo'lgan radon anomaliyalarini aniqlash maqsadida radon vaqt qatori statistik tahlil qilinadi. Statistik tahlil, asosan, radon ma'lumotlarining deterministik tahlili va anomaliyalarni aniqlash uchun $x \pm 2\sigma$ mezonidan foydalangan holda qoldiq radon (Rn) tahlilini o'z ichiga oladi. Bu mezon 95% ishonch oralig'iga ega.

So'nggi o'n yilliklarda zilzilalarni oldindan bashorat qilish bo'yicha tadqiqotlar ushbu hodisaning halokatli tabiati sababli ilmiy hamjamiyat e'tiborini tortdi. Biroq, ushbu sohada hali aniq muvaffaqiyatga erishilmagan, chunki jarayonda ko'plab o'zgaruvchilar ishtirok etadi. Shu sababli, geologik xavflarni kamaytirish va inson hayoti hamda mol-mulk yo'qotishlarini minimallashtirish maqsadida bu yo'nalishda tadqiqotlar olib borish juda muhimdir.

Shu nuqtai nazardan, ko'plab retrospektiv tadqiqotlar zilzila faolligiga hamroh bo'ladigan atmosferik, ionosferik va gidrogeokimyoviy jarayonlar mavjudligini ta'kidlaydi. Ushbu jarayonlar zilzilaning oldindan belgilovchi omillari sifatida qaralib, dunyo bo'ylab kuzatilgan.

So'nggi yillarda zilzilalarning oldindan belgilarini tushuntirish uchun turli fizik modellar taklif qilingan. Masalan, Pulinets va Ouzounov zilzila faolligi va uning oldindan belgilovchi omillari o'rtasidagi bog'liqlikni tushuntiruvchi Litosfera-Atmosfera-Ionosfera Bog'liqligi (LAIC) modelini taklif qilgan. Ushbu modelga ko'ra, tektonik bloklarning nisbiy harakati tektonik zo'riqlarning hosil bo'lishiga olib keladi. Bundan tashqari, Koike va boshqalar laboratoriya tajribasi orqali siqilish kuchlari natijasida radon chiqishini o'sishini tasdiqlagan. Ushbu tektonik zo'riqlar mikro yoriqlar va darzlarning ochilishi va yopilishi

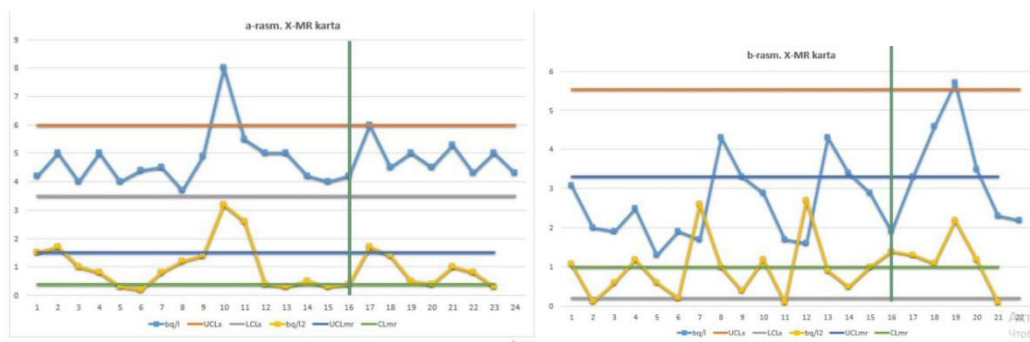
uchun mas'ul bo'lib, natijada radon yer po'stidan yuqori qatlamga ko'chib o'tishiga sabab bo'ladi. Bu jarayon yer osti suvi yoki tuproq gazlari (CO_2 , CH_4 yoki N_2) orqali amalga oshadi. Ayniqsa, Cicerone va boshqalar radon konsentratsiyasi va mintaqaviy zo'riqish/tortilish o'zgarishlari o'rtasidagi bog'liqlikni qayd etgan.

Ko'plab tadqiqotlar zilzila paytida yer osti suvidagi radon anomalialarining sezilarli darajada ortishini ko'rsatadi. Shu munosabat bilan, Toshkent zilzilasi ($M=5.2$ 1966) yer osti suvidagi radon anomalialarining zilzilalar bilan bog'liq ekanligi haqidagi ilk dalilni taqdim etdi va zilzilalarni oldindan bashorat qilish bo'yicha tadqiqotlarga umid berdi. Radon ma'lumotlarini bir necha yillik tahlili natijasida ushbu zilzila paytida radon darajasining keskin oshgani qayd etilgan va bu xatti-harakatlar uning takroriy silkinishlari uchun ham kuzatilgan. Bu esa radon va zilzilalar o'rtasidagi bog'liqlikni tasdiqlaydi

Yer osti suvlaridagi radon konsentratsiyasi.

Yuqorida bayon qilganimizga asosan bu sohada qilinayotgan ilmiy tadqiqotlarning asosiy g'oyalari o'zbek olimlariga tegishli desak adashmaymiz. dissertatsiyadagi tahlil qilingan muammolarni ko'rib chiqish etarli bo'lsa kerak. Bu maqolada 2010-2016 yillarda jami 22 ta Yer qimirlashdagi holatlar kuzatilgan. Shu maqolaning 1-rasmda 12 may 2014 va 22 noyabr 2016 dagi Yer qimirlashdan avval va shu paytdagi undan keyingi vaqtlarda Yer osti suvlarida geliy va radon konsentratsiyasining o'zgarishi diskret daqiqali qator sifatida tahlil qilingan. Biz shu grafik asosida to'plagan ma'lumotlar asosida X-MR nazorat karta (NK) bilan xolatni qayta tahlil qildik. Natijalar quyidagi 1-rasmdagi diagrammalarda keltirilgan.

1-rasmda X-NK diagrammasida zilziladan avval radonni suvdagi konsentratsiyasi ortib ketgan. Bu holat X uchun X-MR NKning yuqori nazorat chizig'i (UCL) dan chiqib ketganligi bilan tasvirlangan, xuddi shu paytda MR NK diagrammasida tarqoqlik normadan ortib ketganligiga guvoh bo'layapmiz.



1-rasm. Yer qimirlashda suvdagi radon konsentratsiyasining X-MR NK diagrammasi.

Ushbu maqolada avval daqiqali qatorlar bilan tahlil qilingan zilzilalarni Shuxart NK lari bilan qayta tahlil qilingan va dastlabki natijalar hosil qilingan. Bu metod daqiqali qatorlar usulini potensial imkoniyatlarini oshiradi va real xolatlarda ishlatish ma'lum bir natijalar beradi degan fikrdamiz. Natijalar biz tahlil qilish uchun olgan maqola mualliflariga([4] va [5])tegishli va ular grafik shaklida edi. Biz grafikdagi natijalarni WebPlotDigitizer programmasi orqali sonlarda aniqlab oldik.

ADABIYOTLAR

1. Закиров Т.З. Особенности распределения концентрации радона в подземных водах некоторых сейсмоактивных зон Узбекистана (в связи с поисками предвестников землетрясений). Диссертация на соискание ученой степени к.г.-м.н., Т.1984.
2. Yasuoka Y., Igarashi G., and Ishikawa T., Evidence of precursor phenomena in the Kobe earthquake obtained from atmospheric radon concentration, Applied Geochemistry, Vol. 21, No. 6, 2016, pp.1064-1072.
3. Sunarno et al., Detection system for deterministic earthquake prediction based on radon concentration changes in Indonesia, Journal of Engineering Science and Technology, Vol. 15, No. 3, 2020, pp.1787-1798.
4. Je Vuk Kim, Xon Yosh Joon , Yosh Seo Kim , Hyun Jeong , Joo Hyun Moon. Temporal changes in the indoor radon concentration as an earthquake precursor. International Journal of GEOMATE, May, 2022, Vol.22, Issue 93, pp.36-43
5. Р.М.Семенов, Н.М.Лопатин, В.В. Чечельницкий. Изучение концентраций растворенных гелия и радона в подземных водах южного Прибайкалья в связи с сейсмическими процессами. Geodynamics & Tectonophysics.2020, Vol.11, Issue 1, P. 63-74.

TASODIFIY VEKTORLARNING TAQSIMOT FUNKSIYALARI

Maxammatova Sevara

Samarqand davlat universiteti

Ehtimollar nazariyasi zamonaviy fan va texnikaning deyarli barcha yo'nalishlarida keng qo'llaniladi. Xususan, ko'p o'lchovli noaniqlikni o'rganishda tasodifiy vektorlar tushunchasi muhim o'rin tutadi. Reallikdagi ko'pgina jarayonlar bir nechta omilga bog'liq va ularning natijasini to'liq tushinishimiz uchun biz ushbu omillarni birgalikda o'rganishimiz kerak. Tasodifiy vektorlar bizga anashunday imkoniyatni beradi [1].

Avvalo, tasodifiy vektor tushunchasiga aniqlik kiritamiz. Oddiy tasodifiy kattalik bu noaniq hodisaning natijasini ifodalovchi matematik model. Tasodifiy vektor esa, bir nechta tasodifiy kattalikni bitta tuzilma sifatida ko'rib chiqadi. Matematik shaklda tasodiy vektor quyadagicha tasvirlanadi:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

bu yerda $X_1, X_2, \dots, X_n$ lar tasodiy miqdorlar bo'lib, ular o'zaro bog'liq yoki bog'liq bo'lmasligi mumkin [2].

Hayotiy misol

X_1 -kundalik maksimal harorat($^{\circ}C$).

X_2 -kundalik havo namligi(%)

Bu ikki o'zgaruvchi ob-havoni bashorat qilishda muhim ro'l o'ynaydi. Harorat yuqori bo'lsa, odatda havo namligi kamayadi. Bu degani X_1 va X_2 lar o'zaro bog'liq kattaliklar. Anashu bog'liqlikni aniqlashda biz tasodifiy vektorning taqsimot funksiyasidan foydalanamiz.

Taqsimot funksiya

Tasodifiy vektorning taqsimot fuksiyasi har bir komponent belgilangan qiymatdan kichik yoki unga teng bo'lish ehtimolini ko'rsatadi:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n)$$

Bu funksiya yordamida biz masalan, harorat $30^{\circ}C$ dan past va havo namligi 60% dan yuqori bo'lish ehtimolini aniqlashimiz mumkin.

Sun'iy intellektda tasodifiy vektorlar

Bugungi kunda tasodifiy vektorlar sun'iy intellekt sohasida ham keng qo'llanilmoqda. Masalan, yuzni aniqlash algoritmlarida har bir piksel yorqinligi tasodifiy kattalik sifatida qaraladi. Bularning barchasi birga tasodifiy vektor shaklida neyron tarmoqqa uzatiladi. Tizim bu vektorni o'rganib, yuzni yoki boshqa ob'ektni aniqlaydi.

Shuningdek moliyaviy risklarni baholashda banklar mijozlarning daromadi, qarz miqdori, to'lov intizomi kabi ko'rsatkichlarni tasodifiy vektor shaklida modellashtiradilar. Bu yondashuv kredit riskini ancha anqlik bilan baholash imkonini beradi.

Amaliy masala

Bank kredit portfelini baholashda tasodifiy vektor (X, Y, Z) ni ko'rib chiqamiz.

x -mijoz daromadi (so'mda),

y -qarz miqdori (so'mda),

z -to'lov intizomi (1-o'z vaqtida, 0-kechikkan).

Ma'lumotlar:

$$P(X > 5000000, Y < 2000000, Z = 1) = 0,4$$

$$P(X > 5000000, Y < 2000000, Z = 0) = 0,1$$

$$P(X \leq 5000000, Y \geq 2000000, Z = 1) = 0,2$$

$$P(X \leq 5000000, Y \geq 2000000, Z = 0) = 0,3$$

Savol: Mijoz daromadi 5000000 so'mdan ko'p va qarzi 2000000 so'mdan kam bo'lsa, mijoz to'lovni o'z vaqtida amalga oshirish ehtimolini toping.

Yechish:

$$\begin{aligned} &P(X > 5000000, Y < 2000000) \\ &= P(X > 5000000, Y < 2000000, Z = 1) \\ &+ P(X > 5000000, Y < 2000000, Z = 0) = 0,4 + 0,1 = 0,5 \end{aligned}$$

Demak:

$$P(Z = 1 | X > 5000000, Y < 2000000) = 0,4/0,5 = 0,8$$

Javob: 0,8 yoki 80%.

Tasodifiy vektorlar va ularning taqsimot funksiyalari zamonaviy ehtimollar nazariyasining eng muhim bo'limlaridan biridir. Ular yordamida murakkab tizimlarni matematik modellashtirish va tahlil qilish imkoniyati mavjud. Hayotimizdagi ba'zi jarayonlar ko'p o'zgaruvchili bo'lib, ularni tushinishda tasodifiy vektor tushunchasi katta ahamiyat kasb etadi. Bugungi kunda tasodifiy vektorlar sun'iy intellekt, moliya, sanoat tahlillari va sog'liqni saqlash sohasida ham keng qo'llanilmoqda. Ular asosida ishlab chiqilgan algoritmlar yordamida kompleks masalalarni yechish osonlashadi va aniqroq natijalarga erishiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1.S.H.Sirojjidinov, M.Mamatov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, "O'qituvchi", 1980.

2.A.Abdushukurov, T.Zuparov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Darslik, Toshkent, Tafakkur-Bo'stoni, 2015.

TRANSLATION-INVARIANT GROUND STATES FOR THE ISING MODEL WITH AN H_A -PERIODIC EXTERNAL FIELD ON A CAYLEY TREE

Rahmatullaev Muzaffar

DSc, V.I.Romanovsky Institute of Mathematics

Ashurov Fayzullo

Andijon State University

Each Gibbs measure is associated with a single phase of a physical system. The existence of two or more Gibbs measures implies the presence of a phase transition. One of the main problems is to describe the extreme Gibbs measures

corresponding to a given Hamiltonian.

It is known that the phase diagram of Gibbs measures for a Hamiltonian is close to the phase diagram of the isolated (stable) ground states of this Hamiltonian. At low temperatures, the periodic ground state corresponds to a periodic Gibbs measure. The problem naturally arises on the description of periodic ground states, see [1-2].

Let $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ be a Cayley tree of order k , i.e. an infinite tree such that exactly $k + 1$ edges are incident to each vertex. Here V is the set of vertices and L is the set of edges of τ^k . Let G_k denote the free product of $k + 1$ cyclic groups $\{e, a_i\}$ of order 2 with generators $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$, i.e., let $a_i^2 = e$. There exists a one-to-one correspondence between the set V of vertices of the Cayley tree of order k and the group G_k , see [1].

For each $x \in G_k$, let $S_1(x)$ denote the set of all neighbors of x , i.e. $S_1(x) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\}$

Assume that spin takes its values in the set $\Phi = \{-1, 1\}$. By a configuration σ on V we mean a function taking $\sigma: x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$. The set of all configurations coincides with the set $\Omega = \Phi^V$.

Consider the quotient group $G_k/G_k^* = \{H_1, \dots, H_r\}$, where G_k^* is a normal subgroup of index r with $r \geq 1$.

Definition 1. A configuration σ is said to be G_k^* -periodic if $\sigma(x) = \sigma_i$ for all $x \in G_k$ with $x \in H_i$. A G_k -periodic configuration is said to be translation-invariant.

By *period* of a periodic configuration we mean the index of the corresponding normal subgroup.

The Ising model with a H_A -periodic external field is defined according to the following Hamiltonian:

$$H(\sigma) = J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) + \sum_{x \in V} \alpha_x \sigma(x), \quad (1)$$

where $J, \alpha_x \in \mathbb{R}$ and

$$\alpha_x = \begin{cases} \alpha_0, & \text{if } x \in H_A, \\ \alpha_1, & \text{if } x \in G_k \setminus H_A, \end{cases}$$

where $H_A = \{x \in G_k : \omega_x(a_1) \text{ is even}\}$. We assume that $\alpha_0 \neq \alpha_1$.

Let us consider energies of configuration σ_b defined by following:

$$U(\sigma_b) = \frac{1}{2}J \sum_{x \in S_1(c_b)} \sigma(x)\sigma(c_b) + \alpha_{(c_b)}\sigma(c_b).$$

Lemma. For all σ_b , we have

$$U(\sigma_b) \in \{U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, U_{+0}^{(1)}, U_{-0}^{(1)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(0)}, U_{-(k+1)}^{(0)}, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)}\},$$

where $U_{\pm i}^{(j)} = \pm(\alpha_j + (i - \frac{k+1}{2})J), i = 0, 1, \dots, k+1, j = 0, 1$.

Definition 2. A configuration ϕ is called a ground state of the Hamiltonian (1), if

$$U(\phi_b) = \min\{U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, U_{+0}^{(1)}, U_{-0}^{(1)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(0)}, U_{-(k+1)}^{(0)}, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)}\}$$

for all $b \in M$.

For a fixed $m = +0, -0, +1, -1, \dots, +(k+1), -(k+1), j = 0, 1$, we set

$$A_m^{(j)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: U_m^{(j)} = \min\{U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, U_{+0}^{(1)}, U_{-0}^{(1)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(0)}, U_{-(k+1)}^{(0)}, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)}\}\}.$$

It is easy to check that

$$A_{\pm 0}^{(0)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: \pm J \geq 0, \pm \alpha_0 \leq 0, |\alpha_1| \leq \mp \alpha_0\},$$

$$A_{\pm 0}^{(1)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: \pm J \geq 0, \pm \alpha_1 \leq 0, |\alpha_0| \leq \mp \alpha_1\},$$

$$A_{\pm m}^{(0)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: J = 0, \pm \alpha_0 \leq 0, |\alpha_1| \leq \mp \alpha_0\}, m = 1, 2, \dots, k,$$

$$A_{\pm m}^{(1)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: J = 0, \pm \alpha_1 \leq 0, |\alpha_0| \leq \mp \alpha_1\}, m = 1, 2, \dots, k,$$

$$A_{\pm(k+1)}^{(0)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: \pm J \leq 0, \pm \alpha_0 \leq 0, |\alpha_1| \leq \mp \alpha_0\},$$

$$A_{\pm(k+1)}^{(1)} = \{(J, \alpha_0, \alpha_1) \in R^3: \pm J \leq 0, \pm \alpha_1 \leq 0, |\alpha_0| \leq \mp \alpha_1\},$$

$$\text{and } R^3 = \bigcup_{m=0, k+1; j=0, 1} A_{\pm m}^{(j)}.$$

Theorem. In the Ising model with an H_A -periodic external field, there exists no translation-invariant ground state.

REFERENCES

1. **Rozikov U.A.**, *Gibbs Measures on Cayley Trees*, World Scientific, Singapore (2013).
2. **Rahmatullaev M.M., Rasulova M.A.**, "Uzbek Mathematical Journal", No 3, (2018) pp.147-155. DOI:10.29229/uzmj.2018-3-15.

ATMOSFERADAGI RADON KONSENTRASIYASINI VA ZILZILA ORASIDAGI BOG'LANISHNI SHUXARTNING X-R NAZORAT KARTASI BILAN TAHLILI

Sharobiddinova Gulshoda

Andijon davlat universiteti

Muammoning dolzarbligi va tahlili.

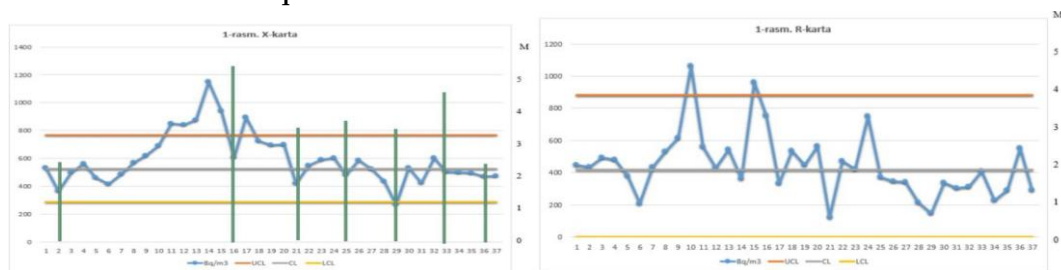
Radon tabiiy holda uchraydigan radiaktiv gaz bo'lib, inert gazlar guruxiga kiradi. U asosan uraniy, toriy va radiy izotoplarining yo'qolishi natijasida sodir bo'ladi. Yer qa'ridagi toshlar, tuproq va minerallar tarkibida uraniy va toriy

mavjud Ular vaqt o'tishi bilan radiaktiv buzilishga uchraydi. Bu jarayonda radiy hosil bo'ladi. Radiaktiv radiyning buzilishi natijasida radon gaz hosil bo'ladi. Radon 1902 yilda Ruterford tamonidan radioaktiv gaz sifatida kashf etilgan edi. Radon gaz bo'lgani uchun Yerning yoriqlaridan va yuzaga yaqin joylardan atmosferaga chiqadi. U bino ichiga kirib havo yoki suvga tarqalishi mumkin. Radon inson uchun xavfli bo'lgani uchun radon konsentratsiyasini bino ichida monitoring qilish muhim. Seysmik faollikdan oldin yer qobig'ida yoriqlar paydo bo'lishi tufayli radon ajralishi odatdagidan farqli ko'payadi. Ushbu hodisadan foydalanib, ko'plab tadqiqotlar radon konsentratsiyasini zilzilalarning darakchisi sifatida o'rganishgan. Koreyaning Kyonji shahrida 2017-2019 yillarda universitet binosida o'lchangan yopiq radon konsentratsiyasidagi o'zgarishlarni korib chiqqan holda radon anomaliylarini zilziladan avval sodir bo'lganmi yoki yo'qmiligini bilish maqsadida 11 ta sodir bo'lgan zilzila o'rganilgan [1]. Maxsus asboblarda yopiq bino ichidagi radon konsentratsiyasidagi o'zgarishlarni daqiqali qatorlar yordamida grafiklar bilan tasvirlangan.

Bunda radon anomaliysi uning qiymatini radonning mavsumiy o'rtacha konsentratsiyasi bilan ikki standart og'ish yig'insi qiymatidan oshishi bilan aniqlangan. Koreys olimlari zilziladan 1-4 kun oldin radon konsentratsiyasining keskin oshishi, zilziladan oldin asta sekin pasayish va zilzila kunida to'satdan pasayishni kuzatdilar. Ma'lumotlarni tahlil qilishda zilzila magnitudasi va epitsentrdan maksimal o'lchanadigan masofa orasidagi bog'lanish formulalaridan foydalanishgan.

Asosiy natijalar

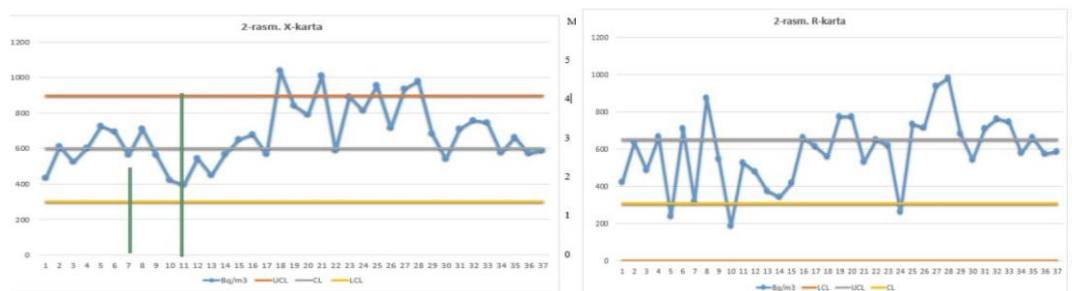
[1] maqoladagi 2.1 va 3.1-rasmlarda radon konsentratsiyasining kunlik qiymatlari va zilzila ma'lumotlari ko'rsatilgan. O'lchash ma'lumotlari ko'p bo'lganligi sababli ulardan foydalangan holda ikkita alohida **X-R** nazorat karta diagrammalarini hosil qildik:



1-rasm. Dastlabki 7 ta zilzila tahlilining X-R NK si.

1-rasm (R-NK)dagi diagrammadan variatsiya (R ning qiymatlari) Yer qimirlashdan avval CL dan chetlashganligini va UCL dan oshib ketganligiga guvoh bo'layapmiz. Yer qimirlash vaqtida esa LCL ga yaqinlashini va undan

pastga tushganligini ko'ryapmiz. Shu kabi xulosalarni 2-rasmda X-NK va R-NK diagrammalarida ko'ramiz:



2-rasm. Keyingi 2 ta zilzila tahlilining X-R NK si.

Xulosa

Ushbu maqolada avval daqiqali qatorlar bilan tahlil qilingan zilzilalarni Shuxart NK lari bilan qayta tahlil qilingan va dastlabki natijalar hosil qilingan. Bu metod daqiqali qatorlar usulini potensial imkoniyatlarini oshiradi va real xolatlarda ishlatish ma'lum bir natijalar beradi degan fikrdamiz.

ADABIYOT

1. Je Vuk Kim, Xon Yosh Joon, Yosh Seo Kim, Hyun Jeong, Joo Hyun Moon. Temporal changes in the indoor radon concentration as an earthquake precursor. International Journal of GEOMATE, May, 2022, Vol.22, Issue 93, pp.36-43

SUST BOG'LANGAN TASODIFIY MIQDORLAR YIG'INDISI UCHUN KATTA CHETLANISHLAR ORALIG'IDA EHTIMOLLI TENGSIZLIK

Tursunov Bekzod

Andijon davlat universiteti

Bog'liq bo'lgan tasodifiy miqdorlar yig'indisi uchun ehtimolli tengsizliklar bu yig'indilarni matematik kutilmasidan chetlanish ehtimolini baholaydi. Bu tengsizliklar ehtimollar nazariyasi va matematik statistikada muhim ahamiyat kasb etib tasodifiy jarayonlarning natijalarini baholash, xatolar ehtimolini chegaralash va risklarni boshqarishda muhim vosita hisoblanadi.

$$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$$

bog'liq tasodifiy miqdorlar,

$S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $E[S_n]$ – matematik kutilmasi bo'lsa $\forall t \in \mathbb{R}$ uchun quyidagi ehtimollik

$$P(S_n - E[S_n] > \varepsilon)$$

Yuqoridan yoki quyidan baholanadi.

Biz $\Gamma_k\{\eta\}$ uchun quyidagi Statulyavichus sharti bajarilishini talab qilamiz:

$$|\Gamma_k\{\eta\}| \leq \frac{H(k!)^{1+\gamma}}{\Delta^{k-2}}, \quad k = 3, 4, \dots \quad (S_\gamma)$$

Bu yerda $\gamma \geq 0$, $H > 0$ o'zgarmas sonlar.

Lemma. Faraz qilaylik η tasodifiy miqdor uchun $E\eta = 0$ va $D\eta = 1$ bo'lib, (S_γ) shartni qanoatlantirsin, u holda ixtiyoriy $\Delta > 0$ uchun quyidagi baho o'rinli:

$$P(\eta \geq x) \leq 1 - \Phi((1-a)x) + c_1 \exp\left\{-\frac{c_2 x^2}{K_2(x, \alpha)}\right\} + c_3 K_s(x, \alpha)$$

$$\text{Bu yerda } K_s(x, \alpha) = \frac{(C(s, \gamma) + c_4 18^{1+s})}{\alpha^s x^s \Delta^{1+2\gamma}}, \quad s \geq 2,$$

Bunda c_1, c_2, c_3, c_4 – o'zgarmas sonlar, $0 < a < 1$.

Faraz qilaylik X_t , $t = 1, 2, \dots$ $MX_t = 0$ va $DX_t = 1$ bo'lgan $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ ehtimollar fazosida berilgan tasodifiy jarayon va $\{\mathfrak{F}_s^t; 1 \leq s \leq t \leq \infty\}$ quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi σ – algebralar oilasi :

$\mathfrak{F}_s^t \subset \mathfrak{F}, \forall s \leq t; \mathfrak{F}_{s_1}^{t_1} \subset \mathfrak{F}_{s_2}^{t_2}; \forall [s_1; t_1] \subset [s_2; t_2]; \sigma\{X_n : s \leq n \leq t\} \subset \mathfrak{F}_s^t$. X_t larni bog'liqlik darajasi Rozenblatt tipidagi quyidagi koeffitsiyent bilan ifodalangan bo'lsin:

$$\alpha(s, t) = \sup_{A \in \mathfrak{F}_s^t, B \in \mathfrak{F}_s^\infty} |P(AB) - P(A)P(B)|, \quad Z_n = \frac{S_n}{B_n}, \quad S_n = \sum_{t=1}^n X_t,$$

$$B_n^2 = MS_n^2 > \sigma_0, \sigma_0 > 0.$$

Teorema. Faraz qilaylik X_t tasodifiy miqdorlar uchun $E|X_t|^k \leq (k!)^{1+\gamma_1} H_1^k$, $k = 2, 3, \dots$ va $\alpha(s, t) \leq K_1 \exp\{-b_1(t-s)\}$, $K_1 > 0, b_1 > 0$ shartlar o'rinli bo'lsin. U holda $x > 0, s \geq 2$ uchun quyidagi baho o'rinli:

$$P(Z_n \geq x) \leq 1 - \Phi((1-\alpha)x) + c_1 \exp\left\{-\frac{c_2 x^2}{K_2(x, \alpha)}\right\} + c_3 K_s(x, \alpha)$$

$$\text{Bu yerda } K_s(x, \alpha) \leq \frac{(C(s, \gamma) + c_4 18^{1+s})}{\alpha^s x^s \sqrt{n}^{1+5\gamma_1}}, \quad s \geq 2,$$

Isbot. [4:97] dagi 4.24-teoremaga ko'ra $E|X_1|^k \leq (k!)^{1+\gamma_1} H_1^k$, $k = 2, 3, \dots$ va $\alpha(s, t) \leq K_1 \exp\{-b_1(t-s)\}$, $K_1 > 0, b_1 > 0$ shartlar bajarilganda,

$$|\Gamma_k\{Z_n\}| \leq (k!)^{3+\gamma_1} B_2 \left(\frac{48e^{\gamma_1} H_1}{b_1 B_n}\right)^{k-2}, \quad k = 2, 3, \dots$$

bo'lib,

$$\gamma = 2 + \gamma_1, \quad \Delta_\gamma = C_\gamma \left(\frac{B_n}{H_0}\right)^{1/(5+2\gamma_1)}$$

o'rinli.

$B_n \geq \sigma_0 \sqrt{n}$ ekanini e'tiborga olsak, $\Delta_\gamma \geq C_\gamma \sqrt{n}$ bo'ladi.

Yuqoridagi lemmaga ko'ra

$$K_s(x, \alpha) \leq \frac{(C(s, \gamma) + c_4 18^{1+s})}{\alpha^s x^s \sqrt{n^{1+5\gamma_1}}}, \quad s \geq 2, \text{ tengsizlikka ega bo'lamiz.}$$

Teorema isbot bo'ldi.

Statulyavichus sharti asosida bog'liq tasodifiy miqdorlar yig'indisi uchun ehtimollik tengsizliklari qo'shimcha hadlar kiritish orqali o'zgartiriladi. Bu esa klassik tengsizliklarga nisbatan chetlanishlarning aniqroq baholanishini ta'minlaydi. Bu tengsizlik bog'liq bo'lgan tasodifiy miqdorlar uchun muhim hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Нагаев С.В., Фук Д.Х. «Теория вероятности и её применение». Москва, 1971. Стр. 660-674.
2. Эбралидзе Ш.С. «Теория вероятности и её применение» Москва, 1971. Стр. 760-774.
3. Nagaev, S. V. – "Large Deviations of Sums of Independent and Dependent Random Variables", The Annals of Probability. 1979.
4. Statulevičius, V. – "Limit Theorems for Dependent Random Variables", Lithuanian Mathematical Journal. 1975.
5. Rio, E. – "Asymptotic Theory of Weakly Dependent Random Processes", Springer. 2017.
6. Petrov, V. V. – "Limit Theorems of Probability Theory: Sequences of Independent Random Variables", Cambridge University Press. 1995.
7. Fuk, D. H. – "Probability Inequalities for Dependent Variables", Siberian Mathematical Journal. 1971.
8. Bercu B., Delyon B., Rio E. – "Concentration Inequalities for Sums and Martingales", Springer. 2015.

PEDAGOGIK TAJRIBA NATIJALARINI TAHLIL QILISHDA STYUDENTNING T-KRITERIYSIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA MATEMATIK MODELIDAN FOYDALANISH

Yuldashev Xushnudbek

AndDU

Pedagogik izlanishlarda ko'p hollarda yangi o'qitish metodi, yangi texnologiya va boshqalarni amalda ishlatish natija beradimi, effektivligi qanday degan muammolar tahlil qilinadi. Izlanuvchi tajriba o'tkazish mobaynida yangi

o'qitish metodi yoki texnologiyasini afzalligini nazorat ishlari bilan tekshiradi. Pedagogik ta'sirning natijalari ko'ringandan so'ng asosli tasdiqlar statistik kriteriyalar yordamida beriladi.

Tajriba ma'lumotlarini dastlabki statistik tahlilidan so'ng qaysi statistik instrumentni tekshirishni qo'llash mumkinligi ko'p holda ayon bo'ladi. Shunga asoslangan holda T nazorat karta matematik modeli qurilgan.

Agar o'lchash ishlari natijalari ma'lum bir biz biladigan qonunga bo'ysunsa, masalan, normal qonunga, u holda parametrik kriteriyalardan foydalanish mumkin bo'ladi. Biz quradigan nazorat karta shu kriteriyalarga asosan bo'ladi. Pedagogik tajribalarda o'ganilayotgan belgi asosan tartib yoki nisbat shkalalarida o'lchanadi. Quyida Styudentning T kriteriysiga asoslangan nazorat karta matematik modelini qurishni keltiramiz.

Styudentning T kriteriysida X va Y normal son belgilar uchun $D(X)$ va $D(Y)$ lar noma'lum, lekin bir-biriga teng bo'lganda quyidagi gipotezalar juftligi tekshiriladi:

$$H_0: M(X) = M(Y), \quad H_1: M(X) > M(Y);$$

$$H_0: M(X) = M(Y), \quad H_2: M(X) < M(Y);$$

$$H_0: M(X) = M(Y), \quad H_3: M(X) \neq M(Y).$$

α qiymatdarlik darajasida gipotezalarni tekshirish quyidagi statistika bilan amalga oshiriladi:

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n \cdot m \cdot (n+m-2)}{n+m}},$$

bu yerda S_x^2 va S_y^2 lar $D(X)$ va $D(Y)$ larni mos ravishda tuzatilgan tanlanma baholari, $n < 30, m < 30$.

Styudent tomonidan isbotlangan teoremlarga asosan T H_0 gipoteza o'rinli bo'lganda ozodlik darajasi $k = n + m - 2$ bo'lgan t taqsimotga ega bo'ladi.

Endi yuqoridagi ma'lumotlarga asoslangan holda pedagogik tajribalarni statistik tahlil qiluvchi T -NK ning xarakteristikalarini ishonchli intervallar usuli bilan aniqlaydigan teoremani keltiramiz.

Teorema (T -NK ning xarakteristikalar). $\alpha = 0,05$ va H_0 gipoteza o'rinli bo'lsin. U holda $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}}$ bo'lib, T -NK chegaralari quyidagicha aniqlanadi:

$$a) \text{ Agar } H_1 \text{ o'rinli bo'lsa, u holda } UCL_T = t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}};$$

b) Agar H_2 o'rinli bo'lsa, u holda $LCL_T = -t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}}$;

c) Agar H_3 o'rinli bo'lsa, u holda $LCL_T = -t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}}$

$$UCL_T = t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}}$$

bu yerda $t_{o'ng. kr}(0.05; k)$, $k = n + m - 2$ ozodlik darajasi bilan t taqsimotning kritik nuqtalar jadvalidan aniqlanadi.

Natija. Agar belgilangan $t = 1, 2, \dots, l$ birlik vaqtlarda olingan tanlanmalar uchun

a) Agar $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} > UCL_T$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda H_1 gipoteza to'g'ri bo'ladi;

b) Agar $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} < LCL_T$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda H_2 gipoteza to'g'ri bo'ladi;

c) Agar $LCL_T < g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} < UCL_T$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda H_0 gipoteza to'g'ri bo'ladi.

Teorema natijasiga asosan quyidagi T - nazorat karta matematik modeli ishlab chiqilgan:

$$g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}}, UCL_T = t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}}$$

$$LCL_T = -t_{o'ng. kr}(0.05; k) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m \cdot (n+m-2)}} \text{ bo'lsin.}$$

Agar biror $t \geq 1$ birlik vaqtlarda olingan tanlanmalar uchun

a) $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} > UCL_T$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda H_1 gipoteza to'g'ri bo'ladi;

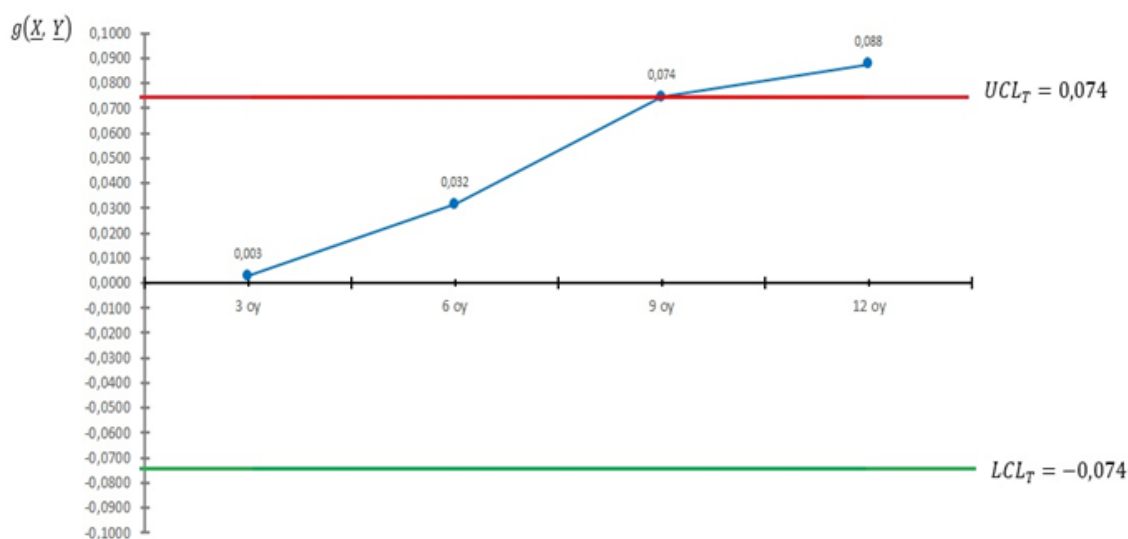
b) $g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}} < LCL_T$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda H_2 gipoteza to'g'ri bo'ladi;

$$c) LCL_T < g(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} < UCL_T \text{ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u}$$

holda H_3 gipoteza to'g'ri bo'ladi.

Tasavvur qilish uchun quyidagi c) matematik modelga mos keluvchi pedagogik tajriba va unga mos T -NK diagrammasini tahlil qilamiz.

Matematikaning ma'lum bir bo'limini o'quvchilarga o'rgatish bo'yicha an'anaviy va maxsus usullari taqqoslangan. Tajriba va nazorat guruhlarida xar 3 oyda 20 ta test topshirigi orqali o'quvchilarni bilimlari tekshirilgan. Ma'lumotlarning normalligi va noma'lum dispersiyalarining tengligi tekshirilgan holda natijalar T -NK bilan tahlil qilingan. Umumiy natijalarni keltiramiz.



1-rasm. T - nazorat kartasi

Diagrammadan yangi maxsus metodika samara berganligini guvohi bo'lyapmiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). – Москва: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.
2. Шелехова Л.В. Математические методы в педагогике и психологии: в схемах и таблицах. – Майкоп: Изд-во АГУ, 2010. – 192 с.
3. В.Е.Гмурман. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Т. “Ўқитувчи” 1977.
4. Akhmedov S.A., Yuldashev Kh. Statistical analysis of current pedagogical experiments using control charts. International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers. SSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor. Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023| <https://doi.org/10.5281/zenodo.8039246> 480 - 488 pp.

5. Yuldashev X.D. Kramer-Uelch alomatiga asoslangan nazorat kartalar bilan pedagogik tajribalarni statistik tahlil qilish haqida. Qarshi davlat universiteti “Analizning zamonaviy muammolari” mavzusidagi Respublika ilmiy anjumani materiallari. 2-3 iyun 2023-yil. 402-404 b.

О (3) - ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫХ МЕРАХ ГИББСА ДЛЯ ФЕРРОМАГНИТНОЙ МОДЕЛИ ПОТТСА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Дехконов Жасурбек

Андижанский государственный университет

Нишонова Мархабо

Андижанский государственный университет

Пусть $\tau^k = (V, L)$ — есть дерево Кэли порядка k , $k \geq 1$, т.е. бесконечное дерево, из каждой вершины которого выходит равно $k + 1$ ребер, где V — множество вершин, L — множество ребер τ^k .

Известно, что τ^k можно представить как G_k — свободное произведение $k + 1$ циклических групп второго порядка (см.[1]).

Для произвольной точки $x^0 \in V$ положим $W_n = \{x \in V \mid d(x^0, x) = n\}$, $V_n = \bigcup_{m=0}^n W_m$, где $d(x, y)$ — расстояние между x и y на дереве Кэли, т.е. число ребер пути, соединяющего x и y .

Мы рассмотрим модель, где спинные переменные принимают значения из множества $\Phi = \{1, 2, \dots, q\}$, $q \geq 2$ и расположены на вершинах дерева. Тогда конфигурация σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$. Пусть $\Omega_n = \Phi^{V_n}$ обозначает пространство конфигураций, определенных на V_n .

Гамильтониан модели Поттса определяется как

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}, \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}$, $\langle x, y \rangle$ — ближайшие соседи и δ_{ij} — символ Кронекера. Определим конечномерное распределение вероятностной меры μ в объеме V_n как

$$\mu_n(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \left\{ -\beta H_n(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_x \sigma(x) \right\}, \quad (2)$$

где $\sigma_n \in \Omega_n, \beta = 1/T, T > 0$ — температура, $h_x \in \mathbb{P}^{q-1}, Z_n^{-1}$ - нормировочный множитель,

Теорема 1. [1] Меры (2) удовлетворяют условию согласования тогда и только тогда, когда для всех $x \in V \setminus \{x^0\}$ имеет место следующее:

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} F(h_y, \theta), \quad (3)$$

где функция $F : h = (h_1, \dots, h_{q-1}) \in \mathbb{P}^{q-1} \rightarrow F(h, \theta) = (F_1, \dots, F_{q-1}) \in \mathbb{P}^{q-1}$ определяется формулами

$$F_i = \ln \left((\theta - 1) e^{h_i} + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} + 1\theta + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} \right), \quad \theta = \exp(J\beta).$$

Каждому решению h_x функционального уравнение (3) соответствует одна мера Гиббса и наоборот.

При произвольных k и q трансляционно-инвариантные меры Гиббса для модели Поттса изучены в работе [2].

В случае $k = 3, q = 3$ для трансляционно-инвариантной совокупности векторов из (3), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} h_1 = \sum_{y \in S(x)} \ln \frac{\theta e^{h_1} + e^{h_2} + 1}{\theta + e^{h_1} + e^{h_2}}, \\ h_2 = \sum_{y \in S(x)} \ln \frac{\theta e^{h_2} + e^{h_1} + 1}{\theta + e^{h_1} + e^{h_2}}. \end{cases} \quad (4)$$

Учитывая, что $k = 3$ получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} h_1 = 3 \ln \frac{\theta e^{h_1} + e^{h_2} + 1}{\theta + e^{h_1} + e^{h_2}}, \\ h_2 = 3 \ln \frac{\theta e^{h_2} + e^{h_1} + 1}{\theta + e^{h_1} + e^{h_2}}. \end{cases}$$

Известно, что эта система имеет следующие решения (см.[2]):

$$(h_1^{(i)}, 0), (0, h_1^{(i)}), (-h_1^{(i)}, -h_1^{(i)}), (0, 0), \quad i = 1, 2,$$

где

$$h_1^{(i)} = 3 \ln x_i, \quad (5)$$

$$x_1 = \frac{2\sqrt{\theta^2 + \theta - 2}}{3} \cos \left(\frac{1}{3} \arctan \frac{3\sqrt{3\theta^4 + 24\theta^3 + 18\theta^2 - 120\theta - 249}}{2\theta^3 + 3\theta^2 - 12\theta - 47} - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\theta - 1}{3},$$

$$x_2 = \frac{2\sqrt{\theta^2 + \theta - 2}}{3} \cos\left(\frac{1}{3} \arctan \frac{3\sqrt{3\theta^4 + 24\theta^3 + 18\theta^2 - 120\theta - 249}}{2\theta^3 + 3\theta^2 - 12\theta - 47} + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\theta - 1}{3}.$$

В этой работе для модели Поттса с помощью трансляционно-инвариантной меры Гиббса на дереве Кэли порядка три ($k_0 = 3$) по аналогии с конструкциями из [3], [4] докажем существование новых мер Гиббса на дереве Кэли седьмого порядка, которых также назовем (3) -трансляционно-инвариантными мерами Гиббса.

Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Для модели Поттса на дереве Кэли порядка $k = a + b + 3$, $a, b \in \mathbb{N}$ при $q = 3$ и $\theta \in B(a, b)$ существуют не менее шести (3) -трансляционно-инвариантных мер Гиббса.

Замечание: В работе [5] доказана существование (2)-трансляционно-инвариантных мер Гиббса на дерево Кэли пятого порядка. Отметим, что (3) -трансляционно-инвариантных мер Гиббса отличается от (2)-трансляционно-инвариантных мер Гиббса

ЛИТЕРАТУРА

1. U.A.Rozikov. Gibbs measures on Cayley trees.Singapore.: World scientific.-2013.
2. Р. М. Хакимов, Ф. Х. Хайдаров, Трансляционноинвариантные и периодические меры Гиббса для модели Поттса на дереве Кэли.ТМФ, 2016, том 189, номер 2.
3. М.М.Рахматуллаев (k_0)-периодические меры Гиббса для модели Изинга на дереве Кэли. Доклады АН РУз, 2016.3. с.9-12
4. М.М.Rahmatullaev. Ising model on trees: (k_0)-non translation-invariant Gibbs measures. Journal of Physics: Conference Series. 819 (2017) 012019
5. М.М.Rahmatullaev, F.K.Rafikov , Sh.Kh.Azamov On constructive description of Gibbs measures for the Potts model on a Cayley tree. Укр. мат. журн.,2021, т.73, No 7.

ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ МОДЕЛИ ИЗИНГА-ПОТТСА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Исаков Бегзод

Андижанский Государственный Университет

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , т.е. бесконечное дерево, из каждой вершины которого выходит равно $k + 1$ ребер, где V –

множество вершин, L – множество ребер τ^k .

Пусть G_k – свободное произведение $k + 1$ циклических групп $\{e, a_i\}$ второго порядка с образующими $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$, соответственно т.е. $a_i^2 = e$.

Существует взаимно-однозначное соответствие между множеством вершин V дерева Кэли порядка k и группой G_k (см. [1]).

Две вершины $x, y \in V$ называются соседними, если они представляют собой концевые точки некоторого ребра $l \in L$, и в этом случае мы будем писать $l = \langle x, y \rangle$.

Для произвольной точки $x^0 \in V$ положим $W_n = \{x \in V | d(x^0, x) = n\}$, $V_n = \bigcup_{m=0}^n W_m$, $L_n = \{\langle x, y \rangle \in L | x, y \in V_n\}$, где $d(x, y)$ – расстояние между x и y на дереве Кэли, т.е. число ребер пути, соединяющих x и y .

Обозначим через $S(x)$ множество "прямых потомков" точки $x \in G_k$, т.е. если $x \in W_n$, то $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$. Через $S_1(x)$ обозначим множество всех ближайших соседей точки $x \in G_k$, т.е. $S_1(x) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\}$ и через $x_\downarrow$ обозначим единственный элемент множества $S_1(x) \setminus S(x)$.

Мы рассматриваем модель, где спин принимает значения из множества $\Phi = \{-1, 0, 1\}$. Конфигурация σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$.

Пусть $G_k/G_k^* = \{H_1, \dots, H_r\}$ фактор группа, где G_k^* – нормальный делитель индекса $r \geq 1$.

Определение 1. Конфигурация $\sigma(x)$ называется G_k^* -периодической, если $\sigma(x) = \sigma_i$ при $x_i \in H_j, \forall x \in G_k$. G_k -периодическая конфигурация называется трансляционно-инвариантной.

Для данной периодической конфигурации индекс нормального делителя называется периодом конфигурации.

Определение 2. Конфигурация $\sigma(x)$ называется G_k^* -слабо периодической, если $\sigma(x) = \sigma_{ij}$ при $x_\downarrow \in H_i, x \in H_j, \forall x \in G_k$.

Гамильтониан модели Изинга-Поттса имеет вид

$$H(\sigma) = -\alpha J_1 \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) - (1 - \alpha) J_2 \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}, \quad (1)$$

где $J = (J_1, J_2) \in R^2$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера.

Пусть M – множество единичных шаров с вершинами в V . Мы назовем сужение конфигурации σ на шаре $b \in M$ ограниченной конфигурацией σ_b . Определим энергию конфигурации σ_b на b следующим образом:

$$U(\sigma_b) = -\frac{1}{2}\alpha J_1 \sum_{\langle x,y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) - \frac{1}{2}(1-\alpha)J_2 \sum_{\langle x,y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} \quad (4)$$

В работе [2] рассмотрено трансляционно-инвариантные основные состояния для модели Изинга-Поттса на дереве Кэли порядка два. Рассмотрим случай $k = 3$. Через c_b обозначим центр единичного шара b (см.[2]).

Лемма 1. Для каждой конфигурации σ_b верно следующее:

$$\begin{aligned} U(\sigma_b) &\in \{U_1, U_2, U_3, \dots, U_{17}\}, \text{ где} \\ U_1 &= 0, \quad U_2 = -\frac{1}{2}(1-\alpha)J_2, \quad U_3 = -(1-\alpha)J_2 \\ U_4 &= -\frac{3}{2}(1-\alpha)J_2, \quad U_5 = -2(1-\alpha)J_2, \quad U_6 = \alpha J_1 - \frac{3}{2}(1-\alpha)J_2 \\ U_7 &= -\frac{\alpha}{2}J_1 - (1-\alpha)J_2, \quad U_8 = \alpha J_1 - \frac{1}{2}(1-\alpha)J_2, \quad U_9 = \frac{\alpha}{2}J_1 - \frac{1}{2}(1-\alpha)J_2 \\ U_{10} &= \alpha J_1, \quad U_{11} = 2\alpha J_1, \quad U_{12} = \frac{3}{2}\alpha J_1 \\ U_{13} &= \frac{3}{2}\alpha J_1, \quad U_{14} = -2\alpha J_1 - 2(1-\alpha)J_2, \quad U_{15} = -\frac{3}{2}\alpha J_1 - \frac{3}{2}(1-\alpha)J_2 \\ U_{16} &= -\alpha J_1 - (1-\alpha)J_2, \quad U_{17} = -\frac{\alpha}{2}J_1 - \frac{1}{2}(1-\alpha)J_2 \end{aligned}$$

Определение 3. Конфигурация φ называется основным состоянием гамильтониана H , если $U(\varphi_b) = \min\{U_1, U_2, U_3, \dots, U_{17}\}$ для любого $b \in M$.

Периодическую (слабо периодическую, трансляционно-инвариантную) конфигурацию, являющуюся основным состоянием, далее назовем *периодическим (слабо периодическим, трансляционно-инвариантным) основным состоянием*.

Нашей целью является описание множества периодических и слабо периодических основных состояний для модели Изинга-Поттса на дереве Кэли порядка $k = 3$, соответствующих нормальным делителям индекса 2 группового представления дерева Кэли. Обозначим

$$C_i = \{\varphi_b: U(\varphi_b) = U_i\}$$

и

$$A_i = \{J \in R^2: U_i = \min\{U_1, U_2, U_3, \dots, U_{17}\}\},$$

где $i = 1, 2, \dots, 12$.

Нетрудный, но достаточно громоздкий анализ показывает, что A_i имеет вид:

$$A_1 = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 \geq 0; J_2 \leq -\frac{\alpha}{1-\alpha}J_1\},$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 \leq 0; J_2 = 0\},$$

$$A_5 = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 \leq 0; J_2 \geq -\frac{\alpha}{1-\alpha} J_1\},$$

$$A_i = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 = 0; J_2 = 0\}, i = 6, 7, 8, 9, 12, 15, 16, 17,$$

$$A_{10} = A_{13} = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 = 0; J_2 \leq 0\},$$

$$A_{11} = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 \leq 0; J_2 \leq -\frac{\alpha}{1-\alpha} J_1\},$$

$$A_{14} = \{(J_1, J_2) \in R^2 | J_1 \geq 0; J_2 \geq -\frac{\alpha}{1-\alpha} J_1\}$$

Легко проверить, что

$$R^2 = \bigcup_{i=1}^{17} A_i.$$

Напомним, что конфигурация $\sigma(x)$ называется трансляционно-инвариантной, если $\sigma(x) = i, \forall x \in V, i \in \Phi$.

Доказана следующая

Теорема 1. Пусть $k = 3$. Для модели Изинга-Поттса верны следующие утверждения:

1) На множестве A_5 существует единственное трансляционно-инвариантное основное состояние и оно имеет вид $\varphi(x) = 0, \forall x \in G_k$.

2) На множестве A_{14} существуют два основных состояния и они имеют вид $\varphi(x) = \pm 1, \forall x \in G_k$.

3) Если $(J_1, J_2) \in R^2 \setminus (A_{14} \cup A_5)$, тогда не существует трансляционно-инвариантное основное состояние.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ЛИТЕРАТУРЫ.

1. N.N. Ganikhodjaev, U.A.Rozikov, The Potts model with countable set of spin values on a Cayley tree., Lett. Math. Phys., Vol.75 (2006), 99-109.

2. М.М.Рахматуллаев, Б.М.Исаков. Об основных состояниях модели Изинга-Поттса на дереве Кэли. Уфимский математический журнал. Vol.15 (2023), 44-55.

MATEMATIK MODELASHTIRISH VA HISOBLASH USULLARI

FUNKSIYALARNI CHIZIQLI SPLAYNLAR YORDAMIDA TIKLASH

Azimov Bunyod

PhD, TATU

Ahmadaliyev Boburjon

TATU

Funksiyalarni tiklash va interpolatsiya qilishda dastlab klassik polinomlardan keng foydalanilgan keyinchalik polinom darajasi ortgan sari funksiyaning o'zgarishiga mos kelmaydigan tebranishlar yuzaga kelishi kuzatilgan. Shu bois, ko'plab amaliy masalalarni yechishda bo'lak interpolatsion yondashuvlar birinchi, ikkinchi, uchinchi darajali splayn modellaridan foydalanilgan. Biz ushbu ishda chiziqli splayn interpolatsiyasi yordamida funksiylarni tiklashni ko'rib chiqdik.

Chiziqli splaynlarda har bir to'g'ri chiziq tenglamasi alohida bo'lak sifatida qaraladi. Chiziqli splaynlar umumiy shaklda quyidagicha bo'ladi:

$$S_i(x) = a_i x + b_i, \quad x \in [x_i, x_{i+1}]$$

bu yerda, $S_i(x)$ - i-oraliqdagi chiziqli splayn, a_i - chiziqning graidenti (qiyalik), b_i - kesishish nuqtalari. To'g'ri chiziqning qiyaligi ikki nuqta orasidagi o'zgartirish tezligi sifatida aniqlanadi. Ya'ni: $a_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$ bu Nyutonning taqribiy

formulasiga o'xshash $\text{Gradient} = \frac{y_{o'zgarishi}}{x_{o'zgarishi}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ bu yerda, $y_{i+1} - y_i$ - vertikal farq, $x_{i+1} - x_i$ -gorizontal farq.

Chiziqli splayn interpolatsiyasi yordamida berilgan nuqtalar to'plami oralig'ida birinchi darajali bo'lak polinomlar orqali funksiyaning yaqinlashtirish, ya'ni har bir oraliqda alohida to'g'ri chiziq qurish mumkin. Agar $n+1$ ta tugun nuqtalar mavjud bo'lsa, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ har bir oraliq $[x_i, x_{i+1}]$ uchun chiziqli splayn quyidagicha aniqlanadi:

$$S_i(x) = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) \quad x \in [x_i, x_{i+1}]$$

Biz n nuqta orqali chiziqli splayn interpolatsiyasini hosil qilmoqchi bo'lsak bizda $n-1$ ta oraliq mavjud bo'ladi. $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ quydagi oraliq uchun tegishli funksiya $f_i(x) = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i)$

bo'ladi. Masalan, x_i va y_i o'zgaruvchilarning har biriga 4 tadan qiymat bersak, 3 ta $f_{i-1}(x)$ funksiya hosil bo'ladi

i	0	1	2	3
x_i	1	3	4	5
y_i	2	5	7	11

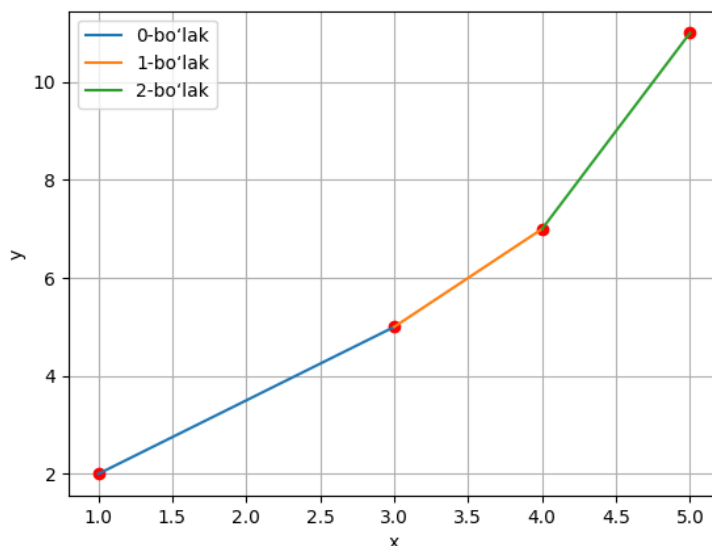
$f_0(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$, bunda x quydagi oraliqda bo'ladi $x_0 \leq x \leq x_1 = 1 \leq x \leq 3$

$$f_0(x) = 2 + \frac{5-2}{3-1}(x-1) = 2 + \frac{3}{2}(x-1) = 1.5x + 0.5$$

$$f_1(x) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1), \quad 3 \leq x \leq 4$$

$$f_2(x) = y_2 + \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}(x - x_2), \quad 4 \leq x \leq 5$$

Hosil qilingan funksiyalar orqali kiritilgan x ning qiymatlariga mos y topiladi va kerakli natijaga erishiladi. Yuqorida hosil bo'lgan nuqtalarimizning grafigi quydagicha ko'rinishda hosil bo'ldi.



1-rasm. Chiziqli splayn natijasining grafik ko'rinishi.

Chiziqli splayn usuli har bir tugun nuqtalar oralig'ida to'g'ri chiziqlar yordamida funktsiyani yaqinlashtiradi. Bu usul hisoblash jihatidan sodda va tez bajariladi. Shuningdek, katta hajmdagi ma'lumotlar bilan ishlashda ham qulaylik yaratadi. Ushbu ishda biz tugun nuqtalar asosida funktsiyani tiklash va interpolatsiya qilish jarayonini chiziqli splaynlar yordamida ko'rib chiqdik. Berilgan tugun nuqtalar asosida funktsiyani tikladik, chiziqli splayn oddiy to'g'ri chiziq tenglamasi asosida tuziladi va har bir oraliqda alohida to'g'ri chiziq orqali aniqlanadi. Tugun nuqtalarida funktsiya qiymatlari bir-biriga teng bo'ladi hamda funktsiyaning uzluksizligini ta'minlaydi. Chiziqli splayn interpolatsiyasi tengmas oraliqlarda tiklash jarayoni ko'rdingiz, teng oraliqlarda tiklash

jarayoniga EKG, EEG signallarini interpolatsiya qilishni ko'rishimiz mumkin. Chiziqli splaynlar turli sohalarda ma'lumotlar orasidagi uzluksizlikni saqlagan holda interpolatsiya qilish maqsadida keng qo'llaniladi. Chiziqli splaynlar EKG, EEG signallarini kerakli oraliqlarda tiklash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

[1]. Singh, D., Singh, M., Hakimjon, Z., Singh, D., Singh, M., & Hakimjon, Z. (2019). Geophysical application for splines. *Signal Processing Applications Using Multidimensional Polynomial Splines*, 55-63.

[2]. Hakimjon, Z., Bunyod, A., Muslim, K., & Mukhriddin, A. (2023). ANALYSIS OF ACCURACY OF CUBIC SPLINE FUNCTIONS USING ANALYTIC FUNCTIONS. *Innovations in Technology and Science Education*, 2(15), 346-355.

TO'RT O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN LOTKA-VOLTERRA AKSLANTIRISHLARINING QO'ZG'ALMAS NUQTALAR KARTASI

Eshmamatova Dilfuza

Toshkent Davlat Transport Universiteti

Solijanova Kamola

Toshkent Davlat Transport Universiteti

Ma'lumki, Lotka-Volterra diskret dinamik sistemalari va ularning kompozitsion operatorlarini hozirgi kunda dolzarb bo'lgan ekologik va epidemiologik jarayonlarni matematik modellashtirishda qo'llanilib kelmoqda. Shu sababli taklif etilayotgan ishda to'rt o'lchamli simpleksda aniqlangan Lotka-Volterra operatori va uning qo'zg'almas nuqtalari kartasini qurish masalasi ko'rilgan. Avval ham qator ishlarda bu operatorlarning qo'zg'almas nuqtalarining kartalarini qurish masalasi ko'rilgan, lekin biz transversallik sharti buziladigan operatorlar uchun qo'zg'almas nuqtalar kartasini qurish masalasini qaraymiz. Qaralayotgan operatorni fosfor va uglerodning ekotizimda aylanish siklini matematik modeli sifatida taklif qilish mumkin [1].

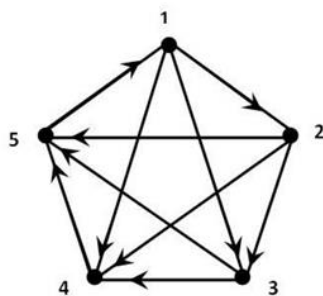
Ta'rif [1]: $X = \{x(\alpha) : \alpha \in I\}$, $I = \{1, 2, \dots, m\}$ to'plam S^{m-1} simpleksning qo'zg'almas nuqtalari to'plami bo'lsin. U holda $\alpha \cup \beta \subset \gamma$ ga mos keluvchi Γ yoqdagi barcha nuqtalar uchun $A_\gamma x_\alpha \geq 0$ va $A_\gamma x_\beta \leq 0$ tengsizliklar bajarilsa, u holda x_α va x_β nuqtalar (p, q) juftlikni tashkil etadi. Tekislikda p nuqtadan q nuqtaga yo'nalgan orientrlangan grafni tasvirlaymiz. Hosil bo'lgan graf qo'zg'almas nuqtalar kartasi deyiladi.

Avval [2], [3] ishlarda barcha juft tartibli bosh minorlari nodan farqli bo'lgan, ya'ni transversal bo'lgan Lotka-Volterra operatorlari uchun qo'zg'almas nuqtalar kartalarini qurish masalasi ko'rilgan. [3] ishdan ma'lumki, qo'zg'almas nuqtalar kartasining qirralaridagi yo'nalishlar juft tartibli, bizning holda to'rtinchi tartibli bosh minorlari, ya'ni $|A_\gamma| = (\Delta_i)^2$ ifodadagi Δ_i larning ishorasiga bog'liq bo'ladi.

Quyidagi ko'rinishdagi $v : S^4 \rightarrow S^4$ Lotka-Volterra akslantirishini qaraylik:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1(1 - 0,4x_2 - 0,7x_3 - 0,3x_4 + 0,3x_5) \\ x'_2 = x_2(1 + 0,4x_1 - 0,8x_3 - 0,2x_4 - 0,6x_5) \\ x'_3 = x_3(1 + 0,7x_1 + 0,8x_2 - 0,8x_4 - 0,9x_5) \\ x'_4 = x_4(1 + 0,3x_1 + 0,2x_2 + 0,8x_3 - 0,6x_5) \\ x'_5 = x_5(1 - 0,3x_1 + 0,6x_2 + 0,9x_3 + 0,6x_4) \end{cases} \quad (1)$$

Unga mos bo'lgan turnirni tasvirlaymiz:



Chizmadan ko'rinib turibdiki turnirda 3 ta siklik uchlik mavjud. Bular $\overline{125}$, $\overline{135}$ va $\overline{145}$. Bizga ma'lumki har bir siklik uchlikda bittadan ichki qo'zg'almas nuqta mavjud.

Turnirdagi 2 ta siklik uchlikni qaraymiz. Aytaylik $\alpha = \{1, 2, 5\}$ va $\beta = \{1, 3, 5\}$ uchlardan tashkil topgan uchliklar. Agar $\gamma = \alpha \cup \beta = \{1, 2, 3, 5\}$ deb olsak, (1) akslantirishning Γ_γ bo'yicha qisqartmasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1(1 - 0,4x_2 - 0,7x_3 + 0,3x_5) \\ x'_2 = x_2(1 + 0,4x_1 - 0,8x_3 - 0,6x_5) \\ x'_3 = x_3(1 + 0,7x_1 + 0,8x_2 - 0,9x_5) \\ x'_5 = x_5(1 - 0,3x_1 + 0,6x_2 + 0,9x_3) \end{cases}$$

Unga mos keluvchi kososimmetrik matritsa va uning bosh minori quyidagicha:

$$A_{1235} = \begin{pmatrix} 0 & -0,4 & -0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0 & -0,8 & -0,6 \\ 0,7 & 0,8 & 0 & -0,9 \\ -0,3 & 0,6 & 0,9 & 0 \end{pmatrix}; \quad |A_{1235}| = (0,3)^2; \Delta_1 = 0,3 \geq 0$$

Γ_{125} va Γ_{145} yoqlarda ichki qo'zg'almas nuqtalar mavjud. Bular

$$x_{125} = \left(\frac{0,6}{1,3}, \frac{0,3}{1,3}, 0, \frac{0,4}{1,3} \right) \text{ va } x_{135} = \left(\frac{0,9}{1,9}, 0, \frac{0,3}{1,9}, \frac{0,7}{1,9} \right)$$

Qo'zg'almas nuqtalar kartasida [4] ishga asosan P va Q nuqtalarni aniqlash uchun $A_\gamma x_\alpha$ va $A_\gamma x_\beta$ larni aniqlaymiz:

$$A_\gamma x_\alpha = \left(0, 0, \frac{0,3}{1,3}, 0 \right) \geq 0 \quad \text{va} \quad A_\gamma x_\beta = \left(0, -\frac{0,3}{1,9}, 0, 0 \right) \leq 0$$

Demak, bundan $P = \{x_{125}\}$ va $Q = \{x_{135}\}$.

Aytaylik, $\alpha = \{1, 2, 5\}$ va $\beta = \{1, 4, 5\}$ bo'lsin, u holda $\gamma = \alpha \cup \beta = \{1, 2, 4, 5\}$ bo'ladi va (1) akslantirishning Γ_γ bo'yicha qisqartmasiga mos keluvchi kososimmetrik matritsaning ko'rinishi quyidagicha:

$$A_{1245} = \begin{pmatrix} 0 & -0,4 & -0,3 & 0,3 \\ 0,4 & 0 & -0,2 & -0,6 \\ 0,3 & 0,2 & 0 & -0,6 \\ -0,3 & 0,6 & 0,6 & 0 \end{pmatrix}; \quad |A_{1245}| = 0; \Delta_2 = 0$$

Γ_{125} va Γ_{145} yoqlarda ikkita ichki qo'zg'almas nuqtalar mavjud, ular

$$x_{125} = \left(\frac{0,6}{1,3}, \frac{0,3}{1,3}, 0, \frac{0,4}{1,3} \right) \text{ va } x_{145} = \left(\frac{0,6}{1,2}, 0, \frac{0,3}{1,2}, \frac{0,3}{1,2} \right)$$

$$A_{1245} x_{125} = 0 \quad \text{va} \quad A_{1245} x_{145} = 0$$

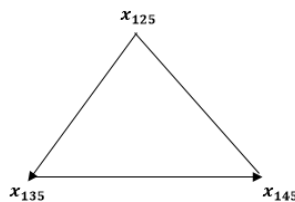
Nihoyat ohirgi holatni ko'ramiz, ya'ni $\alpha = \{1, 3, 5\}$ va $\beta = \{1, 4, 5\}$ deb olaylik. U xolda $\gamma = \alpha \cup \beta = \{1, 3, 4, 5\}$ da

$$A_{1345} = \begin{pmatrix} 0 & -0,7 & -0,3 & 0,3 \\ 0,7 & 0 & -0,8 & -0,9 \\ 0,3 & 0,8 & 0 & -0,6 \\ -0,3 & 0,9 & 0,6 & 0 \end{pmatrix}; \quad |A_{1345}| = (0,09)^2; \Delta_3 = 0,09 \geq 0$$

Γ_{135} va Γ_{145} yoqlardagi qo'zg'almas nuqtalar $x_{135} = \left(\frac{0,9}{1,9}, \frac{0,3}{1,9}, 0, \frac{0,7}{1,9} \right)$ va $x_{145} = \left(\frac{0,6}{1,2}, 0, \frac{0,3}{1,2}, \frac{0,3}{1,2} \right)$.

$$A_{1345} x_{135} = \left(0, 0, \frac{0,09}{1,9}, 0 \right) \geq 0 \Rightarrow P = x_{135}; \quad A_{1345} x_{145} = \left(0, 0, -\frac{0,09}{1,2}, 0 \right) \geq 0 \Rightarrow Q = x_{145}$$

Yuqoridagilarni umumlashtirib (1) akslantrishning qo'zg'almas nuqtalar kartasini quramiz:



Natija: $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 = 0$ va $\Delta_3 > 0$ bo'lgan hollarda qo'zg'almas nuqtalar kartasi yuqoridagi ko'rinishda bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. **Ganikhodzhaev R. N.** “A chart of fixed points and Lyapunov functions for a class of discrete dynamical systems“. Math. Notes 56 (5-6), 1125–1131 (1994).
2. **Seytov Sh. J. and Eshmamatova D. B.** “Discrete dynamical systems of Lotka–Volterra and their applications on the modeling of the biogen cycle in ecosystem”, Lobachevskii J. Math. 44 (4), 1462–1476.(2023).
3. **Tadzhieva M. A., Eshmamatova D. B., R. N Ganikhodzhaev,** “Volterra-type quadratic stochastic operators with a homogeneous tournament”, J. Math. Sci. (N.Y.) 278 (3), 546–556 (2024).
4. **Ganikhodzhaev R. N. and Eshmamatova D. B.** “Quadratic automorphisms of a simplex and the asymptotic behavior of their trajectories”, Vladikavkaz. Mahem. Zhurn. 8 (2), 12–28 (2006).

UCH O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN AYNIGAN LOTKA-VOLTERRA OPERATORLARINING SIGNATURAVIY KLASSIFIKATSIYASI

Eshmamatova Dilfuza

DSc, Toshkent davlat transport universiteti

Xakimova Dildora

Toshkent davlat transport universiteti

Bozorov Axror

O'zRFA Matematika instituti

Ma'lumki hozirgi kunda chiziqsiz dinamik tizimlar jadallik bilan epidemiologik, ekologik, iqtisodiy va transport sohasidagi muammolarni matematik modellashtirishga qo'llanilib kelmoqda [1]-[3]. Aksariyat modellar uzluksiz dinamik sistemalarga asoslangan. Taklif etilayotgan ishda aynigan kososimmetrik matritsaga ega ba'zi Lotka-Volterra diskret dinamik sistemalari va

ular ichki nuqtalari dinamikasi ko'rilgan. Bu turdagi operatorlarni simpleksni signatura kiritish yordamida kesimlarga bo'lib o'rganish mumkin. Bu ishda bitta signaturaga ega operator ko'rilgan. Bu turdagi operatorlarni tatqiq qilishning dolzarbligi havo-tomchi yo'li orqali tarqaladigan kasalliklarni tarqalish dinamikasini o'rganishga qo'llash mumkinligi bilan asoslanadi.

Ma'lumki, $(m-1)$ o'lchamli simpleks deb quyidagi tenglik bilan aniqlanadigan ko'pyoqqa aytamiz:

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}. \quad (1)$$

Yuqoridagi (1) tenglik bilan aniqlanadigan simpleks uchlarining koordinatalari

$$e_1(1, 0, \dots, 0), e_2(0, 1, \dots, 0), \dots, e_m(0, 0, \dots, 1)$$

ko'rinishda bo'ladi. Aytaylik $I = \{1, 2, \dots, m\}$ va $\alpha \subset I$ bo'lsin.

1-ta'rif [4]. Simpleks uchlari e_i ning (bunda $i \in \alpha$) qavariq qobig'i deb S^{m-1} ning yog'iga aytiladi va Γ_α kabi belgilanadi.

R.N. G'anixo'jaevning ishlaridan ma'lumki, kvadratik stoxastik operatorlar

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1,$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $\{P_{ij,k}\}$, $i, j, k = \overline{1, m}$ sonlarning berilishi bilan aniqlanib $x'_k = (Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j$, $k = \overline{1, m}$ ko'rinishga ega [6].

2-ta'rif [4]. Agar $P_{ij,k}$ koeffitsientlar $P_{ij,k} = 0$ (bunda $k \notin \{i, j\}$) shartni qanoatlantirsa, u holda V kvadratik stoxastik operator S^{m-1} simpleksda aniqlangan Lotka-Volterra operatori deyiladi.

Bundan $P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1$ o'rinli bo'lib, har qanday $i, k = \overline{1, m}$ lar uchun

$$a_{ki} = \begin{cases} 2P_{ik,k} - 1, & \text{agar } i \neq k, \\ 0, & \text{agar } i = k \end{cases} \quad (2)$$

belgilash kiritib, bu operatorni quyidagicha ko'rinishga keltirish mumkin

$$Vx = \left(x_1 \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{1i} x_i \right), x_2 \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{2i} x_i \right), \dots, x_m \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{mi} x_i \right) \right). \quad (3)$$

(3) ifoda S^{m-1} simpleksda aniqlangan Lotka-Volterra akslantirishining kanonik ko'rinishi deyiladi [4]. Demak, (2) dan $a_{ki} = -a_{ik}$ va $|a_{ki}| \leq 1$ bo'lishini ko'rish qiyin emas.

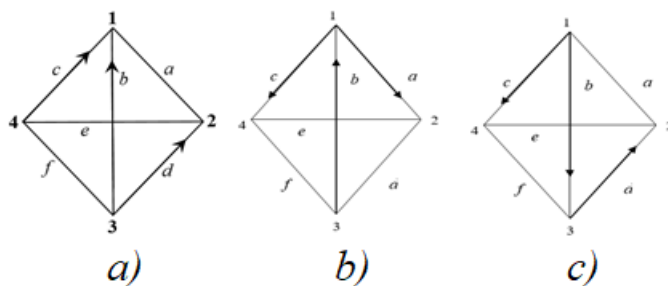
Aytaylik $A = (a_{ij})$ kososimmetrik matritsa i $\sigma = (+ - - \dots +)$ ihtiyoriy m ta belgilar bo'lsin. Keyinda bu to'plamni signatura deb ataymiz. U holda

$\sum_{i=1}^m a_{ki} x_i > 0$ tengsizlikni qarasak, u holda σ ning k -joyida "+" belgi bo'ladi va

aksincha, agar $\sum_{i=1}^m a_{ki} x_i < 0$ ni qarasak, u holda σ ning k -joyida "-" belgi bo'ladi.

Demak, har bir signatura uchun mos tengsizlikning yechimi ochiq (ba'zi xollarda bo'sh) to'plam bo'lishi mumkin.

S^3 o'lchamli simpleksda aniqlangan aynigan Lotka-Volterra operatorlarini signaturalariga ko'ra 3 guruhga ajratish mumkin, ya'ni bir, ikki va ikkitadan ortiq bo'lgan signaturali bo'ladi. Buni biz batafsil boshqa maqolada ko'rsatamiz. Misol sifatida quyidagi 3 guruhga kiruvchi S^3 o'lchamli simpleksda aniqlangan aynigan Lotka-Volterra operatorlari va ularga mos qisman-orientirlangan graflarni qaraymiz:



a) V_1 , b) V_2 , c) V_3 operatorlarga mos qisman-orientirlangan graflardir.

$$V_1 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 + bx_3 + ex_4), \\ x_2' = x_2(1 + dx_3), \\ x_3' = x_3(1 - bx_1 - dx_3), \\ x_4' = x_4(1 - cx_1), \end{cases}, V_2 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 - ax_2 + bx_3 - cx_4), \\ x_2' = x_2(1 + ax_1), \\ x_3' = x_3(1 - bx_1), \\ x_4' = x_4(1 + cx_1), \end{cases}, V_3 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 - bx_3 + cx_4), \\ x_2' = x_2(1 + dx_3), \\ x_3' = x_3(1 + bx_1 - dx_2), \\ x_4' = x_4(1 - cx_1). \end{cases}$$

Bu operatorlarning boshlang'ich tushunchalari [5] dissertatsiya ishida o'rganilgan. Endi bu operatorlarning ichidan misol sifatida bir signaturali aynigan Lotka-Volterra operatorini ishlab ko'ramiz, ya'ni V_1 operator va unga mos a) rasmdagi qisman-orientirlangan grafni qaraymiz. Avvalo, qisman orientirlangan graflar uchun [6] ishga asosan P va Q qo'zg'almas nuqtalar to'plamlarini topamiz. Bu operatorlarning ba'zilar [6] ishda diskret kompartmentar SIRD modeli sifatida taklif etilgan bo'lib, P to'plamning evolyutsion xarakteri – kasallikning boshlanishi, Q to'plam esa kasallikning tugashini bildiradi. Bu operatorlarni $Vx = x$ tenglama bo'yicha yechib, operatorlarning qo'zg'almas nuqtalar to'plami topamiz, ya'ni

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(1 + bx_3 + ex_4), \\ \dot{x}_2 = x_2(1 + dx_3), \\ \dot{x}_3 = x_3(1 - bx_1 - dx_3), \\ \dot{x}_4 = x_4(1 - cx_1), \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow \Gamma_{34} = \{0; 0; x_3; 1 - x_3\}, \\ x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow \Gamma_{24} = \{0; x_2; 0; 1 - x_2\}, \\ x_3 = x_4 = 0 \Rightarrow \Gamma_{12} = \{x_1; 1 - x_1; 0; 0\}. \end{cases}$$

So'ngra qisman orientirlangan graflar uchun P va Q qo'zg'almas nuqtalar to'plami quyidagicha bo'ladi:

$$P = \{x \in S^3 : Ax \geq 0\} = \{\Gamma_{34}\} = \{0; 0; x_3; 1 - x_3\},$$

$$Q = \{x \in S^3 : Ax \leq 0\} = \{\Gamma_{12}\} = \{x_1; 1 - x_1; 0; 0\}.$$

Ma'lumki [4], bu to'plamlar qo'zg'almas nuqtalardan iborat bo'lib, ularning xarakterini aniqlaymiz. Buning uchun Yakobi matritsasining spektrini tahlil qilamiz va natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

agar spektr 1 dan katta bo'lsa, ya'ni barcha $\lambda > 1$ bo'lsa qo'zg'almas nuqtalar – repeller, $\lambda < 1$ bo'lsa – atraktor nuqta bo'ladi [6]. Biz qarayotgan sistema uchun bu xulosalar quyidagicha:

1. $\Gamma_{34} = \{0; 0; x_3; 1 - x_3\} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1; \lambda_3 = 1 + bx_3 + cx_4; \lambda_4 = 1 + dx_3$ – repeller.
2. $\Gamma_{24} = \{0; x_2; 0; 1 - x_2\} \Rightarrow \lambda_1 = 1; \lambda_2 = 1 + a; \lambda_3 = 1 + cx_4; \lambda_4 = 1 - dx_2$ – egar nuqta.
3. $\Gamma_{12} = \{x_1; 1 - x_1; 0; 0\} \Rightarrow \lambda_1 = 1; \lambda_2 = 1 + a; \lambda_3 = 1 - cx_1; \lambda_4 = 1 - bx_1 - dx_2$ – atraktor.

Bu operator bitta signaturali sinfga tegishli, ya'ni uning signaturasi $\delta = \{+, +, -, -\}$ bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. Clark R. Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos. London, (1995).
2. Albert C. and Luo J. Continuous Dynamical Systems. Mathematical Methods and Modeling, (L and H Scientific Publishing, 2012).
3. Brauer F. and Castillo-Chavez C. Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology, (Springer, New York-Dordrecht-Heidelberg-London, Second Edition, 2012).
4. Ganikhodzhaev R.N., Eshmamatova D.B. Quadratic automorphisms of a simplex and the asymptotic behavior of their trajectories//Vladizkaz. Mat. Zh.-2006. 8(2). Pp.12-28.
5. Таджиева М.А., (2022) Динамические свойства квадратичных гомеоморфизмов. Ташкент.

6. R. N. Ganikhodzhaev, D. B. Eshmamatova, M. A. Tadzhieva, and B. S. Zakirov, "Some degenerate cases of discrete Lotka–Volterra dynamical systems and their applications in epidemiology", J. Math. Sci. (N.Y.) (2024). <https://doi.org/10.1007/s10958-024-07404-6>.

VENTILYATOR ISHCHI PARAMETORLARIGA, UNING PARRAGI ISHCHI YUZASI SILLIQLIGINING BOG'LIQLIGINI O'RGANISH

Ismoilov Hamrali

PhD, Andijon davlat universiteti,

Namozova Mohigul

Andijon davlat universiteti

Pnevmotransportning asosiy kamchiliklaridan biri uning energiya sarfi yuqori bo'lib, unda faqatgina ventilyator elektr energiya sarf qiladi. Boshqa elementlar, masalan, quvur, tosh tutkichdagi tirqishlar, separatorning tashqaridan havo so'rishi, chig'anoqlar, siklon kabilarning aerodinamik qarshiligi sababli sarf bo'ladigan bosim, quvvat va elektr energiyasi ventilyator motori zimmasiga tushadi. Ya'ni, barcha aerodinamik tizimlar, shuningdek pnevmotransport ham energiya'ni ventilyator vositasida sarflaydi. Bu degani, pnevmotransport sarflaydigan quvvat va elektr energiyasi sarfi-bu ventilyator sarflaydigan quvvat va elektr energiyasi sarfi hisoblanadi[1]. Shuning uchun, pnevmotransport elektr energiyasi sarfini kamaytirish uchun ventilyator elektr energiyasi sarfini kamaytirish kerak bo'ladi.

Undan tashqari pnevmotransport ventilyatori ishchi qismlari parragi, parrak qanot qismi, qanotni joylashish gradusi, parrakni qobiqda qanday joylashishi, hamda, ventilyator parragi ishchi yuzasi silliqlik darajasi ham ventilyator sarflaydigan quvvat va elektr energiyasi sarfiga ta'sir ko'rsatadi [2,3].

Ventilyator elektr energiyasi sarfi uning quvvati sarfi ko'rinishida namoyon bo'ladi va uni quyidagi tenglama yordamida aniqlash mumkin:

$$N = I \cdot U = \frac{Q \cdot P}{\eta},$$

Shuningdek, quvvatning quyidagi tenglamasi ham mavjud:

$$N = M \cdot \omega,$$

Ventilyator parragining qarshilik momenti parrakning J_n inersiya moment va qarshilik kuchlarining J_q inersiya momentlari yig'indisiga teng:

$$M = J_n + J_q$$

Bu erda, qarshilik kuchlarining inersiya momenti quyidagi 3 ta qarshilik kuchlari inersiya momentlari yig'indisiga teng:

$$J_q = J_{nn} + J_m + J_{xq}$$

Bu yerda, J_{nn} – parrak osti podshipnigi qarshiligi momenti, $J_m = m_p \cdot f_p \cdot \frac{v_n^2}{2}$ – ventilyator motori valining qarshilik momenti va J_{xq} – havoning parrak aylanishiga qarshilik momenti.

Havoning parrak aylanishiga qarshilik momenti ko'rinishini quydagicha

yozish mumkin:

$$J_{xq} = k \cdot \rho \cdot v^2 \cdot n \cdot S_n$$

bu erda, k – havoning parrak aylanishiga qarshilik koefitsiyenti, n – kurak soni, S_n – parrakning tezlik vektoriga tik tekislik bo'yicha yuzasi, m^2 .

Bu tenglamadagi k – koefitsiyent, asosan parrak shakliga uning yuzasi bilan havo orasidagi ishqalanish koefitsiyentiga bog'liq.

Bunga ko'ra, parrak ishchi yuzasi bilan havo o'rtasidagi ishqalanish koefitsiyenti qanchalik yuqori bo'lsa, parrak qarshilik momenti, unga ko'ra esa ventilyator sarf qiladigan quvvat va elektor energiyasi sarfi shunchalik yuqori bo'ladi.

Amaliy tadqiqodlar yuqori bosimga ishlovchi markazdan qochma ventilyatorda amalga oshirildi. Bu ventilyator yuritkichi 4 kVt quvatli 3000 ayl/min tezlikda aylanuvchi parraklarga ega bo'lib, u uzunligi 26 mgacha bo'lgan quvurlar tizimiga ulangan.

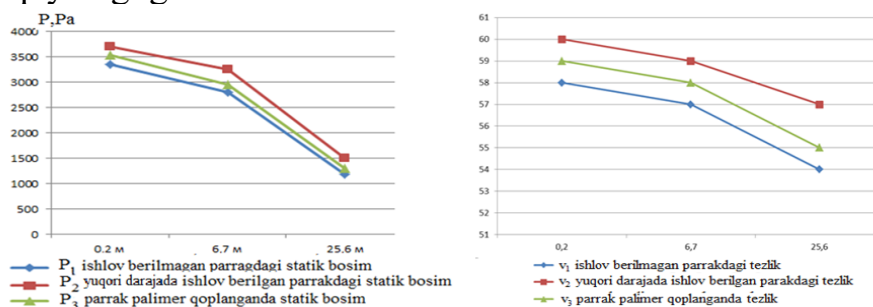


1-rasm. Xozirda ishlatilayotgan ventilyatorning ishchi parragi

2-rasm. P1000 jilvir qog'ozida ishchi yuzasi jilvirlangan parrak

3-rasm. Termoreaktiv kompozit polimer material qoplangan parrak

Amaliy tadqiqodlar natijalariga ko'ra, ishchi yuzasi ishlov berilmagan, yuqori darajada silliqilgan va polimer qoplangan parraklardagi statik bosimlar va tezligir farqi quyidagi grafiklarda ko'rishimiz mumkin



Ventilyator parragini ishchi yuzasining g'adir-budirligini yetarlicha kamaytirmasdan o'rnatish, uning ish unumiga ancha vaqtgacha ta'sir qiladi. Keyinchalik esa ventilyator ish davrida uning parragi ishchi yuzasi mayda zarralar ta'sirida silliqilganadi va ventilyator ish unumi oshadi. Albatta, ishchi yuzani silliqilinishini kutish maqul yo'l emas.

Ventilyator parragini ishchi yuzasining g'adirdudirligini termoreaktiv kompozit polimer material qoplash orqali silliqilash biroz ventilyator ish unumini ortishiga olib kelsada, o'z vaqtida uning ish unumini eng yuqori bolishini ta'minlamaydi.

Ventilyator parragini ishchi yuzasining g'adirdudirligini donadonligi P100, so'ng P1000 da jilvirlab ishchi yuzani silliqilgini yuqori darajaga keltirish ventilyator ish unumini eng yuqori bo'lishini ta'minlaydi. Shunga ko'ra, shlab

chiqarishga vintelyator parraglarini yuqori bosimda quyish va uning ishchi yuzasini yuqori darajada silliqlashni ta'vsiya qilinadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Мурадов Р., Саримсаков О., Хусанов С. Внутризаводская пневмотранспортировка хлопка-сырца: состояние, проблемы и перспективы. Журнал «Механика муаммолари», 2014, №2
2. «Ўзпахтасаноат» АБ, «Пахтани дастлабки қайта ишлаш» (Первичная обработка хлопка), Т., «Мехнат», 2002г.
3. Ismoilov X. Kompozitsion materialdan tayyorlangan parrakning ventilyator qobig'ida joylashish holatining ish unumdorligiga ta'siri **Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti**. Kompozitsion materiallar ilmiy-texnikaviy va amaliy jurnal №3/2023y. 185-188 b.
4. Саримсаков О. Пахтани пневмотранспортга узатиш ва ҳаво ёрдамида ташиш жараёнини такомиллаштириш. Монография. «Наврўз» нашриёти, Наманган, 2019 й.

PARRAK MASSASINING VENTILYATOR ISHCHI PARAMETORLARIGA TA'SIRINI O'RGANISH

Ismoilov Hamrali

PhD, Andijon davlat universiteti

Mirzakarimova Obida

Andijon davlat universiteti

Abdug'opporova Mamura

Andijon davlat universiteti

Pnevмотransпортning asosiy kamchiliklaridan biri uning energiya sarfi yuqori bo'lib, unda faqatgina ventilyator elektr energiya sarf qiladi. Boshqa elementlar, masalan, quvvur, tosh tutkichdagi tirqishlar, separatorning tashqaridan havo so'rishi, chig'anoqlar, siklon kabilarning aerodinamik qarshiligi sababli sarf bo'ladigan bosim, quvvat va elektr energiyasi ventilyator motori zimmasiga tushadi. Ya'ni, barcha aerodinamik tizimlar, shuningdek pnevmotransport ham energiya'ni ventilyator vositasida sarflaydi. Bu degani, pnevmotransport sarflaydigan quvvat va elektr energiyasi sarfi-bu ventilyator sarflaydigan quvvat va elektr energiyasi sarfi hisoblanadi[1]. Shuning uchun, pnevmotransport elektr energiyasi sarfini kamaytirish uchun ventilyator elektr energiyasi sarfini kamaytirish kerak bo'ladi.

Undan tashqari pnevmotransport ventilyatori ishchi qismlari parragi, parrak qanot qismi, qanotni joylashish gradusi, parrakni qobiqda qanday joylashishi, hamda, ventilyator parragi massasini ham ventilyator sarflaydigan quvvat va

elektr energiyasi sarfiga ta'sir ko'rsatadi[2,3].

Ventilyator elektor energiyasi sarfi uning quvvati sarfi ko'rinishida namoyon bo'ladi va uni quyidagi tenglama yordamida aniqlash mumkin:

$$N = I \cdot U = \frac{Q \cdot P}{\eta},$$

Shuningdek, quvvatning quyidagi tenglamasi ham mavjud:

$$N = M \cdot \omega,$$

Ventilyator parragining qarshilik momenti parrakning J_n inersiya moment va qarshilik kuchlarining J_q inersiya momentlari yig'indisiga teng:

$$M = J_n + J_q$$

Bu erda, ventilyator parragining inersiya momenti uning massasi m va tezligi v ga quyidagicha bog'liq:

$$J_n = m \frac{v^2}{2}$$

Bu tenglamaga ko'ra, parrak massasi qanchalik katta bo'lsa, ventilyator energiya sarfi ham shunchalik yuqori, aksincha bo'lsa, past bo'ladi. Ya'ni, parrak massasini kamaytirish ventilyator va oqibatda pnevmotransport energiya sarfini kamayishiga olib keladi.

Amaliy tadqiqodlar yuqori bosimga ishlovchi markazdan qochma ventilyatorda amalga oshirildi. Bu paxta sanoatida ko'p foydalaniladigan VS-8M ventilyatori parrakli diskida amalga oshirildi. 1-rasmda VS-8M ventilyatori va uning parragi umumiy ko'rinishi keltirilgan.



1-rasm. Chap tomonda xarakatlanuvchi VS-8M va o'ng tomonda ventilyator ishchi parragi ko'rinishi.

Tadqiqot uchun 2 ta bir xil parrakli disk olindi. Parrakli disk po'latdan yasalgan bo'lib, uning massasi olchanganda $m_{vsp}=40$ kg chiqdi. Parrakning biri balansirovka qilindi va ventilyatorga o'rnatildi. Ikkinchi parrakli disk engilatish va kompozit material bilan qoplash uchun ajratildi.

Avvaldan tayyorlab olingan qolibga parrak ornatilib, qolibga kompozit suyuqlik asta-sekinlik bilan disk ustidan uning yuzasi 1-1.5 mm botgunicha quyildi. Parrakning qolgan qismlari polimer bilan kompressorli purkagich yordamida qoplandi (2 –rasm. o'ng tomonda).

Polimer material bilan qoplangan va silliqlangan parrakli disk tortilganda, yangi parrakning massasi $m_{\text{pmp}}=31$ kg ga teng bo'ldi.



2-rasm. Chap tomonda parrak diskining lazerda kesish uchun chizma, markazda lazerda kesilgan parrak va o'ng tomonda polimer quyilgan parrakli disk ko'rinishi.

Ishchi yuzasi 1) Mavjud parrakli disk va 2) Kompozit polimer material qoplangan va yengilashtirilgan parrakli disk o'chov natijalari

Ventilyator xolati		Tok kuchi (A)	Kuchlanish (V)	Quvvat (Wt)	Chas tota (Gs)	Statik bosim (R)	Dinamik bosim (R)	Tezlik (m/s)	Havosarfi (m³/s)	Ventilyator FIK
1) Mavjud parrakli disk; 2) Kompozit polimer material qoplangan va engillashtirilgan parrakli disk;										
Ventilyator patrulkasi yopiq xolatda (0,20 m)		1)	18	380	6.8	50	2550	-	-	-
		2)	16	380	6.1	50	2620	-	-	-
Quvur uzunligi	26 m	0,20 m	1)	21	380	8.0	50	2280	399.7	25.8
			2)	18	380	6.8	50	2310	405.0	26.0
		6,70 m	1)	21	380	8.0	50	2078	381.0	25.2
			2)	18	380	6.8	50	2090	386.0	25.4
		25,6 m	1)	21	380	8.0	50	1750	331.4	23.5
			2)	18	380	6.8	50	1790	345.2	24.0
	26 m	0,20 m	1)	21	380	8.0	50	2280	399.7	25.8
			2)	18	380	6.8	50	2310	405.0	26.0
		6,70 m	1)	21	380	8.0	50	2078	381.0	25.2
			2)	18	380	6.8	50	2090	386.0	25.4
		25,6 m	1)	21	380	8.0	50	1750	331.4	23.5
			2)	18	380	6.8	50	1790	345.2	24.0

Natijalarga qaralsa, parrakli diskning yengillatilishi va unga kompozit material qoplanishi ventilyator xosil qiladigan nominal bosimni 70 Pa ga oshirish va buning uchun sarf qilinadigan nominal quvvatni 0.7 kVt/soat ga kamaytirish imkonini beradi. Shuningdek, ventilyator patrulkasi ochilgach, quvvat sarfi amaldagi parrakda 8 kVt/soat ni, qoplamali parrakda 6.8 kVt/soat ga pasaygani, bosim 2679.7 Pa dan qoplamali parrakda 2715 Pa ga, ventilyatorning foydali ish koeffitsiyenti 0.53 dan 0.64 ga oshgani ko'rinadi. Quvur uzunligining o'zgarishi oqim parametrlarining deyarli bir xilda pasayib borishiga olib kelmoqda. Bu holatlar, parrakni yengillatish va unga kompozit qoplama berish ventilyator quvvat sarfini 10.3% ga kamaytirish, u hosil qiladigan to'liq bosimni 1.3% oshirish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Мурадов Р., Саримсаков О., Хусанов С. Внутризаводская пневмотранспортировка хлопка-сырца: состояние, проблемы и перспективы. Журнал «Механика муаммолари», 2014, №2

2. «Ўзпахтасаноат» АБ, “Пахтани дастлабки қайта ишлаш” (Первичная обработка хлопка), Т., «Мехнат», 2002г.
3. Ismoilov X. Kompozitsion materialdan tayyorlangan parrakning ventilyator qobig'ida joylashish holatining ish unumdorligiga ta'siri Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti. Kompozitsion materiallar ilmiy-texnikaviy va amaliy jurnal №3/2023y. 185-188 b.
4. Саримсаков О. Пахтани пневмотранспортга узатиш ва ҳаво ёрдамида ташиш жараёнини такомиллаштириш. Монография. «Наврўз» нашриёти, Наманган, 2019 й.

IZOSPEKTRAL SHTURM-LIUUVILL CHEGARAVIY MASALASINI QURISH ALGORITMINI TUZISH

Karimov Shahobiddin

F.m.f.d. professor. Farg'ona davlat universiteti

Sirojiddinov Husanjon

Farg'ona davlat universiteti

Matematik fizikaning bir qator masalalari Shturm-Liuvill operatorining xos qiymatlarini va ortonormallangan xos funksiyalarini topishga keltiriladi. Jumladan, klassik matematik fizikaning asosiy tenglamalari hisoblangan tor tebranishi va issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamalarini Furye usuli bilan yechishda Shturm-Liuvill chegaraviy masalasining xos qiymatlarini, ortonormallangan xos funksiyalarini aniqlashga va ixtiyoriy funksiyani ular yordamida Furye qatoriga yoyishga to'g'ri keladi. Bu yo'nalishdagi ilk natijalar D.Bernulli, J.Dalamber, L.Eyler, J.Liuvill va C.Shturmlar tomonidan olingan. Shturm-Liuvill operatori spektral nazariyasining asosiy g'oyalari XX asrda G.D.Birkgof, G.Veyl, D.Gilbert, V.A.Steklov, E.Ch.Titchmarsh, N.Levinson, B.M.Levitan va boshqa olimlar tomonidan rivojlantirilgan.

Quyidagi masalaga

$$Ly \equiv -y'' + q(x)y = \lambda y, x \in [0, \pi], \quad (1)$$

$$\begin{cases} y(0)\cos \alpha + y'(0)\sin \alpha = 0 \\ y(\pi)\cos \beta + y'(\pi)\sin \beta = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Shturm – Liuvill chegaraviy masalasi deyiladi. Bu yerda $q(x) \in C[0, \pi]$ haqiqiy uzluksiz funksiya bo'lib, α va β berilgan haqiqiy sonlardir, λ esa kompleks parametr.

(1) tenglamaning $q(x)$ koeffitsiyentga (1)-(2) Shturm–Liuvill masalaning potensali deyiladi.

1-ta'rif. Ushbu $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$ va $\{\alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketliklar juftligiga Shturm - Liuvill chegaraviy masalasining spektral xarakteristikalar yoki spektral berilganlari deyiladi, bu erda $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$ masalaning xos sonlari, $\varphi(x, \lambda_n), n \geq 0$ masalaning xos funksiyalari, $\alpha_n = \sqrt{\int_0^\pi \varphi^2(x, \lambda_n) dx}, n \geq 0$ - normallovchi o'zgarmaslar ketma-ketligi.

Spektral xarakteristikalarni topish va ularning xossalari o'rganish masalasiga spektral analizning to'g'ri masalasi deyiladi.

$$\begin{aligned} -y''(x) + q(x)y(x) &= \lambda y(x), \quad x \in (0, \pi), \\ y'(0) &= 0, \quad y'(\pi) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

Bu yerda $q(x) \in C[0, \pi]$ - haqiqiy uzluksiz funksiya, λ - spektral parametr.

(3) masala $q(x)$ va chegaraviy shartlar berilganda, λ_n xos qiymatlar va $y_n(x)$ xos funksiyalarni topish masalasidir.

Faraz qilaylik, Shturm-Liuvill masalaning spektral xarakteristikasi - xos qiymatlar $\{\lambda_n\}$ va og'irlik koeffitsiyentlari $\{\alpha_n\}$ ma'lum.

$$\begin{aligned} Ly &= -y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x), \\ y'(0) - hy(0) &= 0, \quad y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

2-ta'rif: Berilgan $\{\lambda_n\}$ va $\{\alpha_n\}$ asosida $q(x)$ potensial funksiyasini, va agar kerak bo'lsa, chegaraviy shartlardagi parametrlardan biri h yoki H ni aniqlash *teskari Shturm-Liuvill chegaraviy masalasi* deyiladi.

Quyidagi ikki masalani qaraymiz:

$$\begin{aligned} L^0 y &= -y''(x) = \lambda y(x), \quad y'(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0, \\ Ly &= -y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x), \\ y'(0) - hy(0) &= 0, \quad y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Agar (5) masalalarning spektrlari bir xil bo'lsa:

$$\sigma(L^0) = \sigma(L) = \{n^2, n \geq 0\},$$

ular *izospektral masalalar* deb ataladi.

Faraz qilaylik:

$$\sqrt{\lambda_n} = n, \quad \alpha_n = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & n \geq 1 \\ \alpha_0, & n = 0 \end{cases}$$

Chegaraviy masalaning $q(x)$ koeffitsiyenti va chegaraviy shartlardagi h, H sonlarini topish algoritmini keltiramiz. Buning uchun ushbu

$$\begin{aligned} \varphi(x, \lambda) &= \cos \sqrt{\lambda} x + \int_0^x K(x, t) \cos \sqrt{\lambda} t dt \\ K(x, x) &= h + \frac{1}{2} \int_0^\pi q(t) dt \end{aligned} \quad (6)$$

tasvirdan va

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \varphi(x, \lambda_n) \cos \sqrt{\lambda_n} t = 0, \quad 0 < t < x$$

Gelfand-Levitan ayniyatidan foydalanamiz.

3-ta'rif: Har bir tayinlangan $x \in (0, \pi]$ uchun (6) tasvirining $K(x, t)$ yadrosi ushbu

$$K(x, t) + F(x, t) + \int_0^x K(x, s) F(s, t) dt = 0, \quad (0 < t < x) \quad (7)$$

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\alpha_n} \cos \sqrt{\lambda_n} x \cos \sqrt{\lambda_n} t - \frac{1}{\alpha_n^0} \cos n x \cos n t \right\}, \quad (8)$$

$$\alpha_n^0 = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & n \geq 1, \\ \pi, & n = 0, \end{cases}$$

chiziqli integral tenglamani qanoatlantiradi. Odatda (7) integral tenglama *Gelfand-Levitan integral tenglamasi* yoki *teskari masalaning asosiy integral tenglamasi* deb yuritiladi [2].

(7) integral tenglamadan berilganlar asosida $K(x, t)$ funksiya (yadro) topiladi va quyidagi noma'lum ifodalar aniqlanadi:

$$K(x, t) = \frac{-a}{1 + ax},$$

$$q(x) = 2 \frac{d}{dx} K(x, x) = \frac{2a^2}{(1 + ax)^2},$$

$$h = h(\alpha_0) = K(0, 0) = -a,$$

$$H = c - h - \frac{1}{2} \int_0^\pi q(t) dt = \frac{a}{1 + a\pi} = H(\alpha_0),$$

$$j(x, l) = \cos \sqrt{l} x + \int_0^x K(x, t) \cos \sqrt{l} t dt \in j(x, l, \alpha_0)$$

$$j(x, l_n) = \cos n x - a j(x, l_0) \int_0^x \cos n t dt,$$

Demak, qurilgan potentsial

$$q(x) = \frac{2a^2}{(1 + ax)^2},$$

mazkur spektrga ega bo'lgan izospektral masalani ifodalaydi.

Shunday qilib, ushbu

$$L(\alpha_0) \equiv -y'' + \frac{2a^2}{(1 + ax)^2} y = \lambda y,$$

$$y'(0) + ay(0) = 0, y'(\pi) + \frac{a}{1 + a\pi} y(\pi) = 0$$

ko'rinishdagi Shturm-Liuvill chegaraviy masalasini topishga muvaffaq bo'ldik.

Mazkur maqolada Shturm–Liuvill chegaraviy masalalarining nazariy asoslari, to‘g‘ri va teskari masalalarning mohiyati hamda ularning o‘zaro bog‘liqligi tahlil qilindi. Ayniqsa, teskari masalalar doirasida izospektral Shturm–Liuvill masalalariga alohida e‘tibor qaratildi. Berilgan spektral xarakteristikalar asosida izospektrallikni saqlagan holda yangi potensial funksiyani aniqlash algoritmi Gelfand–Levitan integral tenglamasi yordamida bosqichma-bosqich ishlab chiqildi. Qurilgan algoritm konkret formulalar bilan asoslangan holda ifodalandi va izospektral masalalarni yechish uchun samarali usul sifatida taqdim etildi.

ADABIYOTLAR:

1. Hasanov A.B. *Oddiy differensial tenglamalar nazariyasiga kirish*. Toshkent: Turon-Iqbol, 2019. - 440 bet.
2. Hasanov A.B. *Shturm-Liuvill chegaraviy masalalari nazariyasi*. Toshkent: Fan, 2016. - 280 bet.
3. Marchenko V.A. *Sturm-Liouville Operators and Applications*. Birkhauser, 1986.
4. Levitan B.M. *Inverse Sturm-Liouville problems*. VNU Science Press, Utrecht, 1987.

AMALIY MATEMATIKADA ALGEBRAIK VA TRANSTSENDENT TENGLAMALARNING SONLI YECHIMLARI: EXCEL VA PYTHON ASOSIDA YONDASHUV

Mamadaliyev Xusanbek

ADU

Mamajonov Shukurjon

ADU

Xurboyeva Dilbaroy

ADU

Amaliy va nazariy matematikada ko‘plab masalalarni hal qilishda tenglamalarni yechish muhim o‘rin egallaydi. Ayniqsa, algebraik va transtsendent tenglamalarning aniq yechimi mavjud bo‘lmagan yoki murakkab shaklda ifodalangan hollarda, ularni taqribiy usullar orqali yechish zaruriyati tug‘iladi. Bunday hollarda sonli usullar, xususan, Nyuton usuli (yoki Nyuton-Rafson usuli) juda samarali hisoblanadi.

Nyuton usuli — ildiz topish muammolarini hal qilish uchun qo‘llaniladigan eng mashhur va tez yaqinlashuvchi iteratsion usullardan biridir. U funksiyaning boshlang‘ich taxminiga asoslanib, ketma-ket yaqinlashuvlar orqali aniqroq

yechimga olib boradi. Bu usul algebraik tenglamalarga nisbatan qo'llanilishi bilan birga, murakkab va chiziqli bo'lmagan transtsendent tenglamalarni ham samarali yechishga imkon yaratadi.

Bisection Metodi:

Bisection metodi – bu sonli usul bo'lib, ildizni oraliqda izlash uchun funktsiyaning ishoralarini va intervalni bo'lishni talab qiladi. Bu metod faqat agar funktsiya intervalda teskari ishora o'zgartirishiga ega bo'lsa, ya'ni $f(a) \cdot f(b) < 0$ bo'lsa, ishlaydi.

N'yuton usuli(urinmalar usuli) orqali ildiz quyidagi algoritm bo'yicha topiladi.

1. $f(x)$ va uning ikkinch tartibli xosilasi $f''(a)$ ifodalari qism dastur-funktsiya orqali yoziladi
2. yagona yechim mavjud bo'lgan $[a, b]$ kesmaning son qiymatlari kiritiladi.
3. boshlang'ich qiymatni aniqlash uchun $f(a)f'(a) > 0$ sart tekshiriladi. Shart o'rinli bo'lsa boshlang'ich yaqinlashish a deb, o'rinli bo'lmasa b deb olinadi.
4. urinmalar usulining quyidagi formulasi orqali ketma-ket hisoblash tashkil etiladi

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \quad i = \overline{0, n}$$

Bunda har bir hisoblashda $|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$ shart tekshiriladi. U bajarilganda taqribiy yechim deb oxirgi x chop etishga beriladi.

Algebraik yoki transsendent tenglama $f(x)=0$ ildizini topish uchun Python dasturini tuzish uchun sonli metodlardan birini qo'llash mumkin. Bu yerda bisection metodi, nyuton metodi yoki vatarlar usulidan foydalanish mumkin. Quyida umumiy misol sifatida bisection metodini ishlatadigan Python dasturini keltiramiz.

Python tilidagi dasturi

```
# Funktsiya: f(x) = 0 uchun ildizni topish
def f(x):
    # Bu yerda o'zingizga kerakli algebraik yoki transsendent tenglamani
    yozing
    # Misol uchun: f(x) = x^2 - 4 (x^2 - 4 = 0 ildizlari 2 va -2)
    return x**2 - 4
# Bisection metodi yordamida ildizni topish
def bisection_method(a, b, tol):
```

```

# f(a) va f(b) ning teskari ishoraga ega bo'lishi kerak
if f(a) * f(b) > 0:
    print("Intervalda ildiz yo'q yoki faqat bitta ildiz mavjud.")
    return None
# Bisection metodining asosiy sikli
k = 0 # Iteratsiyalar soni
while (b - a) / 2.0 > tol:
    c = (a + b) / 2.0 # Oraliqning o'rtasiga o'ting
    if f(c) == 0: # Ildiz aniq topilgan bo'lsa
        return c
    elif f(a) * f(c) < 0: # Oraliqning chap yarimi
        b = c
    else: # Oraliqning o'ng yarimi
        a = c
    k += 1
if k > 1000: # Ko'p iteratsiya qilinsa, to'xtating
    print("Ko'p iteratsiyalar, ehtimol yechim yo'q.")
    return None
return (a + b) / 2.0 # Yaqinlashgan ildizni qaytarish
# Dasturdan foydalanish
a = float(input("Oraliqning chap chegarasini kiriting (a): "))
b = float(input("Oraliqning o'ng chegarasini kiriting (b): "))
tol = float(input("Aniqlik darajasini kiriting (tol): "))
root = bisection_method(a, b, tol)
if root is not None:
    print(f"Ildiz: {root}")

```

- 1) Bular Excel dasturida quyidagi tartibda hisoblanishi mumkin
- 2) [a,b] kesma chegaralarini Excel jadvalining mos ravishda V1 va V2 katakchalariga kiritamiz
- 3) S2 katakchaga a sonini ko'chiramiz(=B1), $f(a)$, $f'(a)$, $f''(a)$ larni hisoblash formulalarini D2, E2, F2larga yozamiz;
- 4) S3 katakchaga boshlang'ich yechimni aniqlash formulasi $ECJII$ ($D2 * F2 > 0; B1; B2$)ni yozamiz;
- 5) boshlang'ich nuqtada funktsiya va uning xosilasi qiymatlarini aniqlash uchun D2, E2 katakchalar nusxasini D3, E3katakchalarga ko'chiramiz;
- 6) C4 katakchaga boshlang'ich qiymatdan navbatdagi yaqinlashishni aniqlash uchun urinmalar usuli formulasini yozamiz;

7) C4, D3, E3 katakchalardagi formulalarni pastdagi katakchalarga nusxasini ko'chirish orqali taqribiy yechim aniqligini oshirib boramiz (1- jadval);

8) funktsiya qiymatlarining ishorasi almashgan joylari $[a_i, b_i]$ sifatida olinadi.

Misol. $x^8 - x^7 + x - 2 = 0$ tenglamaning $[1, 2]$ oraliklarda yechimini aniqlash

	A	B	C	D	E	F
1	a=	1	x	f(x)	f'(x)	f''(x)
2	b=	2	=B1	=C2^8-C2^7+C2-2	=8*C2^7-7*C2^6+1	=56*C2^6-42*C2^5
3			=ЕСЛИ(D2*F2>0;B1;B2)	=C3^8-C3^7+C3-2	=8*C3^7-7*C3^6+1	
4			=C3-D3/E3	=C4^8-C4^7+C4-2	=8*C4^7-7*C4^6+1	

1-jadval. Urinmalar usulini Excel jadvalida qo'llash formulalari

Bu algoritm natijasi 2-jadvalda ko'rsatilgan

	A	B	C	D	E	F
1	a=	1	x	f(x)	f'(x)	f''(x)
2	b=	2	1	-1	2	14
3			2	128	577	
4			1,778162912	43,51741586	229,3944	
5			1,588457216	14,6040868	92,68769	
6			1,430894911	4,722964419	39,17061	
7			1,310320731	1,368361975	18,62646	
8			1,236857376	0,285733683	11,36442	
9			1,211714553	0,023708854	9,526167	
10			1,20922574	0,00020809	9,359382	
11			1,209203506	1,64328E-08	9,357904	
12			1,209203505	0	9,357904	

2-jadval. Urinmalar usulini Excel jadvalida qo'llash natijasi

Algebraik va transsendent tenglamalar uchun ildizlarni topish matematik hisoblashda muhim masala hisoblanadi. Ushbu masala yechimi uchun turli xil sonli usullar qo'llaniladi, jumladan, bisection, vatarlar (chords), Nyuton, urinmalar va boshqa usullar. Har bir metodning o'ziga xos xususiyatlari va afzalliklari mavjud bo'lib, ularning samaradorligi va aniqligi tanlangan metodga, shuningdek, berilgan tenglamaning xususiyatlariga bog'liq.

Bisection metodi, masalan, ishoralar almashinishi bo'lishi kerak bo'lgan oraliqda ildizni topishda samarali ishlaydi. Ushbu metodning asosiy afzalligi shundaki, u har doim konvergensiyaga ega bo'ladi, ya'ni ildizni topish uchun iteratsiyalarni davom ettirish orqali aniq natija olish mumkin. Ammo uning samaradorligi interval uzunligiga va aniqlik darajasiga bog'liq, bu esa ba'zan hisoblash vaqtini uzaytirishi mumkin.

Yuqori darajadagi hisoblash texnologiyalari va metodlarni kompyuter dasturlari yordamida avtomatlashtirish bu jarayonni tezlashtirishga imkon beradi.

Python kabi dasturlash tillari yordamida bu usullarni soddalashtirish va tezda hisoblash mumkin. Python'da bisection metodini qo'llash orqali algebraik va transsendent tenglamalarni yechishning samarali va qulay usulini ko'rsatdik.

Shu bilan birga, metodlar orasida tanlov qilishda hisoblash tezligi, aniqligi va yondashuvlarning xususiyatlari hisobga olinadi. Dasturiy ta'minot va hisoblash resurslaridan samarali foydalanish natijasida, kompleks tenglamalarning ildizlarini aniqlash ancha osonlashadi va yanada optimallashtirilgan yechimlar olinadi.

Kelajakda bu usullarni yanada takomillashtirish orqali yanada samarali va tez yechimlarga erishish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdirashidov A, Abdullayev O, Abdurashidov A.A "Hisoblash mexanikasining sonli usullari", Samarqand-2020y
2. Bradley, R., & Smith, J.A. (2021). Transcendental Equations and Their Solutions: An Advanced Approach. Cambridge University Press.
3. Johnson, C., & Davis, M. (2022). Computational Methods for Algebraic Equations: An Introduction to Algorithms. CRC Press.

SUN'IY INTELLEKT YONDASHUVI ASOSIDA MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Mirzaaxmedov Muxammadbobur

PhD, Andijon davlat universiteti

Mirzaaxmedova Jumagul

Andijon davlat universiteti

So'nggi yillarda sun'iy intellekt (SI) texnologiyalari turli sohalarda chuqur o'zgarishlarga sabab bo'ldi. Ularning ichida matematik modellashtirish jarayoni ham alohida o'rin egallaydi. An'anaviy matematik modellashtirish — fizikaviy, iqtisodiy yoki biologik tizimlarning xatti-harakatini ifodalovchi tenglamalar va formulalar tuzishga asoslanadi. Biroq real tizimlar ko'pincha murakkab, noaniqliklar va o'zgaruvchan sharoitlarga boy bo'lgani uchun, an'anaviy yondashuvlar har doim ham yuqori aniqlikni ta'minlay olmaydi. Sun'iy intellekt vositalari, xususan, mashinaviy o'rganish (machine learning) va chuqur o'rganish (deep learning) texnikalari ushbu muammolarni samarali hal qilish uchun yangi imkoniyatlar yaratmoqda.

Sun'iy intellekt yordamida matematik modellashtirish uchta asosiy yo'nalishda rivojlanmoqda:

1. **Ma'lumotlarga asoslangan modellashtirish:** Sun'iy intellekt katta hajmdagi tarixiy yoki real vaqtdagi ma'lumotlar asosida tizim xatti-harakatlarini o'rganadi va mos matematik model quradi. An'anaviy yondashuvdan farqli o'laroq, bunda modelni oldindan aniqlash shart emas — model ma'lumotlardan "o'rganiladi".

2. **Murakkab tizimlar modellashtirilishi:** Ba'zi tizimlarning matematik ifodasi juda murakkab yoki imkonsiz bo'lishi mumkin. Sun'iy intellekt, ayniqsa neyron tarmoqlar, bunday tizimlarning xatti-harakatini aniq modellashtira oladi.

3. **Optimallashtirish va bashorat qilish:** Matematik modellarni yaratishda SI algoritmlari parametrlarning optimal qiymatlarini tezda topishga va kelajakdagi xatti-harakatlarni yuqori aniqlikda bashorat qilishga yordam beradi.

Sun'iy intellekt asosida modellashtirish usullari

1. Mashinaviy o'rganish algoritmlari

➤ **Regression modellari:** Tizim parametrlarini bashorat qilish uchun ishlatiladi (masalan, Linear regression, Random Forest Regression).

$$y = w_0 + w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n + \epsilon \quad (1)$$

bu yerda:

y — chiqish (natija), x_1 — kirishlar (input features), w_1 — vaznlar (weights),

ϵ — xatolik (noise).

➤ **Klasifikatsiya modellari:** Tizim holatini turli toifalarga ajratish (masalan, SVM, k-NN).

$$\min_{w,b} \frac{1}{2} \|w\|^2 \text{ shart bilan } y_1(w \cdot x_i + b) \geq 1 \quad (2)$$

bu yerda:

w_1 — gipertekislikning normal vektori, b — gipertekislikning ofseti, x_i — ma'lumot nuqtalari, y_1 — sinf yorliqlari (+1 yoki -1).

➤ **Klasterlash:** Ma'lumotlarni o'ziga xos guruhlariga ajratish (masalan, K-means).

2. Neyron tarmoqlar

➤ **Oddiy sun'iy neyron tarmoqlar (ANN):** Kiruvchi parametrlar va chiqishlar o'rtasidagi murakkab bog'liqlikni o'rganadi.

➤ **Konvolyutsiyali neyron tarmoqlar (CNN):** Asosan tasvir va fazoviy ma'lumotlar modellashtirishda ishlatiladi.

$$S(i, j) = (X * K)(i, j) = \sum_m \sum_n X(i + m, j + n) K(m, n) \quad (3)$$

bu yerda:

X — kirish tasviri, K — filtr (kernel).

➤ **Rekurrent neyron tarmoqlar (RNN):** Vaqt ketma-ketligi bilan bog'liq ma'lumotlar modellashtirish uchun qulay.

3. Evolyutsion algoritmlar

➤ **Genetik algoritmlar:** Matematik model parametrlarini optimallashtirish uchun biologik evolyutsiyadan ilhomlangan algoritmlar.

4. Qoidaga asoslangan tizimlar

➤ Ekspert bilimlarini ifodalovchi qoidalarga asoslangan matematik modellar tuzish imkonini beradi.

Sun'iy intellekt yordamida matematik modellashtirish fan va texnologiyada yangi ufqlarni ochmoqda. U an'anaviy modellashtirish metodlarini to'ldiribgina qolmay, ko'pincha ularning imkoniyatlarini keskin kengaytiradi. Kelajakda, sun'iy intellekt asosida qurilgan matematik modellar yanada murakkab va noaniq tizimlarni o'rganishda, bashorat qilishda va boshqarishda asosiy vositaga aylanishi kutilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. **Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., Yang, L.** *Physics-informed machine learning*. — *Nature Reviews Physics*, 2021. DOI: [10.1038/s42254-021-00314-5](https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5).
2. **Goodfellow, Ian, Bengio, Yoshua, Courville, Aaron.** *Deep Learning*. — MIT Press, 2016.
3. **Bishop, Christopher M.** *Pattern Recognition and Machine Learning*. — Springer, 2006.
4. **Kutepov A. A.** *Моделирование и идентификация систем*. — 2015.

MEHNAT BOZORINI RIVOJLANTIRISH VA IQTISODIY O'SISHNI TA'MINLASH: ANDIJON VILOYATI MISOLIDA ISTIQBOLLAR VA TENDENSIYALAR

Roziyev Amanillo

Osiyo Xalqaro Universiteti

Bozor iqtisodiyoti sharoitida inson kapitalining asosiy ko'rinishi sifatida mehnat bozori alohida o'rin egallaydi. U nafaqat ishlab chiqarishning asosiy resursi sifatida, balki mamlakatning iqtisodiy salohiyatini belgilovchi strategik

tizim sifatida ham katta ahamiyatga ega. Ish bilan band aholining soni, ularning malakasi, kasbiy tayyorgarligi va mehnat sharoitlari davlatning iqtisodiy rivojlanish sur'atlariga bevosita ta'sir ko'rsatadi. Ayni paytda O'zbekistonda mehnat bozorini modernizatsiya qilish, bandlikni ta'minlash va fuqarolarni kasbga yo'naltirish borasida salmoqli ishlar amalga oshirilmoqda. Xususan, "Yangi O'zbekiston" taraqqiyot strategiyasi doirasida har bir fuqaro uchun munosib mehnat sharoitlarini yaratish, ularni raqobatbardosh kasblarga tayyorlash, ishsizlik darajasini qisqartirish kabi muhim vazifalar ilgari surilmoqda.

Zamonaviy davrda mehnat bozorining istiqbollari juda keng. Dunyoda sun'iy intellekt, avtomatlashtirish, raqamli texnologiyalar asosida yangidan-yangi ish o'rinlari, kasblar va bandlik shakllari paydo bo'lmoqda. O'zbekistonda bu borada ayniqsa yoshlarga katta imkoniyatlar berilmoqda. Mehnat bozoridagi asosiy yo'nalishlardan biri – kasb-hunar ta'limi tizimini isloh qilishdir. Endilikda yoshlar modulli, qisqa muddatli o'quv kurslari orqali qisqa vaqt ichida zamonaviy kasblarni o'zlashtirish imkoniga ega bo'lishmoqda. Bundan tashqari, "Ishga marhamat" monomarkazlari orqali ishsiz fuqarolarni qayta tayyorlash, ularni mehnatga jalb qilish samarali yo'lga qo'yilgan. Shu bilan birga, xususiy bandlik agentliklari orqali xorijda vaqtinchalik ishlash imkoniyatlari kengaymoqda. Bugun mehnat bozori nafaqat erkaklar, balki ayollar uchun ham teng imkoniyatlarni taqdim etishga intilmoqda. Nogironligi bo'lgan shaxslarning bandligini ta'minlashga qaratilgan "inklyuziv mehnat bozori" modeli ham bosqichma-bosqich joriy etilmoqda. Ish o'rinlarini ko'paytirish, zamonaviy kasblarga moslab kadrlar tayyorlash, iqtisodiy faollikni oshirish – bularning barchasi mamlakatning yalpi ichki mahsulotiga bevosita ta'sir etadi. Malakali ishchi kuchi ishlab chiqarish samaradorligini oshiradi, sarmoyalarni jalb qiladi, ichki bozorni faollashtiradi, byudjet tushumlarini ko'paytiradi va ijtimoiy barqarorlikni mustahkamlaydi. Aynan shu sababli, mehnat bozorining rivojlanishi iqtisodiy o'sishning asosiy omili hisoblanadi.

Andijon viloyatida mehnat bozori o'ziga xos xususiyatlarga ega. Aholining yuqori zichligi, yoshlar ulushining ko'pligi, qishloq xo'jaligi va kichik biznesning salmoqli ulushi viloyat mehnat bozoriga ta'sir etuvchi asosiy omillardir. Biroq, mavjud muammolar ham yo'q emas. Ish o'rinlarining yetishmasligi, ishsizlik darajasining ayrim hududlarda yuqoriligi, mehnat migratsiyasiga qaramlik, kasb-hunar tayyorgarligi pastligi – bu viloyatdagi asosiy muammolardir. Ushbu holatlarni bartaraf etish uchun bir qator takliflar ilgari surish mumkin. Avvalo, kasb-hunar ta'lim muassasalarini zamonaviylashtirish va u yerda IT, agrotexnika,

xizmat ko'rsatish kabi yo'nalishlar bo'yicha yangi mutaxassisliklarni joriy etish lozim. Qishloqlarda kichik ishlab chiqarish korxonalarini tashkil etish, ularni imtiyozli kreditlar bilan qo'llab-quvvatlash orqali ish o'rinlarini ko'paytirish mumkin. Mehnat migratsiyasiga ketayotgan fuqarolarni maxsus o'quv kurslarida tayyorlash va huquqiy jihatdan savodli qilish kerak. Hududiy bandlik markazlarini zamonaviylashtirish, onlayn platformalarni yaratish esa ish izlayotganlar uchun qulaylik yaratadi. Ayniqsa, ayollar va nogiron fuqarolar uchun moslashtirilgan, masofaviy ish joylarini ko'paytirish ham viloyatda bandlik darajasini oshirishda muhim rol o'ynaydi.

Mehnat bozorining kelajakdagi rivojlanish yo'nalishlari butunlay yangi bosqichga o'tmoqda. Yaqin yillarda ba'zi an'anaviy kasblar yo'qoladi, ularning o'rnini esa raqamli kasblar egallaydi. Masalan, sun'iy intellekt muhandislari, ma'lumotlar tahlilchilari, blokcheyn mutaxassislari, ekologik loyiha muhandislari kabi yangi sohalar ommalashadi. Masofaviy va mustaqil ish (freelance) modellari keng tarqaladi. Bir odam hayoti davomida bir necha marta kasbini o'zgartirishiga to'g'ri keladi. Aynan shu sababli ham, yangi sharoitlarga moslasha oladigan, o'z ustida doimiy ishlaydigan, o'qishni to'xtatmaydigan inson kapitali mehnat bozorining tayanchi bo'lib qoladi. Shuningdek, yashil iqtisodiyot, qayta tiklanuvchi energiya, ekologik xizmatlar kabi yo'nalishlar kelajakda yetakchi bo'ladi. Kimki bu o'zgarishlarga hozirdanoq tayyor bo'lsa, aynan o'sha jamiyat ertaga iqtisodiy yutuqlarga erishadi.

Xulosa qilib aytganda, mehnat bozori har bir jamiyatning iqtisodiy va ijtimoiy barqarorligining asosiy ko'zgusidir. Mehnat bozori rivojiga sarmoya kiritgan davlat, kelajakda raqobatbardosh iqtisodiyotni yaratadi. Bu borada amalga oshirilayotgan islohotlar ijobiy natijalar bermoqda. Ammo bu yetarli emas. Yana ko'plab tashabbuslarni ilgari surish, zamonaviy yondashuvlarni joriy etish, yoshlar va ayollarning faol ishtirokini ta'minlash talab etiladi. Mehnat bozorining barcha ishtirokchilari – hukumat, xususiy sektor, ta'lim muassasalari va aholining o'zaro hamkorligi orqali bugunning va ertaning mehnat bozori barqaror va rivojlangan holga keltirilishi mumkin.

Kelgusida mehnat bozorini yanada takomillashtirish va iqtisodiy o'sishni ta'minlash uchun bir qator muhim yo'nalishlarda ish olib borish zarur. Eng avvalo, mehnat bozorida raqamli texnologiyalar imkoniyatlaridan keng foydalanish orqali tizimni to'liq raqamlashtirish muhim ahamiyat kasb etadi. Bu ish qidirayotganlar va ish beruvchilar o'rtasidagi aloqani tez va samarali yo'lga qo'yishga xizmat qiladi. Shuningdek, kasb-hunar ta'limi tizimini amaliyotga yo'naltirish orqali o'quvchilarni real ishlab chiqarish jarayonlariga tayyorlash,

ularning kelajakda mehnat bozoriga tez va samarali moslashishiga zamin yaratadi. Shu bilan birga, ayollar va yoshlar bandligini oshirishga qaratilgan maxsus dasturlar va loyihalarni kengaytirish orqali jamiyatning ijtimoiy-iqtisodiy faolligini sezilarli darajada kuchaytirish mumkin. Bundan tashqari, joylardagi bandlik markazlarini zamonaviy texnik va tashkiliy asosda takomillashtirish orqali fuqarolarga ko‘mak berish sifati va ko‘lami oshiriladi. Yana bir muhim yo‘nalish bu – innovatsion va ekologik jihatdan barqaror iqtisodiyotga mos keluvchi, yangi avlod mutaxassislarini tayyorlashdir. Bu esa nafaqat hozirgi mehnat bozorining talablariga, balki kelajak ehtiyojlariga ham javob bera oladigan inson kapitalini shakllantirish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. O'zbekiston Respublikasi Statistika agentligi, 2023.
2. "O'zbekiston iqtisodiyoti: tahlil va istiqbollar" (2022).
3. Mehnat bozorini rivojlantirish bo'yicha xalqaro tajriba (Xalqaro Mehnat Tashkiloti hisobotlari).
4. Germaniya va Janubiy Koreya mehnat bozori islohotlari tajribasi (ILO hisobotlari, 2021).
5. Raqamli iqtisodiyot va mehnat bozorining transformatsiyasi (UNDP, 2022).
6. <https://arxiv.uz/uz/documents/referatlar/iqtisodiyot/mehnat-bozorining-shakllanishi-va-rivojlanishi>
7. https://uz.wikipedia.org/wiki/Mehnat_bozori
8. <https://mehnat.uz/oz/pages/ochiq-malumotlar>

ZAMONAVIY HISOBLASH ALGORITMLARI YORDAMIDA ALGEBRAIK VA TRANSCENDENT TENGLAMALAR ILDIZLARINI ANIQLASH

Sayidova Nigora

ADU

Mamatqosimov Javohirbek

ADU

Nurmatov Abdulhafiz

ADU

Amaliy va nazariy matematikada algebraik hamda transcendent tenglamalarni yechish muammosi muhim o‘rin egallaydi. Bunday tenglamalarning aniq yechimini analitik usulda topish har doim ham imkoni bo‘lmagani sababli, ko‘pincha ular sonli usullar orqali yechiladi. Sonli yechim

usullarining muvaffaqiyatli qo'llanilishi esa, avvalo, tenglama ildizi (yoki ildizlari) joylashgan oraliqni to'g'ri aniqlashga bog'liq bo'ladi. Ildizlarni ajratish jarayoni – ya'ni funksiyaning ildizlari joylashgan oraliqlarini topish – sonli hisoblashning tayanch bosqichlaridan biri hisoblanadi.

Algebraik va transsendent tenglamalarning ildizlari joylashgan oraliqlarini aniqlashga oid asosiy nazariy yondashuvlar, ularni Python dasturlash tili vositasida amaliyotda qo'llash, shuningdek, Microsoft Excel muhiti orqali formulalar asosida yondashuvlar ko'rib chiqiladi. Bu orqali matematik muammolarning nafaqat nazariy, balki zamonaviy texnologiyalar yordamida yechimiga erishish imkoniyatlari ochib beriladi.

$[a,b]$ kesmada $f(x)=0$ tenglamaning ξ dan boshqa ildizi yo'q bo'lsa, ildiz ξ ajratilgan hisoblanadi.

Ildizlarni ajratish uchun $[a,b]$ kesmani shunday kesmachalarga bo'lish kerakki, bu kesmachalarda tenglamaning faqat bitta ildizi bo'lsin. Ildizlarni grafik va analitik usullar bilan ajratish mumkin. Ushbu amaliy ishida ildizlarini analitik usulda ajratish ko'riladi.

$f(x)=0$ tenglamaning ildizlarini analitik usulda ajratish uchun oliy matematika kursidan quyidagi teoremlar foydalaniladi.

1-teorema. Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lib, kesmaning chekka nuqtalarida turli ishorali qiymatlar qabul kilsa, u xolda $[a, b]$ kesmada $f(x)=0$ tenglamaning juda bulmaganda bitta ildizi yotadi.

2-teorema. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzluksiz va monoton bo'lib, kesmaning chekka nuqtalarida turli ishorali qiymatlar qabul kilsa, u xolda $[a, b]$ kesmada $f(x)=0$ tenglamaning faqat bitta ildizi yotadi.

3-teorema. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzluksiz bo'lib va kesmaning chekka nuqtalarida turli ishorali qiymatlar qabul kilib, $[a,b]$ kesmaning ichida $f'(x)$ hosilasining ishorasi o'zgarmasa, u xolda $[a,b]$ kesmada $f(x)=0$ tenglamaning faqat bitta ildizi yotadi.

Agar $[x_1, x_2]$ kesmada $f(x)=0$ tenglamaning faqat bitta ildizi yotsa $f(x_1) f(x_2) < 0$ shart o'rinli bo'ladi. Shunga ko'ra uzluksiz $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ kesmadagi ildizlarini kompyuterda quyidagi algoritm boyicha ajratish mumkin.

1. $f(x)$ funksiya ifodasi qism dastur- funksiya orqali yoziladi
2. $[a,b]$ kesma va uni kesmachalarga bo'lish qadami h ning son qiymatlari kiritiladi.
3. dastlabki qadam uchun kesmachalar chegaralari o'zlashtiriladi: $x_1=a$, $x_2=a+h$

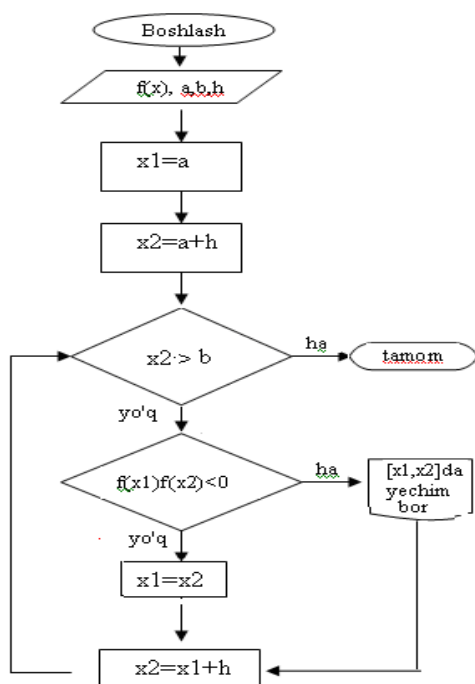
4. x_2 ning qiymati yuqori chegara b bilan solishtiriladi, $x_2 < b$ bo'lsa $[x_1, x_2]$ kesmachada ildiz borligi shartini tekshirishga o'tiladi, $x_2 > b$ bo'lsa ish to'xtatiladi.

5. $f(x_1)f(x_2) < 0$ tekshiriladi. Shart bajarilsa x_1 va x_2 ning qiymati chop etishga beriladi va "kesmada lidiz bor" deb chiqariladi

6. Navbatdagi kesmachda ildiz bormi yo'qmi tekshirish uchun bu kesma chegaralarini yana x_1 va x_2 ga o'zlashtiramiz: $x_1 = x_2$, $x_2 = x_1 + h$

7. 4-,5-,6-ishlarni yana qayta bajarish kerak, buning uchun boshqarishni 4- ishga uzatamiz

Bu algoritmnining blok sxema ko'rinish quyidagicha



Algoritm uchun dastur

def f(x):

Bu yerga funksiya ifodasini yozing, masalan:

return $x^3 - x - 2$

def f2(x):

Bu yerga funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasini yozing, masalan:

return $6 \cdot x$

Foydalanuvchidan qiymatlar olish

a = float(input("a ni kiriting: "))

b = float(input("b ni kiriting: "))

e = float(input("e (aniqlik) ni kiriting: "))

k = 0

Vatarlar usulini boshlash

```

if f(a) * f2(a) < 0:
    x1 = a
    c = b
else:
    x1 = b
    c = a
while True:
    x0 = x1
    fx0 = f(x0)
    fc = f(c)
    # Nolinchi bo'linishdan saqlanish
    if fc - fx0 == 0:
        print("Nolinchi bo'linish xatosi!")
        break
    x1 = x0 - fx0 * (c - x0) / (fc - fx0)
    k += 1
    if k == 100:
        print("k = 100. Iteratsiyalar soni chegarasiga yetdi.")
        break
    if abs(x1 - x0) <= e:
        break
print("Taqribiy ildiz:", x1)

```

Ildizlarni ajratishda Excel jadval protsessoridan foydalanish.

Ildizlarni ajratishda Excel dasturidan foydalanish juda qulay. Buning uchun

1) $[a, b]$ kesma chegaralarini, uni n ta kichik bo'lakchalarga bo'lish sonini Excel jadvalining mos ravishda V1, V2 va V3 katakchalariga kiritamiz va V4 ga bo'linish qadami h ni aniqlash formulasi $=(B2-B1)/B3$ ni yozamiz;

2) A7 ga a sonini ko'chiramiz($=B1$), A8 ga $=A7+B\$4$ (aga qadamni qo'shish) yozamiz, uni pastdagikatakchalarga nusxasini ko'chirish orqali bo'linish nuqtalarini xosil qilamiz;

3) a nuqtada funktsiya qiymatini aniqlash formulasi (masalan, $=A7^8-A7^7+A7-2$) ni yozamiz va pastdagi katakchalarga nusxasini ko'chirish orqali bo'linish nuqtalardagi funktsiya qiymatlarini xosil qilamiz(1 -jadval);

4) funktsiya qiymatlarining ishorasi almashgan joylari $[a_i, b_i]$ sifatida olinadi.

a= -3
b= 3
n= 6
 $h=(b-a)/n= (B2-B1)/B3$

```

a= -3
b= 3
n= 6
h=(b-a)/n= 1

x          f(x)
-3         8743
-2         380
-1          -1
0           -2
1            -1
2          128

```

2-jadval. Ildizlarni ajratish

	A	B
1	a=	1
2	b=	2
3	n=	10
4	h=(b-a)/n=	0,1
5		
6	x	f(x)
7	1	-1
8	1,1	-0,70512829
9	1,2	-0,08336384
10	1,3	1,18245551
11	1,4	3,61654016

	A	B
1	a=	1,209203504
2	b=	1,209203512
3	n=	10
4	h=(b-a)/n=	8E-10
5		
6	x	f(x)
7	1,209203504	-5,40888E-09
8	1,209203505	2,07745E-09
9	1,209203506	9,56377E-09

4-jadval. Kesmani teng o'ngga bo'lish usuli bilan $\varepsilon = 10^{-8}$ aniqlikda yechim aniqlandi

Bu usulda funktsiya qiymatining ishorasi almashinayotgan kesma chegaralarini aniqlash va ularning qiymatlarini $a=$, $b=$ lardan so'ng kiritish jarayonlarini takror bajarish talab etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdirashidov A, Abdullayev O, Abdurashidov A.A “Hisoblash mexanikasining sonli usullari”, Samarqand-2020y
2. Bradley, R., & Smith, J.A. (2021). Transcendental Equations and Their Solutions: An Advanced Approach. Cambridge University Press.
3. Johnson, C., & Davis, M. (2022). Computational Methods for Algebraic Equations: An Introduction to Algorithms. CRC Press.

EYTKEN SXEMASI

Xasanova Mavjuda

Andijon davlat universiteti

Badridinov Nusratbek

Andijon davlat universiteti

Interpolyatsion ko'phadni qurish uchun hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida Eytken sxemasini qo'llash qulaydir.

Eytken sxemasi interpolatsion polinomni tez va samarali hisoblash uchun kerak:

- Faqat bitta nuqtadagi qiymat kerak bo'lsa, butun polinomni chiqarib olish shart emas.

- Raqamli hisoblashda aniqroq natija beradi.

- Juda kam xotira va hisob resursi talab qiladi.

- Kichik va tezkor algoritm bilan ishlaydi.

$P_{(012...n)}(x)$ orqali $x_0, x_1, \dots, x_n$ tugunlar yordamida qurilgan n – darajali ko'phadni belgilaymiz.

Eytken interpolatsion sxemasi:

x_i	y_i	$P_{i-1,i}$	$P_{i-2,i-1,i}$	$P_{i-3,i-2,i-1,i}$	x_1-x
x_0	y_0	-	-	-	x_0-x
x_1	y_1	$P_{0,1}(x)$	-	-	x_1-x
x_2	y_2	$P_{1,2}(x)$	$P_{0,1,2}(x)$	-	x_2-x
x_3	y_3	$P_{2,3}(x)$	$P_{1,2,3}(x)$	$P_{1,2,3,0}(x)$	x_3-x
...	...	...	...	...	...

Bu yerda

$$P_{i,i+1,\dots,i+k}(x) \frac{1}{x_{i+k}-x_i} \left| \begin{array}{c} P_{i,i+k,\dots,i+k-1}(x) x_{i-k} \\ P_{i+1,i+2,\dots,i+k}(x) x_{i+k} - x \end{array} \right|,$$

shu bilan birga

$$P_{i,i+1,\dots,i+k}(x) = \frac{1}{x_{i+1}-x_i} \left| \begin{array}{cc} y_i & x_i - x \\ y_{i+1} & x_{i+1} - x \end{array} \right|.$$

Hisoblashlarning oxiri $P(x)$ ning ketma-ket qiymatlarini taqqoslash yoʻli bilan aniqlanadi.

Eytken sxemasining matlab dasturi

```
function y = eytken(x, X, Y)
```

```
% x - topilayotgan nuqta
```

```
% X - tugunlar (xi)
```

```
% Y - funksiyaning qiymatlari (yi)
```

```
n = length(X);
```

```
P = zeros(n, n);
```

```
P(:,1) = Y(:); % birinchi ustun - y qiymatlari
```

```
for j = 2:n
```

```
    for i = 1:(n-j+1)
```

```
        P(i,j) = ((x - X(i+j-1)) * P(i,j-1) - (x - X(i)) * P(i+1,j-1)) / (X(i) - X(i+j-
```

```
1));
```

```
    end
```

```
end
```

```
y = P(1,n); % natija
```

```
end
```

Foydalanish misoli:

```
X = [1 2 3];
```

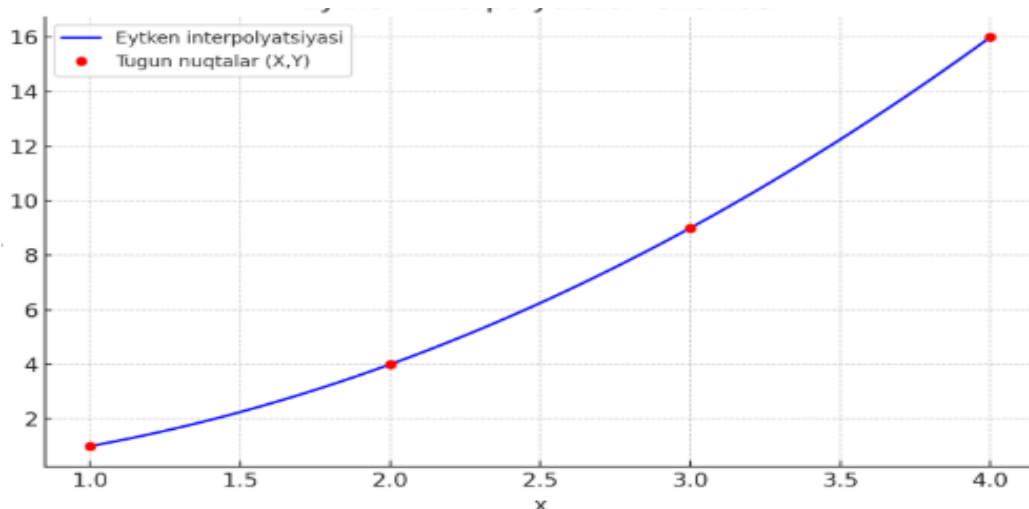
```
Y = [2 3 5];
```

```
x = 2.5;
```

```
y = eytken(x, X, Y);
```

```
disp(['Interpolatsiya natijasi: ', num2str(y)]);
```

Eytken Interpolyatsion Sxemasi



Mana bu grafikda Eytken interpolatsion sxemasi yordamida chizilgan egri chiziq ko'rsatilgan. Qizil nuqtalar — berilgan tugunlar ($x, y = x^2$), ko'k chiziq esa Eytken usuli bo'yicha hisoblangan interpolatsiya natijasini bildiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Воробьева Г. Н., Данилова А. Н. Практикум по численным методам. - М: Высш. школа, 1979.
2. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М., «Мир», 1972.

ЗАДАЧА КЕПЛЕРА

Алиева Жамила

PhD, Андижанский государственный университет

Камолова Нигора

Андижанский государственный университет

Задача о движении планет в поле тяжести небесных светил, являющаяся частным случаем задачи о движении в поле центральных сил, известна на протяжении нескольких тысячелетий истории человечества и в настоящее время рассматривается как в школьных курсах физики, астрономии, так и в вузовских курсах классической механики и астрономии.

Большую часть наших знаний о движении планет объединили в себе законы Кеплера, полученные на основе анализа данных астрономических наблюдений.

Большую часть наших знаний о движении планет объединили в себе законы Кеплера, полученные на основе анализа данных астрономических наблюдений, которые формулируются следующим образом:

1. Всякая планета движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится Солнце.

2. Скорость планеты возрастает по мере удаления от Солнца таким образом, что прямая, соединяющая Солнце и планету, в равные промежутки времени замечает одинаковую площадь.

3. Для всех планет, вращающихся вокруг Солнца, отношение T^2/R^3 одинаково (T — период обращения планеты вокруг Солнца, R — большая полуось эллипса).

Отметим, что получить аналитическое решение задачи Кеплера удастся только в случае рассмотрения движения двух тел, взаимодействующих по закону обратных квадратов. Это решение рассматривается во всех учебниках по классической механике, только малая часть из которых приведена в списке литературы [1–3]. Задача Кеплера для трех и более тел аналитического решения не имеет, может быть решена только численно, поэтому в этой главе основное внимание мы уделяем численному решению уравнений движения тела в центральном поле.

Предваряя нахождение численного решения системы уравнений

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} = -\frac{4\pi^2}{(X^2+Y^2)^{3/2}}X,$$

$$\frac{d^2Y}{d\tau^2} = -\frac{4\pi^2}{(X^2+Y^2)^{3/2}}Y,$$

приведем ее к эквивалентной системе уравнений первого порядка, выполнив замену переменных $X \rightarrow z_1, \dot{X} \rightarrow z_2, Y \rightarrow z_3, \dot{Y} \rightarrow z_4$:

$$\frac{dz_1}{d\tau} = z_2 \quad (1)$$

$$\frac{dz_2}{d\tau} = -\frac{4\pi^2 \cdot z_1}{(z_1^2 + z_3^2)^{3/2}} \quad (2)$$

$$\frac{dz_3}{d\tau} = z_4 \quad (3)$$

$$\frac{dz_4}{d\tau} = -\frac{4\pi^2 \cdot z_3}{(z_1^2 + z_3^2)^{3/2}} \quad (4)$$

Следуя общим правилам MATLAB решения систем ОДУ первого порядка, создадим m-функцию Orbit.m, возвращающую значения координат вектора-функции, стоящей в левой части системы (1)-(4):

```
function dy=Orbit(t,z)
dy=zeros(4,1); % задание вектора-столбца
                % размерности 4x1
%задание координат вектора-функции,
% стоящей в правой части (1)-(4)
dy(1)=z(2);
```

$$dy(2)=-4*\pi^2*z(1)/(z(1)^2+z(3)^2)^{(3/2)};$$

$$dy(3)=z(4);$$

$$dy(4)=-4*\pi^2*z(3)/(z(1)^2+z(3)^2)^{(3/2)}$$

Далее необходимо выполнить в командном окне следующую последовательность команд, сохраненную нами в файле Glava4_1.m:

```
% задание начальных условий x(0), x'(0), y(0), y'(0)
```

```
>> x0=1;
```

```
>> y0=0;
```

```
>> vx0=0;
```

```
>> vy0=2*pi*1.2;
```

```
% вычисление численного
```

```
% решение системы (1)-(4)
```

```
>> [t,Y]=ode45('Orbit',[0:10^-3:2.5],[x0 vx0 y0 vy0]);
```

```
>> figure(1); plot(t,Y(:,1)); % построение зависимости x(t)
```

```
>> figure(2); plot(t,Y(:,2)); % построение зависимости x'(t)
```

```
>> figure(3); plot(t,Y(:,3)); % построение зависимости y(t)
```

```
>> figure(4); plot(t,Y(:,4)); % построение зависимости y'(t)
```

```
>> figure(5); plot(Y(:,1),Y(:,3)); % построение зависимости
```

```
% движение тела
```

Задача Кеплера остается актуальной и важной для понимания и предсказания движения небесных тел. Ее решение представляет собой сложную и многогранную проблему, требующую глубокого знания математики, физики и численных методов. Дальнейшие исследования в этой области будут способствовать развитию космонавтики, астрономии и других наук.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.В. Поршнев Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB 2011.736с.
2. Mechanical vibrations / Singiresu S. Rao. 5th edition
3. И.А. Елизаров, Ю.Ф. Мартемьянов, А.Г. Схиртладзе, А.А. Третьяков Моделирование систем 2011.

МЕТОД ГАУССА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Ботиралиев Шохдиёр

Андижанский государственный университет

1. **Постановка задачи.** Рассмотрим следующую задачу: построить квадратурную формулу

$$\int_a^b \rho(x) f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n c_k f(x_k) \quad (1)$$

которая при заданном n была бы точна для алгебраического многочлена воз-можно большей степени. Обратим внимание, что здесь для удобства изложе-ния нумерация узлов начинается с $k = 1$.

В настоящем теме будет показано, что такие квадратурные формулы су-ществуют. Они называются *квадратурными формулами наивысшей алгебра-ической степени точности или формулами Гаусса*. Эти формулы точны для любого алгебраического многочлена степени $2n-1$.

Итак, потребуем, чтобы квадратурная формула (1) была точна для любого алгебраического многочлена степени m . Это эквивалентно требованию, чтобы формула была точна для функций $f(x) = x^\alpha$, $\alpha = 0, 1, \dots, m$. Отсюда получаем условия

$$\sum_{k=1}^n c_k x_k^\alpha = \int_a^b \rho(x) x^\alpha dx, \quad \alpha = 0, 1, \dots, m, \quad (2)$$

которые представляет собой нелинейную систему $m+1$ уравнений относи-тельно $2n$ неизвестных

$$c_1, c_2, \dots, c_n; \quad x_1, x_2, \dots, x_n.$$

Для того чтобы число уравнений равнялось числу неизвестных, надо по-требовать $m=2n-1$. В дальнейшем будет показано, что система (2) при $m=2n-1$ имеет единственное решение. Однако сна-чала рассмотрим несколько частных случаев, когда решение системы (2) можно найти непосредственно.

Пусть $\rho(x) \equiv 1$, $\alpha = -1$, $b = 1$. При $n = 1$ получаем $m = 1$ и система (2) принимает вид

$$c_1 = \int_{-1}^1 dx = 2, \quad c_1 x_1 = \int_{-1}^1 x dx = 0,$$

т. е. приходим к известной формуле прямоугольников

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx 2f(0),$$

которая точна для любого многочлена первой степени.

При $n = 2$, $m = 3$ система (2) записывается в виде

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 &= 2, & c_1 x_1 + c_2 x_2 &= 0, \\ c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 &= \frac{2}{3}, & c_1 x_1^3 + c_2 x_2^3 &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда находим

$$c_1 = c_2 = 1, \quad x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

т. е. получаем квадратурную формулу

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$

которая точна для любого алгебраического многочлена третьей степени.

2. Основная теорема. Возвращаясь к рассмотрению квадратурных формул (1) общего вида, введем многочлен

$$\omega(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n). \quad (3)$$

Будем предполагать, что $\rho(x) > 0$.

Т е о р е м а 1. Квадратурная формула (1) точна для любого многочлена степени $m=2n-1$ тогда и только тогда, когда выполнены два условия:

1) многочлен $\omega(x)$ ортогонален с весом $\rho(x)$ любому многочлену $q(x)$ степени меньше n , т. е.

$$\int_a^b \rho(x) \omega(x) q(x) dx = 0; \quad (4)$$

2) формула (1) является квадратурной формулой интерполяционного типа, т. е.

$$c_k = \int_a^b \rho(x) \frac{\omega(x)}{(x - x_k) \omega'(x_k)} dx, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

3. Свойство квадратурных формул Гаусса. Нетрудно показать, что $2n - 1$ — наивысшая точность формулы Гаусса, т. е, что существует многочлен степени $2n$, для которого эта формула не является точной. Действительно, для многочлена (3) имеем

$$\int_a^b \rho(x) \omega^2(x) dx > 0,$$

но

$$\sum_{k=1}^n c_k \omega^2(x) = 0.$$

Докажем теперь, что при любом n коэффициенты c_k формул Гаусса положительны. Рассмотрим многочлены

$$\varphi_i(x) = \left(\frac{\omega(x)}{(x - x_i) \omega'(x_i)} \right)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

имеющие степень $2n - 2$ и обладающие свойством

$$\varphi_i(x_k) = \delta_{ik}.$$

Так как для этих многочленов формула Гаусса точна, справедливы равенства

$$\int_a^b \rho(x) \varphi_i(x) dx = \sum_{k=1}^n c_k \varphi_i(x_k) = c_i,$$

откуда и следует, что $c_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А. А., Гулин А. В. **Численные Методы**. — М.: Наука, 1989.
2. Бахвалов Н. С. **Численные методы**. — М.: Наука, 1975.
3. Волко в Е. А. **Численные методы**. — М.: Наука, 1987.

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ЯКОБИ И ЗЕЙДЕЛЯ

Набиева Ойгул

Андижанский государственный университет

Будем рассматривать систему

$$Ax = f \quad (1)$$

где матрица $A = [a_{ij}]$ $i, j = 1, 2, \dots, m$, имеет обратную, $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)^T$.

Рассмотрим сначала два примера итерационных методов. Для их построения предварительно преобразуем систему (1) к виду

$$x_i = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j - \sum_{j=i+1}^m \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j + \frac{f_i}{a_{ii}}, i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

(при этом предполагается, что все a_{ii} отличны от нуля).

Условимся, как обычно, считать значение суммы равным нулю, если верхний предел суммирования меньше нижнего. Так, уравнение (2) при $i = 1$ имеет вид

$$x_1 = -\sum_{j=2}^m \frac{a_{1j}}{a_{11}} x_j + \frac{f_1}{a_{11}}.$$

В дальнейшем верхний индекс будет указывать номер итерации, например

$$x^n = (x_1^n, x_2^n, \dots, x_m^n)^T$$

где x_i^n — n -я итерация i -й компоненты вектора x .

В методе Якоби исходят из записи системы в виде (2), причем итерации определяются следующим образом:

$$x_i^{n+1} = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^n - \sum_{j=i+1}^m \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^n + \frac{f_i}{a_{ii}}, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, n = 1, 2, \dots, n_0$$

Начальные значения x_i^0 , $i = 1, 2, \dots, m$ задаются произвольно.

Окончание итераций определяется либо заданием максимального числа итераций n_0 , либо условием

$$\max_{1 \leq i \leq m} |x_i^{n+1} - x_i^n| < \varepsilon,$$

где $\varepsilon > 0$ — заданное число.

Итерационный метод Зейделя имеет вид

$$x_i^{n+1} = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{n+1} - \sum_{j=i+1}^m \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^n + \frac{f_i}{a_{ii}}, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; n = 1, 2, \dots, n_0$$

Чтобы понять, как находятся отсюда значения x_i^{n+1} , $i = 1, 2, \dots, m$ запишем подробнее первые два уравнения системы (4):

$$x_1^{n+1} = -\sum_{j=2}^m \frac{a_{1j}}{a_{11}} x_j^n + \frac{f_1}{a_{11}}, \quad (5)$$

$$x_2^{n+1} = -\frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{n+1} - \sum_{j=3}^m \frac{a_{2j}}{a_{22}} x_j^n + \frac{f_2}{a_{22}} \quad (6)$$

Первая компонента x_1^{n+1} вектора x^{n+1} находится из уравнения (5) явным образом, для ее вычисления нужно знать вектор x^n и значение f_1 . При нахождении x_2^{n+1} из уравнения (6) используются только что найденное значение x_1^{n+1} и известные значения x_j^n , $j = 3, \dots, m$, с предыдущей итерации. Таким образом, компоненты x_i^{n+1} вектора x^{n+1} находятся из уравнения (4) последовательно, начиная с $i = 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А. А., Гулин А. В. **Численные Методы.**— М.: Наука, 1989.
2. Бахвалов Н. С. **Численные методы.** — М.: Наука, 1975.
3. Волков Е. А. **Численные методы.**— М.: Наука, 1987.

УТОЧНЕНИЕ ОБЛАСТИ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНЫХ ОБОЛОЧКАХ

Солижонova Машхура

Андижанский Государственный университет

Модуляционная неустойчивость (МН) — ключевое явление в теории нелинейных волн, характеризующееся распадом устойчивых периодических решений на локализованные структуры (например, солитоны). В данной работе рассматривается уточнение границ возникновения МН в однородных оболочках — системах, где распространение волн описывается нелинейным уравнением типа:

$$i \partial \psi / \partial t + \alpha \partial^2 \psi / \partial x^2 + \beta |\psi|^2 \psi = 0,$$

где $\psi(x, t)$ — комплексная амплитуда волны, α — коэффициент дисперсии, β — коэффициент нелинейности.

Анализ проводится методом линеаризации относительно периодического решения: $\psi_0(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}$, где A — амплитуда, k — волновое число, ω — частота.

Для малых возмущений вводится модулированное решение: $\psi(x, t) = [A + \varepsilon(x, t)] e^{i(kx - \omega t)}$, где $\varepsilon(x, t) \ll A$.

Дисперсионное соотношение для малых возмущений имеет вид: $\Omega^2 = \alpha^2 K^2 (K^2 - 2\beta A^2/\alpha)$, где Ω — частота возмущения, K — его волновое число.

Условие модуляционной неустойчивости: $\Omega^2 < 0 \Rightarrow K^2 < 2\beta A^2/\alpha$.

Из анализа следует, что область неустойчивости расширяется при увеличении амплитуды A . При фиксированных α и β граничное значение K пропорционально амплитуде: $K_{кр} \sim A$.

Численные результаты:

- при $|A| = 0,5$: $K < 1,0$
- при $|A| = 1,0$: $K < 2,0$
- при $|A| = 1,5$: $K < 3,0$

Таким образом, увеличение амплитуды приводит к расширению диапазона возмущений, вызывающих экспоненциальный рост. Это важно при проектировании систем, чувствительных к стабильности волновых решений (оптические волокна, акустические среды, плазма).

В работе уточнены границы области модуляционной неустойчивости периодических волн в однородных оболочках. Показано, что учет нелинейных и дисперсионных эффектов позволяет более точно определить параметры, при которых возникает МН. Результаты работы могут быть использованы для анализа устойчивости волновых процессов в различных физических системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zakharov V.E., Ostrovsky L.A. Modulation instability: The beginning. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2009.
2. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 2013.
3. Ablowitz M.J., Segur H. Solitons and the Inverse Scattering Transform. SIAM, 1981.
4. Kivshar Y.S., Malomed B.A. Dynamics of solitons in nearly integrable systems. Reviews of Modern Physics, 1989.

МНОГОЧЛЕНЫ ЧЕБЫШЁВА И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИНТЕРПОЛАЦИИ

Юнусов Насиржан

Андижанский государственный университет

Многочлен Чебышёва выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_{n+1}(x) &= 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad n = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Обсудим, чем примечательны многочлены (1). Исследуем их свойства.

1. $T_n(x)$ – многочлен степени n , $T_n(x) = 2^{n-1}x^n + \dots$

2. T_{2n} – четная функция, а T_{2n+1} – нечетная.

3. На отрезке $[-1, 1]$ имеет место представление $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$.

Убедимся в справедливости этого представления. При $n=0$, $n=1$ утверждение очевидно. Далее действуем по индукции.

Так как $T_{n+1}(x) + T_{n-1}(x) = 2xT_n(x)$, для левой части получим

$$\cos((n+1) \arccos x) + \cos((n-1) \arccos x) = 2x \cos(n \arccos x). \quad (2)$$

Здесь воспользовались формулой из школьного курса тригонометрии.

4. Найдем корни.

$$\cos(n \arccos x) = 0 \quad (3)$$

тогда

$$\begin{aligned} n \arccos x &= \pi/2 + k\pi, \\ \arccos x &= \pi/2n + k/n\pi, \\ x_k &= \cos(\pi/2n + k\pi/n), \quad k = 0, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (4)$$

5. Точки экстремума.

$$\begin{aligned} |\cos(n \arccos x)| &= 1, \\ x_k &= \cos k\pi/n, \quad k = 0, \dots, n. \end{aligned}$$

Если построить график T_n на $[-1, 1]$, окажется, что это функция, которая колеблется между своим минимумом и максимумом.

Обсудим теперь, что происходит за пределами отрезка $[-1, 1]$. Решим уравнение (1)

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

Решение будем искать в виде

$$T_n(x) = k^n,$$

где k – неизвестное число. Подставив в уравнение, получим

$$\begin{aligned} k^{n+1} - 2xk^n + k^{n-1} &= 0, \\ k^2 - 2kx + 1 &= 0, \end{aligned}$$

откуда

$$k_{1,2} = x \pm \sqrt{x^2 - 1}$$

Таким образом,

$$T_n(x) = C_1 (x + \sqrt{x^2 - 1})^n + C_2 (x - \sqrt{x^2 - 1})^n.$$

Найдем коэффициенты. При $n = 0$ получим

$$C_1 + C_2 = 1,$$

при $n = 1$

$$(C_1 + C_2)x + (C_1 - C_2)\sqrt{x^2 - 1} = x.$$

Таким образом, $C_1 = C_2 = 1/2$, и $T_n(x) = 1/2((x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n)$.

Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.

Будем считать, что в узловых точках $x_1, \dots, x_n \in [a, b]$ функция $f(x)$ обладает достаточной для доказательства наших утверждений гладкостью. По значениям $f(x_1), \dots, f(x_n)$ можем построить многочлен $L_n(x)$. Оценим в точке x величину

$$r_n(x) = f(x) - L_n(x). \quad (1)$$

которая называется погрешностью интерполирования.

Поступим следующим образом. Возьмем вспомогательную функцию

$$g(s) = f(s) - L_n(s) - K\omega(s), \quad (2)$$

где $\omega(s) = (s - x_1) \dots (s - x_n)$.

Коэффициент K выбирается таким образом, чтобы $g(x) = 0$ в выбранной для оценки погрешности точке x , то есть

$$K = (f(x) - L_n(x)) / \omega(x) \quad (3)$$

Заметим, что для всех выбранных узловых точек $x_1, \dots, x_n$ выполнено $g(x_i) = 0$. $i = 1 \dots n$.

Так, $g(s)$ имеет $n + 1$ корень. Тогда по теореме Ролля $g'(s)$ имеет n корней. Продолжая рассуждения аналогичным образом, получим, что $g^{(n)}(s)$ имеет хотя бы один корень.

Обозначим этот корень через ξ .

Рассмотрим $g^{(n)}(\xi) = 0 = f^{(n)}(\xi) - 0 - kn! = f^{(n)}(\xi) - (f(x) - L_n(x)) n! / \omega_n(x)$

Если при $x \in [a, b]$ $\max |f^{(n)}(x)| \leq M_{n+1}$ то получим неравенства

$$|f(x) - L_n(x)| \leq (|M_{n+1}| / n!) \omega_n(x). \quad (4)$$

Отсюда следует что оценка многочлена Лагранжа зависит от полинома $\omega(x)$ вернее выбора узловых точек. В качестве узловых точек выбирая корни многочлена Чебышева получим самый лучший многочлен приближающему функцию.

В задачах интерполяции оценка погрешности зависит от выбора узловых точек. В теория многочленов $T_n(x)$ была разработана П.Л. Чебышева и доказана теорема что из всех многочленов степени n имеющих

коэффициент при x^n равный единице наименьший отклонение от нуля это многочлен Чебышева. В качестве узловых точек выбирая корни многочлена $T_n(x)$ получим самый лучший многочлен приближающему функцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.
2. С.И.Новосёлов. Специальный курс тригонометрии.

MATEMATIKA O'QITISH METODIKASI

NAZARIY MEXANIKA MASALALARINI YECHISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING O'RNI

Abdugapparova Shahodat

Andijon Davlat Universiteti

Kimsanova Madina

Andijon Davlat Universiteti

Mullajonova Jannatoy

Yangi O'zbekiston universiteti

Zamonaviy ta'lim tizimi talabalardan nafaqat nazariy bilimlarni egallashni, balki ularni amaliyotga qo'llay olish ko'nikmasini ham talab etadi. Ayniqsa texnik yo'nalishlarda o'qitiladigan nazariy mexanika fani fizik qonuniyatlar, matematik modellar va grafik tahlillarga asoslanganligi sababli, bu yo'nalishda ta'lim jarayonini sezilarli darajada yengillashtiradi.

Nazariy mexanika – texnik fanlar asosini tashkil etuvchi yo'nalish bo'lib, jismlarning harakati, muvozanati va o'zaro ta'sirlarini matematik modellar orqali o'rganadi. Bu fan konstruktsiyalarni loyihalash, mashinalarni yaratish va ishlab chiqarish texnologiyasini takomillashtirishda muhim rol o'ynaydi. Ammo an'anaviy o'quv metodlarida ko'plab masalalar murakkab matematik hisoblashlarni talab qiladi, bu esa talabalar uchun qiyinchilik tug'dirishi mumkin. Axborot texnologiyalarining roli va afzalliklari:

Axborot texnologiyalari (AT) vositalari yordamida nazariy mexanika masalalarini:

Vizual modellashtirish: harakat trayektoriyasi, kuchlarning ta'siri, muvozanat holatlarini grafik ko'rinishda tasvirlash;

Interaktiv simulyatsiyalar: foydalanuvchi real vaqt rejimida parametrlarni o'zgartirib, natijalarni kuzatishi mumkin;

Avtomatlashtirilgan hisob-kitoblar: murakkab tenglamalar va integral differensial ifodalarni dasturiy yechish;

O'quv materiallarini raqamlashtirish: video darslar, animatsiyalar, 3D modellardan foydalanish.

Dasturiy ta'minotlar va ularning qo'llanishi

Nazariy mexanika masalalarini yechishda quyidagi dasturlar keng qo'llaniladi:

MATLAB/ Simulink – mexanik tizimlarning harakatini tahlil qilish, vaqt funksiyalarini qurish; unda mexanik tizimlar uchun modellar tuzilib, ularning dinamikasi vizual tarzda ifodalanadi.

ANSYS/ -statik va dinamik tahlil qilish uchun keng qo'llaniladigan muhandislik dasturi bo'lib, konstruksiyalarda ta'sir etuvchi kuchlar va ularning ta'sirini simulyatsiya qiladi.

SolidWorks / AutoCAD – chizmalar asosida jismlar harakatini tahlil qilish;

GeoGebra, Mathcad – oddiy mexanik masalalar va grafik yechimlarni interaktiv tarzda taqdim etishda foydali.

AutoCad- mexanik elementlarning chizmalarini yaratish va konstruktiv tahlil qilish uchun xizmat qiladi.

Ta'limda innovatsion yondashuvlar

Virtual laboratoriyalar: talabalar laboratoriya mashg'ulotlarini simulyatsiya orqali mustaqil bajara oladi;

LMS tizimlari (Moodle, Google Classroom): masalalarni topshirish, avtomatik baholash, tahlil qilish imkoniyatini beradi;

Gamifikatsiya (o'yin elementlari bilan o'rgatish): talabaning qiziqishini oshiradi va motivatsiyani kuchaytiradi;

Sun'iy intellekt asosidagi masalalar generatori: har bir talabaga individual topshiriq berish orqali plagiatning oldi olinadi.

Amaliy misollar

Statikada: kuchlar parallelogrammasi, momentlar hisoboti MATLAB yordamida grafigi chiziladi;

Dinamika bobida: tebranishli harakatlarni Simulink orqali modellashtirish;

Tezlanish va trayektoriya hisob-kitobi: Python va Jupyter Notebook orqali interaktiv grafik qurish.

Axborot texnologiyalari nazariy mexanikani nafaqat o'rgatishda, balki ilmiy tadqiqotlarda ham kuchli vosita sifatida xizmat qiladi. Ushbu yondashuv:

Talabalar bilimini vizual va amaliy tarzda mustahkamlaydi;

Tahliliy fikrlash, algoritmik yondashuv va muammo yechish ko'nikmalarini rivojlantiradi;

Axborot texnologiyalari nazariy mexanika masalalarini yechishda muhim rol o'ynaydi. Dasturiy vositalar yordamida hisoblashlar tezlashadi, vizualizatsiya yaxshilanadi va murakkab tizimlarni simulyatsiya qilish mumkin bo'ladi. Kelajakda AI va kvant hisoblash kabi texnologiyalar yanada katta imkoniyatlar keltirib chiqaradi.

Nazariy bilimlarni amaliyotga bog'lash

Axborot texnologiyalari orqali nazariy mexanika masalalarini yechish nafaqat hisob-kitibni tezlashtiradi, balki amaliyotga yo'naltirilgan o'quv jarayonini shakillantiradi. Masalan kuchlarning muvozanatini topish, harakat traektoriyasini chizich yoki biror konstruksiyaning turg'unligini baholashda talabalar real holatlarga yaqin misollar bilan ishlay oladilar.

Hulosa: Nazariy mexanika fanini axborot texnologiyalari asosida o'qitish zamonaviy ta'lim talablariga javob beradi. Bu nafaqat ta'lim jarayonini samarali tashkil etish, balki talabalarni muammolarga mustaqil yechim topishga, tahliliy fikrlashga va innovatsion yondashuvga undaydi. Kelgusida ushbu tajribani kengaytirish va yangi axborot vositalarini o'quv jarayoniga tatbiq etish dolzarb masala bo'lib qolmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdullayev A.X. Nazariy mexanika.-Toshkent: "Fan va texnologiya", 2020.
2. Xamidov S.H., Mirzayev B.T. Nazariy mexanika. – Toshkent: "Fan va texnologiya", 2019. Nazariy mexanikaning asosiy qonunlari va amaliy masalalari haqida fundamental o'quv qo'llanma.
3. Qurbonov I.X., Xamidova M.M. Mexanika asoslari va masalalari. – Samarqand: SamDTU, 2021. Harakat va muvozanat masalalarini matematik yondashuvda tushuntirish
4. MATLAB R2023a Documentation. <https://www.mathworks.com>
5. ANSYS learning Hub. <https://www.ansys.com>

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA TENGLAMALAR SISTEMASINI O'RGANISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH

Aliyeva Jamila

PhD, Andijon davlat universiteti

Mirzaqulova Xurshida

Andijon davlat universiteti

Jamoliddinov Sharobiddin

Andijon davlat universiteti

Ma'lumki, tenglama va tenglamalar sistemasi maktab matematika kursida o'rganiladigan muhim mavzulardan hisoblanadi. Buning asosiy sabablaridan biri bir qator amaliy masalalarni yechish tenglama yoki tenglamalar sistemasiga keltirilishidadir. Shuning uchun ham o'quvchilarni tenglamalar sistemasini yechishga o'rgatish bugungi kundagi asosiy pedagogik masalalardan biri hisoblanadi.

Ma'lumki, tenglamalar sistemasini o'rganish umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfida ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasini o'rganishdan boshlanadi va keyinchalik 9-sinfida ikkinchi darajali tenglama qatnashgan tenglamalar sistemi o'rganiladi. O'quvchilar bunday sistemalarni yechish usullarini puxta egallashlari uchun ular eng avvalo ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemi va uni yechish usullarini puxta o'zlashtirgan bo'lishlari kerak. Bunday tenglamalar sistemi umumiy holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \quad (1)$$

Bu yerda a_1, b_1, a_2, b_2 lar koeffitsientlar, c_1, c_2 lar ozod hadlar, x va y lar esa noma'lumlar deyiladi. Bunday tenglamalar sistemi asosan qo'shish, o'rniga qo'yish, taqqoslash va garfik usullarda yechiladi. Keyinchalik esa bunday sistemalarni Kramer usuli (determinantlar yordamida) va matritsalar usuli bilan ham yechish mumkinligini o'quvchilarga takidlash mumkin. Tenglamalar sistemasini yechishda bu usullardan qaysi birini qo'llash sistema tenglamalarini ko'rinishga qarab tanlanadi.

Masalan, $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x + 2y = 4. \end{cases}$ sistemani yechishda qo'shish usulini, $\begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ x - 5y = 6. \end{cases}$ sistemani yechishda esa o'rniga qo'yish usulini qo'llash qulaydir.

(1) sistema bitta yechimga ega, cheksiz ko'p yechimlarga ega va yechimga ega bo'lmasligi mumkin. Bular quyidagi munosabatlarda keltirilgan:

Agar (1) sistemada $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ bo'lsa, u holda sistema yagona yechimga ega bo'ladi.

Agar (1) sistemada $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ bo'lsa, u cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

Agar (1) sistemada $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ bo'lsa, sistema yechimga ega bo'lmaydi.

Maktabda (1) ko'rinishdagi sistemalarni asosan $a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ larni berilgan tayin qiymatlarida yechish bilan shug'ullaniladi. Ammo amalda ular qandaydir parametrlardan iborat bo'lgan hollar ham uchrab turadi. Bunday hollarda sistemani parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemi deyiladi. Masalan,

$$\begin{cases} y - 4x = a, \\ 8x - 2y = 1. \end{cases}; \begin{cases} x + 4y = 3, \\ kx + 4y = 6. \end{cases}; \begin{cases} ax + 2y = b + 1, \\ x + y = 3. \end{cases}; \begin{cases} -2x + y = a^2 - 1, \\ 3x + 2y = 2a^2 + 7a + 5. \end{cases}$$

sistemalar parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasiga misol bo'la oladi.

Quyida bunday sistemalar misollar keltiramiz:

1. k ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} kx + 4y = 4, \\ 3x + y = 1. \end{cases}$ sistema yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish. Yuqorida keltirilgan munosabatlarning birinchisiga asosan, sistema $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ shartda yagona yechimga ega. Bu shart berilgan sistema uchun $\frac{k}{3} \neq \frac{4}{1}$ ko'rinishni oladi. Bundan esa $k \neq 12$ kelib chiqadi.

Javob: $k \neq 12$.

2. k ning qanday qiymatida $\begin{cases} 3x + 6y = k, \\ 9x + 18y = k + 1. \end{cases}$ tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega?

Yechish. Sistemaning cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishlik sharti, ya'ni yuqoridagi 2-munosabatga asosan $\frac{3}{9} = \frac{6}{18} = \frac{k}{k+1}$ yoki $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{k}{k+1}$ ni yozamiz. Bundan esa $k = \frac{1}{2}$ ni topamiz.

Javob: $\frac{1}{2}$.

3. k ning qanday qiymatida $\begin{cases} (k^2 - k - 1)x + 2,5y = 5, \\ 2x + y = -k. \end{cases}$ tenglamalar sistemasi birorta ham yechimga ega bo'lmaydi?

Yechish. Sistemaning yechimga ega bo'lmaslik sharti, ya'ni yuqoridagi munosabatlarning uchinchisidan $\frac{k^2 - k - 1}{2} = \frac{2,5}{1} \neq \frac{5}{-k}$ yoki $\begin{cases} k^2 - k - 1 = 5, \\ k \neq -2. \end{cases}$

ga ega bo'lamiz. Bu sistemaning birinchi tenglamasidan $k_1 = -2$ va $k_2 = 3$ larni topamiz. Agar biz $k \neq -2$ shartni e'tiborga olsak, izlanayotgan qiymat $k = 3$ bo'ladi.

Javob: 3.

Ba'zan parameter qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi berilib, parametrlarni topishga to'g'ri keladi. Bunga quyidagi misolni keltiramiz:

4. Agar $(1;3)$ juftlik $\begin{cases} ax - by = 2a - b, \\ (c + 1)x + cy = 10 - a + 3b. \end{cases}$ sistema yechimlaridan biri bo'lsa, a, b, c lar topilsin.

Yechish: Sistema tenglamalariga $(1;3)$ juftlikni qo'yamiz va sistemani aniqmas bo'lishining zaruriy shartini e'tiborga olib a, b, c lar uchun quyidagi sistemani yozamiz:

$$\begin{cases} a - 3b = 2a - b, \\ c + 1 + 3c = 10 - a + 3b, \\ \frac{a}{c+1} = -\frac{b}{c}. \end{cases}; \begin{cases} a = -2b, \\ 4c = 9 + 5b, \\ b(c-1) = 0. \end{cases} \begin{cases} a = -2b, \\ 4c = 9 + 5b, \\ b = 0 \text{ yoki } c = 1. \end{cases} \begin{cases} a = -2b, \\ 4c = 9 + 5b, \\ b = 0. \end{cases}$$

va $\begin{cases} a = -2b, \\ 4c = 9 + 5b, \\ c = 1. \end{cases}$

Bularning birinchisidan $a = 0, b = 0, c = 9/4$ ni ikkinchisidan $a = 2, b = -1, c = 1$ larni topamiz.

Javob: $(0; 0; \frac{9}{4}); (2; -1; 1)$.

Demak, ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasini o'rganishni parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasini o'rganish bilan yakunlash mumkin ekan.

Chiziqli bo'lmagan tenglamalar sistemasini o'rganishni quyidagi ketma-ketlikda tashkil qilish mumkin:

1. Biri birinchi darajali, ikkinchisi ikkinchi darajali tenglama bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish.

2. Har ikkala tenglamasi ikkinchi darajali tenglama bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish.

3. Har ikkala tenglamasi yuqori darajali tenglama bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish.

4. Simmetrik tenglamalar sistemasini yechish.

5. Sistema tenglamalaridan biri bir jinsli bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish.

Quyida bularning har biriga doir misollar keltiramiz:

$$6. \begin{cases} (x^2 - xy + 3y^2 + 2x - 5y - 4 = 0, \\ x + 2y = 4. \end{cases} \text{ sistema yechilsin.}$$

Yechish. Sistemaning ikkinchi tenglamasidan $x = 4 - 2y$ ni topamiz va buni birinchi tenglamaga qo'yamiz.

$$(4 - 2y)^2 - y(4 - 2y) + 3y^2 + 2(4 - 2y) - 5y - 4 = 0,$$

$$16 - 16y + 4y^2 - 4y + 2y^2 + 3y^2 + 8 - 4y - 5y - 4 = 0,$$

$$9y^2 - 29y + 20 = 0, \quad y_{1,2} = \frac{29 \pm \sqrt{2841 - 720}}{18} = \frac{29 \pm 11}{18};$$

$$y_1 = \frac{20}{9}, y_2 = 1.$$

y ning bu qiymatlarini $x = 4 - 2y$ ga qo'yib x ning qiymatlarni topamiz

$$x_1 = 4 - 2y = 4 - 2 \cdot \frac{20}{9} = 4 - \frac{40}{9} = -\frac{4}{9}; \quad x_2 = 4 - 2y = 4 - 2 \cdot 1 = 2.$$

Javob: $(-\frac{4}{9}; \frac{20}{9}); (2; 1)$.

7.
$$\begin{cases} 10x^2 + 5y^2 - 2xy - 38x - 6y + 41 = 0, \\ 3x^2 - 2y^2 + 5xy - 17x - 6y + 20 = 4. \end{cases}$$
 sistema yechilsin.

Yechish. Bu sistema har ikkala tenglamasi ikkinchi darajali bo'lgan tenglamalar sistemasidan iborat. Bu tenglamani yechishda o'rniga qo'yish usulini qo'llab bo'lmaydi. Uni yechish uchun ikkinchi tenglamani dastlab 2 ga, so'ngra - 2 ga ko'paytirib birinchi tenglamaga qo'shamiz. Natijada quyidagi sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 16x^2 + 8xy + y^2 - 72x - 18y + 81 = 0, \\ 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x + 6y + 1 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4x + y)^2 - 18(4x + y) + 81 = 0, \\ (2x - 3y)^2 - 2(2x - 3y) + 1 = 0. \end{cases}$$

Hosil bo'lgan sistemaning birinchi tenglamasini $4x + y$ ga nisbatan kvadrat tenglama, ikkinchisini esa $2x - 3y$ ga nisbatan kvadrat tenglama deb qarash mumkin. Ularning birinchisidan $4x + y = 9$ ni, ikkinchisidan esa $2x - 3y = 1$ ni topamiz.

Demak, biz $\begin{cases} 4x + y = 9, \\ 2x - 3y = 1. \end{cases}$ sistemaga ega bo'ldik. Bundan $x = 2$ va $y = 1$ ni topamiz.

Javob: $(2; 1)$.

8.
$$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = 14, \\ y^3 + 3x^2y = 13. \end{cases}$$
 sistema yechilsin.

Yechish: Bu sistema har bir tenglamasi uchinchi darajali bo'lgan tenglamalar sistemasidan iborat. Uni yuqorida qo'llanilgan usullar bilan yechib bo'lmaydi. Sistemaning har ikkala tenglamasini qo'shamiz.

$$x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3 = 27, \quad (x + y)^3 = 27, \quad x + y = 3.$$

Buni sistemaning hohlagan bir tenglamasi bilan, masalan birinchi tenglamasi bilan sistema qilib yozamiz.

$$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = 14, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

Hosil bo'lgan sistema biri birinchi darajali, ikkinchisi uchinchi darajali bo'lgan tenglamalar sistemasidan iborat. Uni o'rniga qo'yish usuli bilan yechish mumkin. Buning uchun sistemaning ikkinchi tenglamasidan y ni x orqali ifodasi $y = 3 - x$ ni sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yamiz.

$$\begin{aligned} x^3 + 3xy^2 &= 14, & x^3 + 3x(3 - x)^2 &= 14, \\ x^3 + 3x(9 - 6x + x^2) &= 14, \\ x^3 + 27x - 18x^2 + 3x^3 &= 14, & 4x^3 - 18x^2 + 27x - 14 &= 0. \end{aligned}$$

Hosil bo'lgan tenglama uchinchi darajali butun koeffitsientli tenglamadir. Agar u butun ildizga ega bo'lsa, u ozod handing bo'luvchilaridan bo'lishi mumkin. Ular $\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14$ lardan iborat. Tekshirib ko'rib $x = 2$ berilgan tenglamaning ildizlaridan biri ekanligiga ishonch hosil qilamiz. Haqiqatdan ham,

$$4 \cdot 2^3 - 18 \cdot 2^2 + 27 \cdot 2 - 14 = 32 - 72 + 54 - 14 = 86 - 86 = 0.$$

Demak, oxirgi tenglamaning chap tomoni $x = 2$ ga qoldiqsiz bo'linadi. Bo'lishni bajarib $4x^2 - 10x + 7$ bo'linmani topamiz. Demak, oxirgi tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$(x - 2)(4x^2 - 10x + 7) = 0.$$

Bu tenglama $x - 2 = 0$ va $4 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 7 = 0$ tenglamalarga teng kuchli. Ularning birinchisidan $x = 2$. Ikkinchi tenglama esa yechimga ega emas. Endi y ni topamiz. Buning uchun x ning qiymatini $y = 3 - x$ ga qo'yamiz.

$$y = 3 - x = 3 - 2 = 1.$$

Javob: (2; 1).

Ba'zan simmetrik tenglamalar sistemasi deb ataluvchi sistemalar ham uchrab turadi. Shuning uchun dastlab simmetrik tenglama va simmetrik tenglamalar sistemasi tushunchalarining mazmun-mohiyati haqida to'xtalamiz.

Ta'rif. $P(x, y)$ ko'phadda x va y larni o'rinlarini almashtirganda ham u o'zgarmasa, ya'ni $P(x, y) = P(y, x)$ bo'lsa, u holda ko'phadga simmetrik ko'phad deyiladi.

Ta'rif. Agar $\begin{cases} P(x, y) = 0, \\ Q(x, y) = 0. \end{cases}$ sistemadagi har bir ko'phad simmetrik ko'phad bo'lsa, u holda sistemani simmetrik tenglamalar sistemasi deyiladi.

Simmetrik sistemalarni yechishda $x + y = u$, $xy = v$ almashtirishlardan foydalaniladi. Bu almashtirishlardan foydalanib quyidagilarni keltirib chiqarish mumkin:

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = u^2 - 2v;$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = u(u^2 - 3v) = u^3 - 3uv;$$

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = (u^2 - 2v)^2 - 2v^2 = u^4 - 4u^2v + 2v^2;$$

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$$

$$= (u^2 - 2v)(u^3 - 3uv) - v^2u$$

$$= u^5 - 5u^3v + 5uv^2;$$

$$9. \quad \begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17, \\ x + xy + y = 5. \end{cases} \text{ sistema yechilsin.}$$

Yechish: $x + y = u$, $xy = v$ belgilashlar qilamiz. U holda $x^3 + y^3 = u^3 - 3uv$ bo'lganligi uchun quyidagi sistemaga kelimiz:

$$\begin{cases} u^3 - 3uv + v^3 = 17, \\ u + v = 5. \end{cases}$$

Bu sistemani o'rniga qo'yish usuli bilan ham yechish mumkin. Ammo biz bu sistemani yechish uchun boshqacha yo'l tutishimiz ham mumkin. Sistemani ikkinchi tenglamasini har ikkala tomonini kubga ko'taramiz va uni birinchi tenglamadan ayiramiz.

$$\begin{cases} u^3 - 3uv + v^3 = 17, \\ u + v = 5. \end{cases}, \begin{cases} u^3 - 3uv + v^3 = 17, \\ u^3 + 3uv(u + v) + v^3 = 125. \\ -3uv - 3uv(u + v) = -108. \end{cases}$$

$u + v = 5$ bo'lganligi uchun oxirgi tenglamadan $-3uv - 15uv = -108$ yoki $-18uv = -108$ ni, bundan esa $uv = 6$ ni topamiz. Buni oxirgi sistemaning ikkinchi tenglamasi bilan sistema qilib yechamiz.

$$\begin{cases} u + v = 5, \\ uv = 6. \end{cases} \begin{cases} u_1 = 2, \\ v_1 = 3, \end{cases} \begin{cases} u_2 = 3, \\ v_2 = 2. \end{cases}$$

Endi esa eski o'zgaruvchiga qaytsak, quyidagi sistemalar hosil bo'ladi;

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = 2. \end{cases}; \begin{cases} x + y = 2, \\ xy = 3. \end{cases}$$

Bu sistemalarning birinchisidan (2; 1) va (1;2) larni topamiz. Ikkinchi sistema yechimga ega emas.

Javob: (2; 1); (1;2).

Maktab matematika kursida ba'zan bir jinsli sistemalar ham uchrab turadi. Bunday sistemalarni yechishga kirishishdan avval bir jinsli tenglama va bir jinsli sistema tushunchalariga to'xtalamiz.

Ta'rif. $a_0u^n + a_1u^{n-1}v + a_2u^{n-2}v^2 + \dots + a_nu \cdot v^{n-1} + a_nv^n = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga u va v larga nisbatan n -darajali bir jinsli tenglama deyiladi.

Bu yerda $a_0 \neq 0$ yoki $a_n \neq 0, n > 1$ va u va v lar qandaydir funksiyalar.

Bir jinsli tenglama $y = \frac{u}{v}$ almashtirish yordamida n -darajali algebraik tenglamaga keltirilib yechiladi.

Masalan, $(x^2 + 6x + 2)^2 + 2(x^2 + 6x + 2)(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4)^2 = 0$ tenglama $u(x) = x^2 + 6x + 2$ va $v(x) = x^2 - 4$ funksiyalarga nisbatan bir jinsli tenglamadir. Bu tenglama $v(x) = (x^2 - 4)^2$ ga bo'lishi orqali $y = \frac{x^2 + 6x + 2}{x^2 - 4}$ ga nisbatan kvadrat tenglamaga keltirilib yechiladi.

Ta'rif. Agar $\begin{cases} P(x, y) = 0, \\ Q(x, y) = 0. \end{cases}$ sistemaning har bir tenglamasi bir jinsli tenglama bo'lsa, u holda sistemani bir jinsli tenglamalar sistemasi deyiladi.

Amalda ko'pincha sistema tenglamalaridan biri bir jinsli tenglama bo'lgan hollar ko'p uchraydi. Bunday hollarda sistema chiziqli almashtirishlar yoki o'rniga qo'yish usullari bilan yechiladi.

$$10. \quad \begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 + 3y - x = 4. \end{cases} \text{ sistema yechilsin.}$$

Yechish. Bu sistemani an'anaviy usullar bilan yechish qiyin. Bu sistemaning birinchi tenglamasi x va y larga nisbatan ikkinchi darajali bir jinsli tenglamadir. $x = 0$ va $y = 0$ lar bu sistemaning yechimi bo'lmasligi ravshan. Shuning uchun birinchi tenglamani y^2 ($y \neq 0$) ga bo'lamiz. $2x^2 - xy - y^2 = 0$, $2 \cdot (\frac{x}{y})^2 - \frac{x}{y} - 1 = 0$, $\frac{x}{y} = t$, $2t^2 - t - 1 = 0$. Bundan $t_1 = 1$, $t_2 = -\frac{1}{2}$ larni topamiz. Shunday qilib, berilgan sistema quyidagi ikkita sistemaga teng kuchli bo'ladi:

$$1) \quad \begin{cases} x - y = 0, \\ x^2 + y^2 + 3y - x = 4; \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} 2x + y = 0, \\ x^2 + y^2 + 3y - x = 4. \end{cases}$$

Bu sistemalarning har birini o'rniga qo'yish usuli bilan yechish mumkin.

Ba'zi hollarda sistemaning har bir tenglamasi bir jinsli tenglama bo'lmasligi mumkin. Bunga quyidagi sistemani keltirish mumkin:

$$11. \quad \begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 3, \\ y^2 - 3xy = 2. \end{cases} \text{ sistema yechilsin.}$$

Yechish. Sistemaning birinchi tenglamasini 2 ga, ikkinchi tenglamasini 3 ga ko'paytiramiz va birinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani ayiramiz.

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 3, \\ y^2 - 3xy = 2. \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x^2 - 8xy + 2y^2 = 6, \\ 3y^2 - 9xy = 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 + xy + y^2 = 0. \end{cases}$$

Hosil bo'lgan tenglama bir jinsli tenglamadir. Uni yechish uchun $y^2 \neq 0$ ga bo'lamiz.

$2x^2 + xy + y^2 = 0$, $2 \cdot (\frac{x}{y})^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0$. $\frac{x}{y} = t$ deylik, u holda $2t^2 + t - 1 = 0$ tenglama hosil bo'ladi. Bundan $t_1 = -1$, $t_2 = \frac{1}{2}$ larni topamiz. Demak, biz quyidagi ikkita sistemaga kelamiz:

$$1) \quad \begin{cases} x = -y, \\ y^2 - 3xy = 2; \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} 2x = y, \\ y^2 - 3xy = 2. \end{cases}$$

Bu sistemalarni o'rniga qo'yish usuli bilan yechish mumkin.

Shunday qilib, biz ushbu maqolada ikki noma'lumli ikkita chiziqli va chiziqli bo'lmagan tenglamalar sistemasi, ularning turlari hamda yechish usullariga to'xtaldik. Tenglamalar sistemasini o'rganishni bunday tashkil qilish natijasida o'quvchilarda ijodiy fikrlash qobiliyatlari yanada rivojlanadi va kelgusida ularning tenglamalar sistemasining boshqa turlarini o'rganishlarida muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. А.У.Умирбеков, Ш.Ш.Шаабзалов. Математикани такрорланг. Т.: “Ўқитувчи”, 1989. - 437 б.
2. В.Н.Литвиненко, А.Г.Мордкович, Практикум по элементарной математике. М.: ”Просвещение”, 1984.-288 с.
3. М.К.Потапов, С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко, ”Конкурсные задачи по математике”. М.: АО “СТОЛЕТИЕ”, 1995-544 с.
4. П.Т.Дыбов, В.А.Осколков. Задачи по Математике. М.: ”ОНИКС”, 2006. -464 с.

**O'QUVCHILARNI QO'SHIMCHA SHARTLAR BILAN BERILGAN
TENGLAMALARNI YECHISHGA O'RGATISH**

Axlimirzayev Axmadjon

Professor, ADU

Turgunova Kamola

ADU

Mirzaqulova Xurshidabonu

ADU

Sattarov Doniyor

ADU

Ma'lumki, tenglama tushunchasi matematikaning muhim tushunchalaridan biri hisoblanadi va bugungi kunda u birinchi sinfdan boshlab o'qitilmoqda. Chunki, tenglama amaliyotda uchrab turadigan ko'plab masalalarning matematik modelidan iborat. Shuning uchun ham bugungi kunda umumiy o'rta ta'lim maktablarida tenglamalar va ular bilan bog'liq masalalarni o'rganishga katta ahamiyat qaratilishi kerak. Tenglamalar va ular bilan bog'liq masalalar maktab matematika kursining asosiy qismini egallaydi va ularni o'rganish jarayoni uzoq davom etadi. Bu esa maktabda tenglamalarni o'rganishda tizimlilik va uzviylikni ta'minlashni ta'lab qiladi.

Maktab matematika kursida o'rganiladigan chiziqli, kvadrat, kasr-chiziqli va bikkvadrat tenglamalarni yechishning umumiy usullari mavjud. Ammo

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0, a_n \neq 0, n \geq 1 \quad (1)$$

algebraik tenglamada $n \geq 3$ bo'lgan holda uni yechishning umumiy usullari mavjud emas. Bunday tenglamalarni yechishda ko'pincha uning chap tomonidagi ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishga harakat qilinadi. Bunda esa algebra kursidan ma'lum bo'lgan bir qator teoremlardan foydalaniladi [2.21]

Amalda shunday tenglamalar uchraydiki, ularda berilgan tenglamani qandaydir shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topish talab qilinadi. Bunday tenglamalarni odatda qo'shimcha shartlar bilan berilgan tenglamalar deyiladi. Bunday tenglamalarni yechish ikki bosqichdan iborat bo'ladi.

- berilgan tenglamani yechish;
 - topilgan yechimlardan berilgan shartni qanoatlantiradiganlarini ajratish;
- Quyida bunday tenglamalarga misollar keltiramiz:

1. $|x^2 + x - 1| = 2x - 1$ tenglamaning $x < \frac{\sqrt{3}}{3}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha ildizlari topilsin.

Yechish: $x^2 + x - 1$ uchhadning ildizlari $x_1 = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ va $x_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ lardan iborat. Ko'rish osonki $x_2 > \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Demak, biz berilgan tenglamani quyidagi oraliqlarda yechishimiz kerak:

$$-\infty < x \leq -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{va} \quad -\frac{1+\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$-\infty < x \leq -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ oraliqda $x^2 + x - 1$ kvadrat uchhad manfiy emas. Shuning uchun $|x^2 + x - 1| = x^2 + x - 1$ bo'lib, berilgan tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$x^2 + x - 1 = 2x - 1$, $x^2 - x = 0$, $x(x - 1) = 0$; $x_3 = 0$, $x_4 = 1$. x ning topilgan bu qiymatlaridan xech biri $-\infty < x \leq -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ oraliqqa tegishli emas. Demak, berilgan tenglama $-\infty < x < -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ oraliqda yechimga ega emas.

$-\frac{1+\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{3}}{3}$ oraliqda $x^2 + x - 1$ kvadrat uchhad manfiy. Shuning uchun $|x^2 + x - 1| = -(x^2 + x - 1)$ bo'lib, quyidagi tenglamaga kelimiz:

$$-x^2 - x + 1 = 2x - 1, \quad x^2 + 3x - 2 = 0; \quad x_5 = \frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \quad x_6 = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}.$$

Tekshirib ko'rib, $x_6 = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ ildiz $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{3}}{3}$ oraliqqa tegishli ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Javob: $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$.

2. $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$ tenglamaning $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$ kesmaga tegishli barcha yechimlari topilsin.

Yechish: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ ayniyatdan foydalanamiz. U holda berilgan tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$4^{2\cos^2 x - 1} + 4^{\cos^2 x} = 3, \quad 4^{2\cos^2 x} \cdot 4^{-1} + 4^{\cos^2 x} = 3, \quad \frac{1}{4}(4^{\cos^2 x})^2 + 4^{\cos^2 x} - 3 = 0$$

$4^{\cos^2 x} = y$ belgilash qilamiz. U holda $\frac{1}{4}y^2 + y - 3 = 0$ yoki $y^2 + 4y - 12 = 0$ kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Buni yechib $y_1 = -6$ va $y_2 = 2$ larni topamiz. Endi belgilashni e'tiborga olsak, berilgan tenglamaga teng kuchli bo'lgan quyidagi ikkita tenglamaga kelamiz: 1) $4^{\cos^2 x} = -6$; 2) $4^{\cos^2 x} = 2$.

Bu tenglamalarning birinchisi yechimga ega emas. Ikkinchi tenglamani yechamiz.

$$4^{\cos^2 x} = 2, \quad 2^{2\cos^2 x} = 2, \quad 2\cos^2 x = 1, \quad 1 + \cos 2x = 1, \quad \cos 2x = 0, \quad 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Bu yechimlardan $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$ kesmaga tegishli bo'lgani $x = \frac{\pi}{4}$ dan iborat.

Javob: $\frac{\pi}{4}$

3. $2 - \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 4\cos^2 3x$ tenglamaning $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) > 0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha yechimlarini toping.

Yechish: $2\cos^2 3x = 1 + \cos 6x$ ayniyatdan foydalanamiz.

$$2 - \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 2 + 2 \cos 6x, \quad -\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 2 \cos 6x,$$

$$\cos 6x = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x, \quad \cos 6x = \sin \frac{\pi}{6} \sin 2x - \cos \frac{\pi}{6} \cos 2x,$$

$$\cos 6x = -\cos(2x + \frac{\pi}{6}), \quad \cos 6x + \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = 0,$$

$$2\cos \frac{6x+2x+\frac{\pi}{6}}{2} \cdot \cos \frac{6x-2x-\frac{\pi}{6}}{2} = 0, \quad 2\cos(4x + \frac{\pi}{12}) \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{12}) = 0.$$

Hosil bo'lgan tenglama quyidagi ikkita tenglamaga teng kuchli:

$$\cos(4x + \frac{\pi}{12}) = 0 \quad \text{va} \quad \cos(2x - \frac{\pi}{12}) = 0.$$

$$1) \quad \cos(4x + \frac{\pi}{12}) = 0, \quad 4x + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad 4x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, \quad x = \frac{5\pi}{48} + \frac{k\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \quad \cos(2x - \frac{\pi}{12}) = 0, \quad 2x - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad 2x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, \quad x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Topilgan bu yechimlar berilgan tenglamaning yechimlari to'plamidan iborat. Endi biz bu yechimlardan $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) > 0$ shartni qanoatlantiradiganlarini ajratamiz.

Aytaylik, $x = \frac{5\pi}{48} + \frac{k\pi}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$ bo'lsin, u holda

$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) = \cos(-\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2})$. Ko'rish mumkinki, masalaning shartini berilgan tenglama yechimlaridan $k = 4m$ va $k = 4m + 1$ bo'lganda hosil bo'ladigan yechimlar to'plami qanoatlantiradi. Ya'ni, $x = \frac{5\pi}{48} + \frac{4m\pi}{4} = \frac{5\pi}{48} + m\pi, m \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{48} + \frac{\pi(4m+1)}{4} = \frac{17\pi}{48} + m\pi, m \in \mathbb{Z}$.

Aytaylik, $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ bo'lsin, u holda

$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{7\pi}{12} + n\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{3} + n\pi) = \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos n\pi - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin n\pi = (-1)^n \frac{1}{2}$ Masalaning shartini n ning juft qiymatlariga mos kelgan yechimlar qanoatlantiradi, ya'ni $n = 2l$ deb olsak, $x = \frac{7\pi}{24} + l\pi, l \in \mathbb{Z}$ yechimlarni hosil qilamiz. Demak, masalaning yechimlari $x = \frac{5\pi}{48} + m\pi, m \in \mathbb{Z}; x = \frac{17\pi}{48} + n\pi, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{7\pi}{24} + l\pi, l \in \mathbb{Z}$

Javob: $\frac{5\pi}{48} + m\pi, m \in \mathbb{Z}; \frac{17\pi}{48} + n\pi, n \in \mathbb{Z}; \frac{7\pi}{24} + l\pi, l \in \mathbb{Z}$.

4. a parametrning shunday qiymatlarini topingki, ularda $10x - 15a = 13 - 5ax + 2a$ tenglamaning ildizi 2 dan katta bo'lsin.

Yechish: Berilgan tenglama parametr qatnashgan chiziqli tenglamadir. Uni x ga nisbatan yechamiz.

$$10x - 5ax = 13 + 17a, x(a + 2) = \frac{17a+13}{5}.$$

Agar $a = -2$ bo'lsa, oxirgi tenglama $0 \cdot x = -\frac{21}{5}$ ko'rinishni oladi. Demak, bu holda tenglama yechimga ega emas. Bu esa $a = -2$ tenglamaning shartini qanoatlantirmasligini bildiradi.

Agar $a \neq -2$ bo'lsa, u holda oxirgi tenglama $x = \frac{17a+13}{5(a+2)}$ ga teng yagona yechimga ega bo'ladi. Masalaning shartini a ning $\frac{17a+13}{5(a+2)} > 2$ tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymatlari qanoatlantiradi. Uni aniqlash uchun oxirgi tengsizlikni yechamiz.

$$\frac{17a+13}{5(a+2)} > 2, \quad \frac{17a+13-10a-20}{5(a+2)} > 0, \quad \frac{7a-7}{5(a+2)} > 0, \quad \frac{a-1}{a+2} > 0, \quad a < -2 \quad \text{va} \quad a > 1.$$

Javob: $a < -2, a > 1$.

Shunday qilib, biz ushbu maqolada qo'shimcha shart bilan berilgan tenglamaga doir 4 ta misolni ko'rdik. Maktab matematika kursida bunday tenglamalarga matematika kursidagi barcha tenglamalarni o'rganish jarayonida duch kelinadi. Bunday tenglamalarni yechish jarayonida o'quvchilarning

tenglamalar bo'yicha bilimlari yanada mustaxkamlanadi va natijada ta'lim jarayoni yanada samarali bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 9 iyundagi "Matematika ta'limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo'llab quvatlash, shuningdek O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I. Romanovski nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish to'g'risida" PQ 4387-sonli qarori. // O'zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi, 2019. 07/19/4387/3397-son.

2. П.Т.Дыбов, В.А.Осколков. Задачи по математике. М.Оникс, 2006-464 с.

3. М.К.Потапов, С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко. Конкурсные задачи по математике. М.:АО «СТОЛЕТИЕ», 1995-544с.

RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR YORDAMIDA FAZODA TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIKNI O'QITISHNING SAMARADORLIGI

Bahriddinova Dilnoza

Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti

Bugungi kunda raqamli texnologiyalar ta'lim sohasiga chuqur kirib kelgan. Ayniqsa, analitik geometriya kabi fazoviy tafakkurni talab qiluvchi fanlarni o'qitishda zamonaviy interaktiv vositalar talabalarning mavzuni chuqur anglashlariga katta yordam bermoqda. Raqamli texnologiyalar matematika ta'limida grafiklar va diagrammalar orqali murakkab tushunchalarni oson tushunishga yordam beradi. Talabalar dasturlar yordamida turli parametrlarni o'zgartirib, natijalarni tezda ko'rish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Kompyuterlar esa aniq va tez hisob-kitoblarni bajaradi, bu esa talabalar vaqtini tejashga xizmat qiladi. Xususan, Maple, Wolfram Mathematica va GeoGebra kabi vositalar analitik geometriya, algebra, matematik analiz va boshqa matematik fanlarni chuqur o'rganishda keng foydalanilmoqda.

Maple - bu matematik modellash, grafik tahlil, algebraik hisob-kitoblar va 3D vizualizatsiya uchun qulay dasturiy muhitdir. U fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklarni algebraik tenglamalar orqali aniqlash va ularni grafik tarzda tasvirlash imkonini beradi. O'quvchilar bu dastur orqali analitik formulalarni vizual ko'rinishda ko'ra oladi, bu esa mavzuni yaxshiroq tushunishga yordam beradi.

Wolfram Mathematica - bu ilg'or matematik hisoblash, modellash, tahlil va vizualizatsiya uchun mo'ljallangan kuchli dasturiy platformadir. Fazodagi chiziq

va tekisliklarga oid ifodalar kiritilganda, u ularni tahlil qiladi, grafik chizadi va geometriyaviy tavsifini beradi.

GeoGebra - bu matematika va geometriya fanlarini o'rgatish uchun yaratilgan bepul interaktiv dastur. Ayniqsa, GeoGebra 3D Graphing qismi fazoda ishlash uchun juda qulay. Fazoda to'g'ri chiziqlik va tekislik kabi tushunchalarni nafaqat nazariy, balki vizual ko'rinishda o'rgatish o'quv samaradorligini oshiradi.

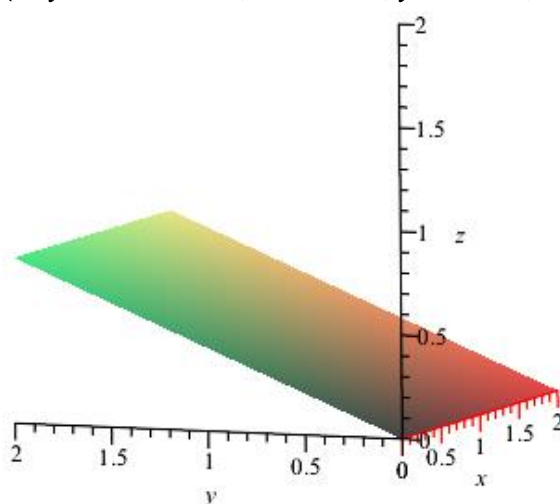
Fazoda to'g'ri chiziqlik va tekislik mavzusini o'qitishda raqamli texnologiyalarni qo'llagan holda quyidagi o'quv moduli ishlab chiqildi. Bu jarayonda biz Analitik geometriya fanining "Fazoda tekislik va to'g'ri chiziqlik tenglamalari" mavzusida ayrim izlanishlar olib bordik. Xususan, tekislikning umumiy tenglamasini tahlil qilish uchun Maple 18 dasturlar kompleksidan foydalanildi. Agar tekislik umumiy tenglama ko'rinishida berilsa, koeffitsientlarning o'zgarishiga qarab, uning fazoda qanday joylashganini vizual tarzda ko'rish mumkin. Ushbu yondashuvni fazodagi to'g'ri chiziqlik tenglamalari uchun ham qo'llash mumkin.

Quyida Maple dasturi yordamida olingan ayrim kuzatuv natijalari keltiriladi:

Tekislikning umumiy tenglamasi $Ax + By + Cz + D = 0$ (A, B, C , koeffitsientlarning hech bo'lmaganda bittasi noldan farqli) ko'rinishida beriladi.

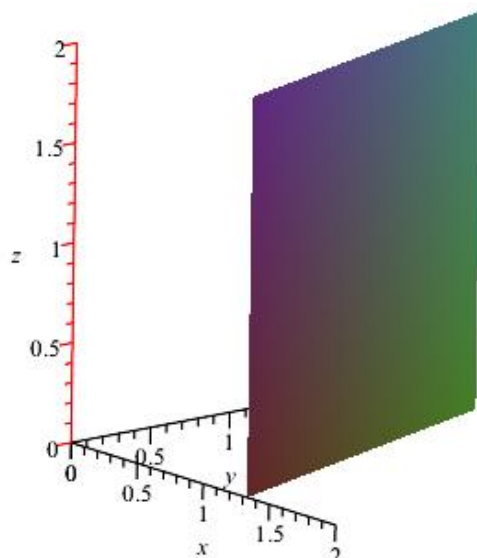
Agar A va D koeffitsientlar nolga teng bo'lsa tekislik ox o'qi bo'ylab o'tadi. Masalan, $2y + 5z = 0$ tekislikning fazoda qanday joylashganini Maple 18 dasturida ko'ramiz.

implicitplot3d(2·y − 5·z = 0, x = 0..2, y = 0..2, z = 0..2,)



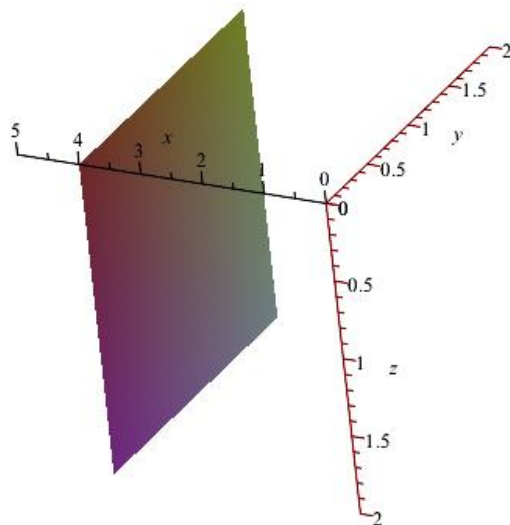
Agar C koeffitsient nolga teng bo'lsa tekislik oz o'qiga parallel vaziyatda joylashadi. Masalan, $3x + y - 4 = 0$ tekislikning fazoda qanday joylashganini Maple 18 dasturida ko'ramiz.

`implicitplot3d(3·x + y-4 = 0, x = 0 ..2, y = 0 ..2, z = 0 ..2, )`



Agar B , C , D koeffitsientlar nolga teng bo'lsa tekislik o'yz koordinata tekisligiga parallel yoki ox koordinatalar o'qiga perpendikulyar vaziyatda joylashadi. Masalan, $x-4=0$ tekislikning fazoda qanday joylashganini Maple 18 dasturida ko'ramiz.

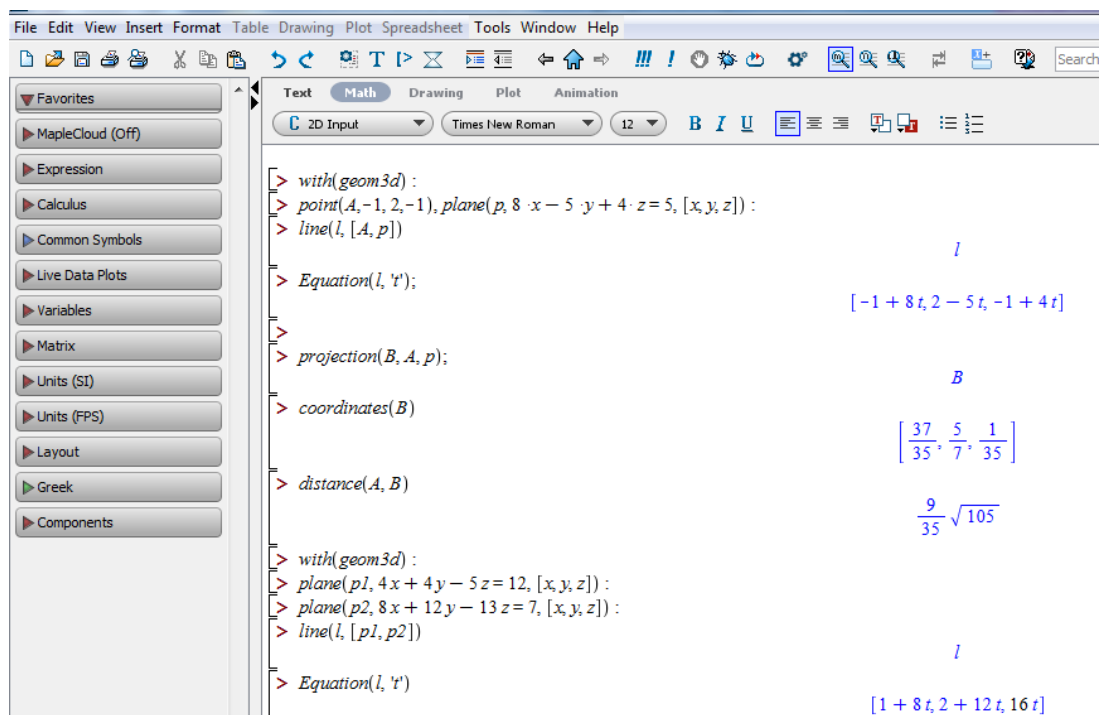
`implicitplot3d( x - 4 = 0, x = 0 ..5, y = 0 ..2, z = 0 ..2, )`



Maple 18 amaliy dasturlar kompleksidan foydalanib quyidagicha masalalarni ham yechish mumkin.

1. $A(-1, 2, -1)$ nuqtadan o'tuvchi $8x-5y+4z=0$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing?
2. To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasi topilsin?

3. Ikkita kesishuvchi tekisliklar yordamida berilgan fazoda to'g'ri chiziqlarning parametrik tenglamasi tuzilsin?



Raqamli texnologiyalar yordamida fazoviy tushunchalarni, xususan, to'g'ri chiziq va tekislikni o'qitish nafaqat talabalarning bilimini chuqurlashtiradi, balki ularning mantiqiy va fazoviy tafakkurini rivojlantirishda ham muhim rol o'ynaydi. Zamonaviy ta'lim raqamli vositalarsiz tasavvur etilmaydi va bu texnologiyalar ta'lim samaradorligini sezilarli oshirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILADIGAN ADABIYOTLAR

1. Maple 18 User Guide, Maplesoft, 2023.
2. Stewart, J. (2015). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
3. Boxonov Z.S., (2018). Analitik geometriyadan masalalar to'plami, Namangan: "Universitet."

BOSHLANG'ICH SINFLARDA KOMBINATORIKAGA DOIR MASALALAR YECHISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH

Jo'rayeva Rayhona

Andijon davlat universiteti

Kombinatorika — bu matematikaning mantiqiy fikrlash va muammolarni hal qilish qobiliyatini rivojlantirishga xizmat qiluvchi sohasi bo'lib, uning boshlang'ich ta'limdagi ahamiyati juda katta. Mazkur soha orqali o'quvchilarda

tartib va qonuniyatlarni aniqlash, o'zaro bog'liqliklarni ko'ra olish qobiliyatini rivojlantirishga erishiladi. Biroq hozirgi kunda boshlang'ich sinf o'quvchilari uchun kombinatorika bo'yicha samarali metodik uslublarning yetishmasligi, ushbu sohani o'qitish jarayonini murakkablashtirmoqda. [1]

Boshlang'ich sinf o'quvchilarida kombinatorika bo'yicha bilim va ko'nikmalarni shakllantirish o'quv jarayonida maxsus metodik yondashuvni talab qiladi. Bu metodika yosh xususiyatlariga mos bo'lishi, vizual vositalarga boy, amaliy, qiziqarli va oson tushunarli bo'lishi lozim. Quyida bunday metodikaning asosiy bosqichlari, tamoyillari va amaliy tavsiyalari yoritiladi.[2]

Dars metodikasining asosiy maqsadi – o'quvchilarga kombinatorikaning boshlang'ich tushunchalarini oson va tushunarli tarzda o'rgatish, ular orqali tartiblash, tanlash, guruhlash kabi ko'nikmalarni shakllantirish va mustahkamlashdir. : Bugungi ta'limimizning asosiy maqsadi bolaning ta'rifni quruq yodlatishdan, bir xil usuldagi yechiladigan masalalarni o'rgatishdan yiroq. Kombinatorik masalalarni boshlang'ich sinflarga tushuntirayotganda formulalar yordamida emas, turli xil didaktik o'yinlardan va qiziqarli metodlardan foydaliniib kompetensiyaviy yondashuv asosida, fanlararo integratsiya qilish orqali tushuntirish maqsadga muvofiq bo'ladi.[3]

Dars metodikasining bosqichlari

- Vizual materiallar tayyorlash: kartochkalar, rangli doiralar, rasmlar, rasmlari sxemalar va h.

- Kombinatorika nima? – oson, hayotiy misollar orqali tushuntirish.

- Tanlash, tartiblash, guruhlash tushunchalari (murakkab atamalarsiz, hayotiy ko'rinishda):

- Vizuallashtirish: Har bir tushuncha chizma, sxema, grafik tasvir va rolli o'yinlar, predmetlar yordamida tushuntiriladi.

- Juftliklar yasash, variantlarni ko'rsatish, takrorlanishni aniqlash.

- Jamoaviy va yakka tartibdagi topshiriqlar.

- O'yin orqali o'rganish: Rag'batlantiruvchi va qiziqarli topshiriqlar vositasida dars olib boriladi.

- Har bir dars so'ngida masalaning yechim yo'llari ustida muhokama;

- O'quvchining fikrini so'rash: "Yana qanday variant bo'lishi mumkin edi?"

2-sinf matematika darsligi (2023-yil) 78-betdagi 9-masalani ko'rib chiqsak: [4]

**9. O'ylab ko'ring.**

Do'konda qizil, ko'k va kulrang gilam bor. Xaridor turli rangdagi ikkita gilam sotib oldi. Gilamlar qanday ranglarda bo'lishi mumkin. Sizda nechta variant hosil bo'ldi?

Yechish: Gilamlar 3 xil rangda, xaridor 2 ta turli rangdagi gilam oladi, demak: qaytarilgan juftliklar (ya'ni qizil–ko'k va ko'k–qizil bir xil) sanalmaydi. Bunda o'qituvchi bir nechta qizil, ko'k va kulrang rangli qog'ozlar qo'yadi. Bir nechta o'quvchi navbat bilan chiqib ulardan ikkitasini tanlaydi va ohirida hosil bo'lgan variantlar soni sanaladi. Keyin masala sharti bir oz o'zgartirilib yana o'quvchilarga beriladi, har bir o'quvchi o'z javobini daftariga yozadi. O'qituvchi tekshirib, boyagi rangli qog'ozlar orqali ularni rag'batlaydi. Shunda bu usullar orqali ular bu turdagi masalalarni yechishda qiynalmaydi va yaxshi tushunadi.

Turli rangdagi 2 ta gilam tanlash uchun kombinatsiyadan foydalanamiz:

Variantlar:

1. Qizil – Ko'k
2. Qizil – Kulrang
3. Ko'k – Kulrang

Javob: 3 ta variant mavjud.

Xulosa qilib aytganda: Kombinatorik masalalarni yechish usulini o'rgatishda birinchi navbatda o'quvchida amaliy ko'nikmalar hosil qilish lozim. Ta'kidlash joizki, o'quvchi formula yordamida ishlagan masalasidan ko'ra amalda qo'llab ko'rgan masalaning mohiyatini chuqurroq anglab yetadi.

Boshlang'ich sinflarda kombinatorikaga oid masalalarni o'rgatishning samarali metodikasini ishlab chiqish nafaqat o'quvchilarning matematik tafakkuri va ijodiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishga, balki ta'lim sifatini yangi bosqichga ko'tarishga xizmat qiladi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

1. Namanganov Sh.N. Boshlang'ich sinflarda matematik tafakkurni rivojlantirish. – Toshkent: O'qituvchi, 2021. – 176 b.
2. Xodjayeva M.A. Boshlang'ich sinflarda matematika ta'limi metodikasi. – Toshkent: Fan, 2020. – 208 b.
3. Nazarova G. Boshlang'ich ta'limda innovatsion o'qitish texnologiyalari. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2022. – 190 b.
4. Abdurahmonova N., O'rinboyeva L. Matematika: 2-sinf uchun darslik. — Toshkent: «O'qituvchi», 2023. — 144 b.

AYRIM TO'RTINCHI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISH USULI

Kimsanova Madina

Andijon davlat universiteti

Bizga $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ko'rinishidagi to'rtinchi darajali keltirilgan tenglama berilgan bo'lsin. Bu yerda a, b, c, d – butun sonlar.

Bunday tenglamalarni yechishning bir necha usullari bor. Ammo barcha to'rtinchi darajali tenglamalarni yechishning umumiy usuli yo'q. Odatda tenglama ko'paytuvchilarga ajratilib yechiladi. Ko'paytuvchiga ajratish uchun esa ko'p hollarda ozod hadining bo'luvchilari berilgan tenglamaning ildizi bo'lishi yoki bo'lmasligini tekshirish orqali amalga oshiriladi. Ozod hadining barcha butun bo'luvchilari berilgan tenglamaning ildizi bo'lmagan holda to'rtinchi darajali keltirilgan tenglamaning ildizlarini topish uchun quyidagi usulni qo'llash mumkin:

1) ozod hadini ikkita butun e va f sonlarining ko'paytmasi deb hisoblaymiz;
 2) $(x^2 + px + e)(x^2 + qx + f) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenglik ayniyat bo'lishini ta'minlaydigan p va q butun sonlarni topamiz.

3) agar shunday p va q butun sonlar topilsa, u holda $x^2 + px + e = 0$ va $x^2 + qx + f = 0$ tenglamalarning yechimlari berilgan tenglamaning yechimlari bo'ladi.

Ushbu usulni qo'llashga doir misol keltiramiz.

Masala. $x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 20x + 5 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Bu tenglama ozod hadining barcha butun bo'luvchilari $\pm 1, \pm 5$ sonlari berilgan tenglamaning yechimi bo'lmasligini tekshirib ko'rish mumkin. Shuning uchun yuqoridagi usulga ko'ra misol uchun $e = 5, f = 1$ deb ko'raylik. U holda

$$(x^2 + px + 5)(x^2 + qx + 1) = x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 20x + 5$$

Tenglik ayniyat bo'lishini ta'minlaydigan p va q sonlari topishga harakat qilamiz:

$$\begin{aligned} (x^2 + px + 5)(x^2 + qx + 1) &= x^4 + qx^3 + x^2 + px^3 + pqx^2 + px + 5x^2 + 5qx + 5 \\ &= x^4 + (q + p)x^3 + (6 + pq)x^2 + (p + 5q)x + 5 \end{aligned}$$

Ya'ni

$$\begin{cases} q + p = 8 \\ 6 + pq = 21 \\ p + 5q = 20 \end{cases}$$

Bu tengliklarni qanoatlantiruvchi p va q sonlari mavjud: $p = 5, q = 3$. Shuning uchun $x^2 + 5x + 5 = 0$ va $x^2 + 3x + 1 = 0$ tenglamalarning yechimlari berilgan tenglamaning yechimi bo'ladi.

$$x^2 + 5x + 5 = 0 \text{ tenglamaning yechimlari } x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \text{ tenglamaning yechimlari } x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Javob: $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}, x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Yuqoridagi usul yordamida ko'plab to'rtinchi darajali keltirilgan tenglamalarni yechish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Aliyev A. A., "Oliy matematika asoslari", Toshkent: O'qituvchi, 2008.
2. Sultonov M. B., "Algebra va analiz asoslari", Toshkent: Fan, 2010.

MATRITSANING XARAKTERISTIK TENGLAMASI YORDAMIDA BERILGAN MATRITSANING TESKARI MATRITSASINI TOPISH

Maxkamova Sharifaxon

Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti qoshidagi
akademik litseyi

Berilgan $A \in M_n(R)$ matritsaning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko'rinishda

$$\det(A - \lambda E) = 0, \quad (1)$$

bo'ladi. Bu yerda E -birlik matritsa.

(1) tenglamani qanoatlantiradigan λ ning qiymatlari A matritsaning xos sonlari deb ataladi.

Teorema (Gamilton-Keyli teoremasi). Har qanday kvadrat matritsa o'zining xarakteristik tenglamasini qanoatlantiradi.

Ya'ni

$$\det(A - \lambda E) = b_n \lambda^n + b_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0$$

bo'lsa, u holda

$$b_n A^n + b_{n-1} A^{n-1} + \dots + b_2 A^2 + b_1 A + b_0 E = 0.$$

Teorema. Agar

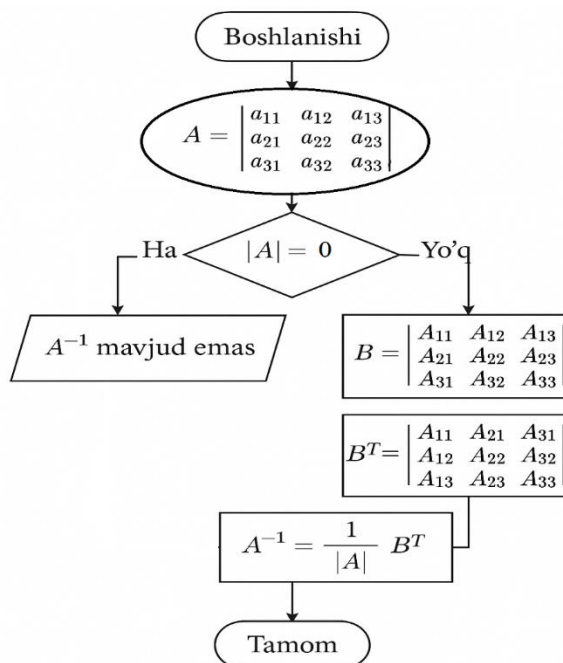
$$f(\lambda) = \lambda^n + b_1 \lambda^{n-1} + \dots + b_{n-2} \lambda^2 + b_{n-1} \lambda + b_n$$

$n \times n$ o'lchamli matritsaning xarakteristik ko'pxadida $b_n \neq 0$ bo'lsa, u holda

$$A^{-1} = -b_n^{-1}(A^{n-1} + b_1 A^{n-2} + \dots + b_{n-1} E).$$

Bizga ma'lumki xar qanday xosmas kvadrat matritsaning teskarisi matritsasi mavjud va yagona. U holda A matritsaning teskari matritsasi A^{-1} mavjud, ya'ni $AA^{-1} = E$.

Asosan A matritsaning teskari matritsasini quyidagi algoritm bo'yicha topiladi:



Ushbu ishimizda biz A matritsaning teskari matritsasini Gamilton-Keyli teoremasidan foydalanib topamiz.

1-misol. $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ matritsaning teskari matritsasini topishni ko'rib chiqamiz:

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & -7 \\ 3 & 6 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 8\lambda + 33 = 0$$

Gamilton-Keyli teoremasiga ko'ra

$$A^2 - 8A + 33E = 0$$

tenglik o'rinli, xarakteristik ko'pxada $b_n \neq 0$ o'rinli demak teskari matritsani topsa bo'ladi.

Bu tenglikni ikkalatomoniga A^{-1} kopaytiramiz

$$A - 8E + 33A^{-1} = 0,$$

$$A^{-1} = \frac{1}{33}(8E - A) = \frac{1}{33} \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6}{33} & \frac{7}{33} \\ -\frac{3}{33} & \frac{2}{33} \end{pmatrix}.$$

2-misol. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ matritsaning teskari matritsasini topish ni ko'rib

chiqamiz:

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -2 - \lambda & -5 \\ 0 & 1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^3 - 6\lambda^2 + 7\lambda + 10E = 0$$

Gamilton-Keyli teoremasiga ko'ra

$$A^3 - 6A^2 + 7A + 10E = 0$$

tenglik o'rinli.

Bu tenglikni ikkalatomoniga A^{-1} kopaytiramiz

$$A^2 - 6A + 7E + 10A^{-1} = 0,$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10}(6A - A^2 - 7E),$$

bu yerda $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -10 \\ 6 & 1 & -6 \\ 1 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ ga teng.

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ 12 & -2 & 6 \\ -7 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Yuqoridagi ko'rsatilgan usuldan akademik litsey hamda oliy o'quv yurti talabalari foydalanishlari mumkin.

FOYDANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.G. Kurosh Oliy algebra kursi. T. "O'qituvchi", 1976. 461 b.
2. A.U.Abdusamadov, H.A.Nasimov, H.A.Raimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov Algebra va matematik analiz asoslari. "O'qituvchi". T. 2008.

REKURRENT MUNOSABATLAR

Murodova Ruxshonaxon

Andijon Davlat Universiteti

Rekurrent munosabatlar matematik analiz va algoritmlar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Ular o'zgaruvchilarning oldingi qiymatlariga asoslanga holda navbatdagi qiymatni aniqlash imkonini beradi. Rekurrent munosabatlar ko'pincha algoritmlarning ishlash vaqtini tahlil qilishda, ketma-ketliklar va modellar qurishda qo'llaniladi.

Rekurrent munosabat tushunchasi va turlari.

Rekurrent munosabatlar – bu shunday tenglamalarki, ular har bir $a(n)$ elementni undan oldingi element(lar) orqali ifodalaydi. Eng oddiy misollardan biri bu Fibonachchi ketma-ketligidir:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \quad a_0 = 0, a_1 = 1$$

Rekurrent munosabatlar gomogen va gomogen bo'lmagan, chiziqli va chiziqsiz turlarga bo'linadi.

Rekurrent munosabatlarni yechish usullari.

Rekurrent munosabatlarning yechim usullari orasida quyidagilar ajralib turadi:

1. Qadamli usul (iteration)

Masala: $a_n = 2a_{n-1} + 1, \quad a_0 = 1$

Yechish:

1-qadam: Bir necha qiymatlarni topamiz:

$$a_0 = 1 \text{ (berilgan)}$$

$$a_1 = 2 * 1 + 1 = 3$$

$$a_2 = 2 * 3 + 1 = 7$$

$$a_3 = 2 * 7 + 1 = 15$$

$$a_4 = 2 * 15 + 1 = 31$$

2-qadam: Ketma-ketlikni ko'rib chiqamiz:

$$a_n = 1, 3, 7, 15, 31 \dots$$

Bu quyidagicha bo'ladi: $a_n = 2^n - 1$

2. Xususiy yechim topish va umumiy yechim olish

Masala: $a_n = 3a_{n-1} + 2, \quad a_0 = 1$

Yechish:

1-qadam: Gamogen qism:

$$a_n^{(h)} = 3a_{n-1}^{(h)} \Rightarrow a_n^{(h)} = C * 3^n$$

2-qadam: Xususiy yechim qilamiz:

Aytaylik, doimiy xususiy yechim:

$$a_n^{(p)} = A$$

Qo'yamiz:

$$A = 3A + 2 \Rightarrow -2A = 2 \Rightarrow A = -1$$

3-qadam: Umumiy yechim:

$$a_n = C * 3^n - 1$$

4-qadam: Boshlang'ich shart orqali C ni topamiz:

$$a_0 = C * 3^0 - 1 = C - 1 = 1 \Rightarrow C = 2$$

Yechim:

$$a_n = 2 * 3^n - 1$$

3. Generatsion funksiyalar usuli

Masala: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 3$

Yechish:

1. Generatsion funktsiyani aniqlaymiz:

$$A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

2. Berilgan rekurensiyani funktsiya sifatida yozamiz:

$$A(x) - 2 - 3x = x(A(x)) + x^2A(x)$$

$$(\text{Chunki } a_n = a_{n-1}x^n + a_{n-2}x^n \Rightarrow xA(x) + x^2A(x))$$

3. Tenglama:

$$A(x) - 2 - 3x = xA(x) + x^2A(x) \Rightarrow A(x)(1 - x - x^2) = 2 + 3x$$

$$4. \text{Natijaviy funktsiya: } A(x) = \frac{2+3x}{1-x-x^2}$$

Bu ifoda yordamida a_n ni aniqlash mumkin. Bu sonlar modifikatsiyalangan Fibonachchi sonlaridir.

4. Xarakteristik tenglama orqali yechim topish (chiziqli gomogen holatlar uchun)

$$\text{Masala: } a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}, \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 6$$

Yechish:

1-qadam: Xarakteristik tenglama tuzamiz:

$$r^2 = 6r - 9 \Rightarrow r^2 - 6r + 9 = 0 \Rightarrow (r - 3)^2 = 0$$

Bu ikkilangan ildizli tenglama. Ildiz:

$$r=3$$

2-qadam: Umumiy yechim:

$$a_n = (A + B * 0) * 3^n$$

3-qadam: Boshlang'ich qiymatlar yordamida Ava B ni topamiz:

$$a_0 = (A + B * 0) * 3^0 = A = 2$$

$$a_1 = (A + B * 0) * 3^1 = (2 + B) * 3 = 6 \Rightarrow 2 + B = 2 \Rightarrow B = 0$$

4-qadam: Yechim:

$$a_n = 2 * 3^n$$

Amaliy qo'llanilishi.

Rekurrent munosabatlar quyidagi sohalrda keng qo'llaniladi:

Algoritmlar: Merge

Sort yoki Binary Search algoritmlarning vaqt murakkabligi $T(n)$ rekurrent tenglama orqali ifodalaydi.

Iqtisodiyot: Rivojlanish modellari, narx o'zgarishlarini bashorat qilish.

Foizlar hisobida: $A_n = A_{n-1}(1 + r)$ (r-fioz stavkasi)

Fizika va biologiya: Populyatsiya modellari, radiktiv parchalanish.

Kombinatorikada:

$$\text{Catalan sonlari: } C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} \text{ yoki } C_{n+1} = \sum_{i=0}^n C_i C_{n-1}$$

Misollar orqali tahlil.

Masalan quyidagi rekurrent tenglama:

$T(n)=2T(n/2)+n$ bu "Divide and Conquer" algoritmiga mos keladi. Uning yechimi Master Teoremasi orqali aniqlanib, $T(n)=O(n\log n)$ bo'ladi.

Xulosa

Rekurrent munosabatlar matematik modellashtirish, algoritm tahlili va dasturlashning asosiy komponentlaridan biridir. Ularning xilma-xil shakllari va yechim usullari, real hayotdagi modellar bilan bog'liqligi tufayli zamonaviy fan va texnologiya sohalarida keng qo'llaniladi. Rekurrent ifodalarni chuqur o'rdanish orqali tizimli va algoritmik fikrlash kuchayadi, bu esa talaba va tadqiqotchilar uchun katta nazariy va amaliy ahamiyat kasb etadi.

UCHBURCHAK XARAKTERISTIKALARINI BERILGAN 2 TA MEDIANA VA UCHINCHI TOMONI ORQALI IFODALASH

Nishonov Tulanmirza

Andijon davlat universiteti

Akbaraliyeva Xurshida

Andijon davlat universiteti

Ba'zi geometrik masalarda uchburchakni barcha xarakteristikalarini topish uchun hamma parametrini ham beravermaydi. Bu masalada esa shu uchun osonroq bo'lgan yechim ko'rdik.

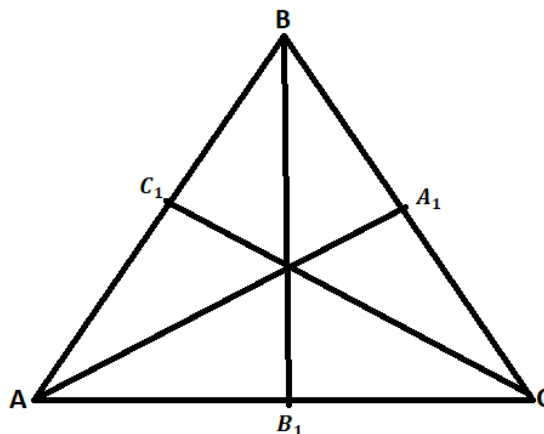
Masala: ixtiyoriy ABC uchburchakda AB tomon berilgan va BC tomonga tushirilgan mediana m_a ga, AC tomonga tushirilgan mediana m_b ga teng bo'lsa, m_c mediana, BC , AC tomonlar, A , B , C burchak bissektrissalari, balandliklari, tashqi va ichki chizilgan aylana radiuslari hamda ABC uchburchakning A , B va C burchaklari, yuzi va perimetrini hisoblang.

Masalaning yechimi:

Dastlab bizga berilgan m_a , m_b lar hamda uchburchak medianasini topish formulasidan foydalangan holda ABC uchburchakning uchinchi medianasi m_c ni topib olamiz(1-rasm).

$$m_a = AA_1, m_b = BB_1, c = AB$$

m_c medianani topish uchun AB tomonga tushirilgan mediana formulasidan foydalanamiz:



$$m_c = \sqrt{2m_a^2 + 2m_b^2 - \frac{9}{4}c^2}$$

Masala yechimga ega bo'lishi uchun shu $2m_a^2 + 2m_b^2 \geq \frac{9}{4}c^2$ shart o'rinli bo'lishi kerak

ABC uchburchakning BC tomonini topish uchun shu tomonga tushirilgan mediana formulasidan foydalanamiz.

$$a = \frac{2}{3}\sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2}$$

ABC uchburchakning AC tomonini topish uchun shu tomonga tushirilgan mediana formulasidan foydalanamiz.

$$b = \frac{2}{3}\sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2}$$

ABC uchburchakning yuzasini topish uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$S = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2\right)\left((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4}\right)}$$

ABC uchburchakning BC tomoniga tushirilgan balandligini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$h_a = \frac{\sqrt{\left(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2\right)\left((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4}\right)}}{\sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2}}$$

ABC uchburchakning AC tomoniga tushirilgan balandligini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$h_b = \frac{\sqrt{\left(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2\right)\left((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4}\right)}}{\sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2}}$$

ABC uchburchakning AB tomoniga tushirilgan balandligini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$h_b = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\left(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2\right)\left((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4}\right)}}{c}$$

ABC uchburchakning perimetrini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$P = \frac{2}{3} \sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} + \frac{2}{3} \sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} + c$$

ABC uchburchaka tashqi chizilgan aylana radiusini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$R = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} \sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} c}{\sqrt{(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2)((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4})}}$$

ABC uchburchaka ichki chizilgan aylana radiusini hisoblash uchun quydagi formuladan foydalanamiz.

$$r = \frac{\sqrt{(\frac{9c^2}{4} - (m_a - m_b)^2)((m_a + m_b)^2 - \frac{9c^2}{4})}}{\sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} + \sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2} + \frac{3}{2}c}$$

ABC uchburchakning A uchidagi burchakni topish uchun cos lar tioremasidan foydalanamiz.

$$\alpha = \arccos \frac{(\sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2})^2 + c^2 - (\sqrt{3m_a^2 + 6m_b^2 - \frac{9}{2}c^2})^2}{2\sqrt{6m_a^2 + 3m_b^2 - \frac{9}{2}c^2}c}$$

B va C uchidagi burchaklar ham shu yo'nalishda topiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1.7-sinf Geometriya. Maktab darsligi T.: 2022.

UCHBURCHAK XARAKTERISTIKALARINI IKKI TOMONI VA UCHINCHI TOMONIGA TUSHIRILGAN BALANDLIGI ORQALI IFODALASH

Nishonov Tulanmirza

Andijon davlat universiteti

Ikromova Xurshida

Andijon davlat universiteti

Bizga ixtiyoriy ABC uchburchak berilgan bo'lib, uning a, b tomonlari uzunliklari va c tomoniga tushirilgan h_c balandlik uzunligi berilgan bo'lsin. a va b tomonlari qarshisidagi burchaklar o'tkir burchaklar bo'lsin. Uchburchakning boshqa xarakteristikalarini berilganlar orqali topish masalasini qaraylik.

Masala yechimga ega bo'lishi uchun quyidagi shart bajarilishi zarur:

$$h_c < a, h_c < b$$

Uchburchak xarakteristikalarini a, b, h_c lar orqali analitik ifodalaymiz:

$$c = \sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2}$$

$$h_a = \frac{h_c}{a} (\sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2})$$

$$h_b = \frac{h_c}{b} (\sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2})$$

$$S = \frac{h_c}{2} (\sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2})$$

$$P = a + b + \sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2}$$

$$r = h_c \frac{(\sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2})}{a + b + \sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2}}$$

$$R = \frac{ab}{2h_c}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h_c}{b}\right)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{h_c}{a}\right)$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{h_c(\sqrt{a^2 - h_c^2} + \sqrt{b^2 - h_c^2})}{ab}\right)$$

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{4b^2 + a^2 - 4h_c^2 + 4\sqrt{(\sqrt{a^2 - h_c^2})(\sqrt{b^2 - h_c^2})}}$$

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 + b^2 - 4h_c^2 + 4\sqrt{(\sqrt{a^2 - h_c^2})(\sqrt{b^2 - h_c^2})}}$$

$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + 2h_c^2 - 2\sqrt{(\sqrt{a^2 - h_c^2})(\sqrt{b^2 - h_c^2})}}.$$

Bissektrisalarini ham berilganlar orqali hisoblash mumkin.

Misol: Uchburchakning ikki tomoni uzunliklari mos ravishda 12 va 20 ga teng bo'lib, ular qarshisidagi burchaklar o'tkir burchaklar, uchinchi tomoniga tushirilgan balandligi esa 8 ga teng. Uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusini toping.

Yechish: $a = 12, b = 20, h_c = 8$. Bizga ma'lumki $R = \frac{ab}{2h_c}$. Shunga ko'ra

$$R = \frac{ab}{2h_c} = \frac{12 \cdot 20}{2 \cdot 8} = 15$$

Javob: 15

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Geometriya: 9-sinf uchun darslik/B.Q.Xaydarov, E.S.Sariqov, A.Sh.Qo'chqorov. — T.: 2019.—160 b.
2. A.Axlimirzayev. Matematikadan masalalar yechish praktikumi. O'quv qo'llanma. T.: 2022 yil. 312 bet.

NO'MALUM MODUL BELGISI OSTIDA QATNASHGAN TENGLAMALAR

Qo'shaqova O'g'iloy

Andijon davlat universiteti

Hozirgi zamon matematikasida modulli ifodalar va ularning asosida tuzilgan tenglamalar muhim o'ringa ega. Modulli tenglamalar ko'plab matematik masalalarni soddalashtirishda, texnika va informatika sohalarida, shuningdek, real hayotdagi muammolarni modellashtirishda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, kompyuter fanlari, kriptografiya, sonlar nazariyasi va boshqa amaliy yo'nalishlarda modul bilan ishlash fundamental ahamiyat kasb etadi.

Modul tushunchasi eng avvalo sonlar orasidagi masofani ifodalash, qiymatlarning absolyut farqini aniqlash, ma'lum bir oraliqda cheklovlar bilan ishlashda qulaylik yaratadi. Shu sababli, o'quvchilarda bu tushunchaning mohiyatini chuqur anglash va u bilan bog'liq masalalarni mustaqil yechish ko'nikmalarini shakllantirish bugungi kunda dolzarb vazifalardan biridir.

Ushbu tezis modulli tenglamalarning nazariy asoslari, ularning turlari, yechish usullari va har bir tur uchun misollar bilan batafsil yoritiladi. Maqsad — modul bilan bog'liq masalalarni yechishda qo'llaniladigan metodlarni chuqur o'rganish va ularni amaliy misollar orqali mustahkamlash.

Modul belgisi ikkita o'zaro parallel chiziqchalardan iborat bo'lib, uning ichida son, ifoda berilgan bo'lsa, uning qiymati miqdorni belgilaydi, ko'rsatadi. Shuning uchun modul belgisidan chiqadigan son, ifoda miqdori, o'lchovi faqat musbat bo'ladi.

Masala: sonning moduli

A) musbat sonning moduli shu sonning o'ziga teng.

Masala: $|4| = 4$; $|\frac{1}{6}| = \frac{1}{6}$; $|1,3| = 1,3$

B) manfiy sonning moduli unga qarama-qarshi songa teng. (chunki uzunlik, miqdor manfiy bo'lmaydi. Lekin yo'nalishi manfiy bo'lishi mumkin.)

Masalan: $|-5| = -(-5)$, $\left|-\frac{4}{7}\right| = -\left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{4}{7}$

V) Nol sonining moduli nolga teng.

Modul tushunchasi

Modul matematikada qiymatlarning mutlaq farqini ifodalovchi asosiy tushunchalardan biridir. Biror real sonning moduli bu sonning musbat qiymatiga teng bo'ladi. Ya'ni, agar a – haqiqiy son bo'lsa, uning moduli quyidagicha aniqlanadi:

$$|a| = a \quad \text{agar } a \geq 0 \text{ bo'lsa}$$

$$|a| = -a \quad \text{agar } a < 0 \text{ bo'lsa}$$

Modul, shuningdek, ikki son orasidagi masofani ifodalashda ham ishlatiladi. Masalan, sonlar chizig'ida 5 va -3 orasidagi masofa: $|5 - (-3)| = |8| = 8$.

Modul algebraik ifodalarda ham qo'llaniladi. U ko'pincha tenglama yoki tengsizliklar tarkibida uchraydi va ularni yechishda maxsus usullar qo'llaniladi.

Modulli ifodalar xossalari

Modulli ifodalarning bir nechta asosiy xossalari mavjud. Ular quyidagilardan iborat:

1. $|a| \geq 0$ (har qanday sonning moduli musbat yoki nolga teng bo'ladi);
2. $|a| = 0$ faqat $a = 0$ bo'lgandagina;
3. $|ab| = |a||b|$;
4. $|a/b| = |a|/|b|$ (agar $b \neq 0$);
5. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (uchburchak tengsizligi);
6. $||a| - |b|| \leq |a - b|$.

Bu xossalar modulli ifodalarni soddalashtirish va tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega.

Modulli tenglamalar tushunchasi

Modulli tenglama deganda o'zida modul ishtirok etadigan tenglamalar tushuniladi. Bunday tenglamalarda noma'lum qiymat modul ichida yoki tashqarisida bo'lishi mumkin. Modulli tenglamalarni yechishda modulning ta'rifi asosida tenglamani ikki yoki undan ortiq holatga ajratib qaraladi.

Masalan: $|x| = 3$ tenglama quyidagi ikki tenglamaga teng bo'ladi:

$$x = 3 \text{ yoki } x = -3.$$

Modulli tenglamalar oddiy, murakkab yoki tizimli shaklda bo'lishi mumkin.

Modulli tenglamalarni yechish usullari

Modulli tenglamalarni yechishda quyidagi usullardan foydalaniladi:

1. Modul ta'rifidan foydalanish;
2. Grafik usul;
3. Oraliqlar usuli;

4. Tenglamani ikki holatda ko'rib chiqish.

Har bir usulni qo'llashdan avval tenglamaning strukturasi tahlil qilinadi.

Misollar bilan izohli yechimlar

1. Modul ta'rifidan foydalanish

1-misol: $|x - 2| = 5$

Yechim: $x - 2 = 5$ yoki $x - 2 = -5$

$$x = 7 \text{ yoki } x = -3$$

2-misol: $|2x + 1| = |x - 3|$

Yechim:

$$a) 2x + 1 = x - 3 \rightarrow x = -4$$

$$b) 2x + 1 = -(x - 3) \rightarrow 2x + 1 = -x + 3 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x =$$

2/3

Natija: $x = -4$ yoki $x = 2/3$

Oraliqlar usuli

$$|x + 5| - |x - 3| + |x - 2| = 0$$

3-misol: $|x + 4| + |x - 2| = 10$

Yechim: Bu tenglama x ning qiymatiga qarab 3 ta oraliqda ko'rib chiqiladi:

1) $x < -4$; 2) $-4 \leq x < 2$; 3) $x \geq 2$

Har bir oraliqda modul belgisi ochiladi va mos tenglama yechiladi.

Modulning geometrik ma'nosini ko'rib chiqsak, $|3| = 3$ degani son o'qida o'ng tomonda uzunligi 3 birlikni ifodalovchi kesma uzunligidir. $|-2| = -(-2) = 2$ bu esa son o'qida 0 dan chap tomonda uzunligi 2 birlik bo'lgan kesma uzunligidir. Demak modul ostida son kesma uzunligini ifodalovchi belgidir.

Endi noma'lum modul ostida qatnashgan tenglamalarni echishni ko'raylik.

1. $|3x| = 21$

a) $x > 0$ bo'lsin unda $3x = 21$ bo'ladi. Yoki echim $x = 7$ echim.

b) agar $x < 0$ bo'lsa u holda $-3x = 21$; $x = -7$ bo'ladi.

Demak, $x = 7$ $x = -7$

2. $|5x + 3| = 4$

a) $5x + 3 > 0$ bo'lsin, unda $5x + 3 = 4$ $5x = 4 - 3$ $x = \frac{1}{5} = 0,2$

b) $5x + 3 < 0$ bo'lsin. Unda $-5x - 3 = 4$ $5x = -7$ $x = 1,4$

Bizga $|x - 5| + |x + 3| = 10$ tenglama berilgan bo'lsin. Bu erda noma'lum x modul ishorasi ostida berilgan. Bu tenglamani quyidagi echamiz.

1-qadam: aniqlanish sohasini (ODZ) ni topamiz javob ya'ni noma'lum x rasional sonlar to'plamiga tegishli.

2-qadam modul ostida ifodalarni nollarini topiladi.

$$x - 5 = 0 \quad x = 5$$

$$x - 3 = 0 \quad x = -3$$

5 va 3 modul ostidagi ifodani nollari.

3-qadam: modul modul ostidagi ifodani nollarini aniqlanish sohasidagi ifodalarning aniqlanish sohasidan belgilaymiz.

Buning uchun sonlar o'qini olib topilgan nollarni belgilab bo'limlarga ajratamiz. Bizning misolimizda nollar $x = 5$ va $x = -3$ bo'lgani uchun sonlar o'qi uchta bo'limga ajraydi.

a) $-\infty$ dan -3 gacha b) -3 dan 5 gacha v) 5 dan ∞ gacha

4-qadam: har bir oraliqda modullar ochiladi va hosil bo'lgan tenglama echiladi. Agar topilgan echim ko'rilayotgan oraliqqa tegishli bo'lsa, u holda u izlanayotgan yechim bo'ladi, aks holda yechim bo'lmaydi.

Agar x ni $(-\infty, -3)$ bo'limdan olib ko'radigan bo'lsak $x < -3$ bo'ladi.

Ya'ni $x \in (-\infty, -3)$, $(x < -3)$ u holda $-(x - 5) + (-(x + 3)) = 10$

$$-x + 5 - x - 3 = 10 - 2x = 8 \quad x = -4; \quad -4 \in (-\infty; -3)$$

Demak $x = -4$ yechim ekan.

$[-3; 5]$ oraliqni ko'raylik $x \in [-3; 5] \quad -3 \leq x \leq 5$

$5 - x + x + 3 = 10, \quad 8 = 10$ demak echim yo'q.

Endi $x \in (5; \infty)$ oraliqni ko'raylik ya'ni $5 \leq x < \infty; (x > 5)$

$x - 5 + x + 3 = 10, \quad 2x = 12, \quad x = 6, \quad 6 \in (5; \infty)$ demak $x = 6$ yechim ekan.

5-qadam. Topilgan yechimlar umumlashtirilib, izlanayotgan yechim yoziladi.

Bizning misolimizda yechim.

$$x = -4; \quad x = 6 \quad \text{yoki} \quad x = -4 \quad \text{va} \quad x = 6 \quad \text{yoki} \quad \{-4; 6\}$$

ko'rinishida yoziladi.

Yuqoridagi misolni boshqacha usul bilan ham ishlash mumkin.

$$|x - 5| + |x + 3| = 10$$

a) $x - 5 > 0$ b) $(x - 5) < 0$ v) $(x - 5) > 0$ g) $(x - 5) < 0$

$$x + 3 > 0 \quad (x + 3) < 0 \quad (x + 3) < 0 \quad (x + 3) > 0$$

demak 4 sistemani ko'rib chiqish kerak ekan.

U holda $x - 5 + x + 3 = 10 \quad 2x = 12 \quad x = 6$

b) $-(x - 5) + (-(x + 3)) = 10$

$$-x + 5 - x - 3 = 10$$

$$-8 = 2x \quad x = -4$$

v) $x - 5 + (-(x + 3)) = 10$

$$x - 5 - x - 3 = 10$$

$$-8 = 10 \quad \text{yechim yo'q}$$

$$g) - (x - 5) + x + 3 = 10$$

$$-x - 5 + x + 3 = 10$$

$$8 = 10 \quad \text{yechim yo'q}$$

Demak avvalgi yo'lda ham $x = -4$ va $x = 6$, yechim bo'lgan bo'lsa, 2 usulda ham $x = -4$ va $x = 6$ yechim bo'ladi.

2-usulda shartlar izlanayotgan yechimlarni qaysi bo'limdan axtarishni ko'rsatib beradi.

Misol: a-shartda $x < 5$ va $x > -3$ bundan ko'rinadiki izlanayotgan x ni qiymati 5 dan katta bo'ladi.

b shartda $x < 5$; $x < -3$ bundan ko'rinadiki izlanayotgan x ni qiymati -3 dan kichik qiymatlar ichidan izlash kerak.

v) shartda $x > 5$; $x < -3$ bu bir vaqtda bo'lmaydi. Echlami yo'q

g) shartda $x < 5$ $x > -3$ bu ham bir vaqtda bo'lishi mumkin. Lekin yechimi bo'lmaydi.

Demak, biz o'quvchilarga noma'lumi modul ostida bo'lgan tenglamalarni yechishni o'rgatishda qaysi usul oson qulay bo'lsa, usha usuldan foydalanish mumkin ekan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Algebra va analiz asoslari: Akademik litsey va kasb-xunar kollejlari uchun darslik. R.Vafaev, J.Xusanov, K.X.Fayziev va boshq. -T.: "O'qituvchi", 2003.- 368 b.

2.Каримов Т. ва бошқалар. Мактабда тенглама ва тенгсизликларни ечиш. Ўрта мактаб математика ўқитувчилари ва педагогика институтлари талабалари учун қўлланма.- Т.: "Ўқитувчи". 1992. -184 б.

3.Колягин Ю.М. и д.р. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики.-М.: "Просвещение", 1980.

4.Мирзаахмедов М.А ва бошқалар. Тенглама ва тенгсизликларни ечиш. – Т.: "Ўқитувчи", 1989. – 196 б.

AYRIM KUB TENGLAMALARNI YECHISH USULI

Qodirova Gulbahor

Andijon davlat universiteti

Bizga $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ko'rinishidagi kub tenglama berilgan bo'lsin. Albatta ushbu tenglamani yechishning bir necha usullari mavjud.

Ammo ba'zi kubik tenglamalarni yechishda odatdagi usullar: ko'paytuvchiga ajratish yoki ozod hadini bo'luvchilarini qidirish kor qilmaydi yoki qiyinlik tug'diradi.

Masalan: viyet usuli tenglamaning ildizlari butun yoki oddiy kasrdan iborat bo'lsagina qo'llash maqsadga muvofiq, ammo uning ildizlari irratsional bo'lib qolsachi, degan savol paydo bo'ladi. Bu holatda viyet usulidan foydalanish noto'g'ri bo'ladi. Kordano usuliga qo'yadigan bo'lsak ko'p vaqtni olishi mumkin.

Bu tenglamani $(kx + t)^3 + (qx + p)^3 = 0$ ko'rinishida ifodalaymiz. Ko'rinib turibdiki tenglama kublar yig'indisi ko'rinishidagi qisqa ko'paytirish formulasiga tushdi. Endi uni ko'paytuvchilarga ajratamiz

$((kx + t + qx + p)((kx + t)^2 - (kx + t)(qx + p) + (qx + p)^2)) = 0$ va $(k + q)x + t + p = 0$ degan sodda tenglama ko'rinishiga ega bo'lamiz, uning bitta ildizi kelib chiqdi. Demak $k^3 + q^3 = a$ bu yerda k va q lar butun sonlar, t va p larni agar ular kichik qiymatlar bo'lsa tanlash usulida topsak bo'ladi, agar katta qiymatli sonlar bo'lsa sistema qilib topiladi.

Misol tariqasida shu tipga tushadigan $9x^3 + 6x^2 + 18x - 7 = 0$ ko'rinishida tenglamani oladigan bo'lsak. Uni ozod hadi bo'luvchilari ± 1 yoki ± 7 orqali ildizlarini qidirsak, bu tenglamani qanoatlantirmaydi. Endi uni yuqoridagi usul bo'yicha ishlab ko'ramiz:

x^3 ni oldidagi koeffitsiyentni 2 ta butun sonning kubi ko'rinishida ifodalaymiz va $9 = 2^3 + 1^3$ $(2x + t)^3 + (x + q)^3 = 0$ ko'rinishga ega bo'lamiz. Kubga oshirib, dastlabki tenglamaga tenglaymiz:

$8x^3 + 12tx^2 + 6t^2x + t^3 + x^3 + 3qx^2 + 3q^2x + q^3 = 9x^3 + 6x^2 + 18x - 7$ quyidagi sistemani yechamiz:

$$\begin{cases} 12t + 3q = 6 \\ 6t^2 + 3q^2 = 18 \\ t^3 + q^3 = -7 \end{cases}$$

$t = 1, q = -2$ endi tenglamamiz $(2x + 1)^3 + (x - 2)^3 = 0$ ko'rinishiga keldi, bundan $2x + 1 + x - 2 = 0, x = \frac{1}{3}$ tenglamaning ildizi kelib chiqdi.

Yana shu ko'rinishga doir bir nechta misollarni ko'rib chiqamiz:

$x^3 - 6x - 6 = 0$ bu misolni ham doim qo'llaydigan usullar yordamida yechib bo'lmaydi. x^3 ni oldidagi koeffitsiyent kelib chiqishi uchun $(n + 1)(x + a)^3 - n(x + b)^3 = 0$ ga asoslanib $2(x + a)^3 - (x + b)^3 = x^3 - 6x - 6$ ko'rinishida yozib olamiz. Tenglamani yoyamiz: $x^3 + (6a - 3b)x^2 + (6a^2 - 3b^2)x + (2a^3 - b^3) = x^3 - 6x - 6$.

Tenglikning o'ng tomonida x^2 mavjud emas, shuning uchun chap tomondagi x^2 ni oldidagi koeffitsiyentni 0 ga tenglaymiz: $6a - 3b = 0$ bundan esa $b = 2a$ ekani kelib chiqadi.

$$\begin{cases} 6a^2 - 3b^2 = -6 \\ 2a^3 - b^3 = -6 \end{cases} \text{ sistemaga ushbu } b = 2a \text{ tenglikni qo'llaymiz.}$$

$$a^2 = 1$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ b_1 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = -1 \\ b_2 = -2 \end{cases}$$

a_2 va b_2 juftliklari sistemani qanoatlantirmaydi

$$\begin{aligned} x^3 - 6x - 6 &= 2(x+1)^3 - (x+2)^3 = (\sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{2})^3 - (x+2)^3 \\ &= ((\sqrt[3]{2} - 1)x + \sqrt[3]{2} - 2)((\sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{2})^2 + (\sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{2})(x+2) \\ &\quad + (x+2)^2) = 0 \end{aligned}$$

$$x = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abduxalil Meliqulov, Parda Qurbonov, Parda Ismoilov. Kasb-hunar kollejlari uchun qo'llanma, 3-nashri. – T.: O'qituvchi, 2014.
2. Толаганов Т.Р., Норматов А. Математикадан практикум: Пед. Инст. студентлари учун укув кулланма . -2-нашр.- Т.: Укитувчи, 1989.

PARAMETRLI CHIZIQLI VA KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH

Qurbonova Halimaxon

AQXAI qoshidagi akademik litsey

Kurbonova Umida

ADU

Parametr graekcha so'z bo'lib "qaydlangan qiymat" manosini bildiradi, tenglamada esa yordamchi o'zgaruvchi sifatida tushuniladi. Parametrli tenglamalar akademik litsey adabiyotlarida va OTMga kirish testlarida ko'p uchraydi.

Ushbu uslubiy ishlanmada Parametrli chiziqli va kvadrat tenglamalarni yechishdagi ko'p uchraydigan ba'zi masalalarga to'xtalib o'tiladi

Agar tenglamada o'zidagi noma'lumdan tashqari qo'shimcha boshqa biror soxadan qiymatlar qabul qiluchi noma'lum ishtirok etsa bu tenglama parametrli tenglama deyiladi. Qo'shimcha nomalum esa parametr deyiladi

$Ax = B$ ko'rinishdagi chiziqli tenglamalarni yechish quyidagicha amalga oshiriladi, yani $x = \frac{B}{A}$. Bu yechimni e'tiborga olgan xolda quyidagicha xulosalarni yozish mumkin. Demak,

1. $Ax = B$ tenglamada $A \neq 0$ bo'lsa bitta yechimga ega.

2. $Ax = B$ tenglamada $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ bo'lsa cheksiz ko' yechimga ega.

3. $Ax = B$ tenglamada $\begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$ bo'lsa yechimga ega emas

Chiqarilgan xulosalar yordamida parametrli tenglamalarni yechish mumkin.

1-misol. $ax - 5a = 7x - 3$ tenglamani a ning barcha qiymatlari uchun yeching.

Tenglamani yechish uchun noma'lum qatnashganlarni bir tamonga o'tkazib x ni qavs tashqarisiga chiqaramiz:

$$x(a - 7) = 5a - 3$$

1-hol. $a - 7 \neq 0$ bo'lsa tenglama yechimi $x = \frac{5a-3}{a-7}$

2-hol. $a - 7 = 0$ bo'lsa tenglama $x * 0 = 32$ ko'rinishga keladi va yechimga ega emas.

Shunday qilib yuqoridagi tenglama uchun a parametrning barcha qiymatlaridagi yechimini topdik.

Masalan, $a = 0$ da $x = \frac{3}{7}$, $a = 1$ da $x = -\frac{1}{3}$

Xulosa, $ax - 5a = 7x - 3$ tenglama $a = 7$ da $x \in \emptyset$, $a \neq 7$ da $x = \frac{5a-3}{a-7}$

2- misol: $ax - 5a - 2(3x + 2) = -5x + a^2$ tenglama cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladigan a ning barcha qiymatlarini toping.

Yechish: Qavslarni ochib, x qatnashgan hadlarni bir tamonga qatnashmaganlarni bir tamonga o'tkazamiz.

$$ax - 6x + 5x = -5a + 4 + a^2$$

O'xshash xadlarni ixchamlab tenglamani quyidagi ko'rinishga keltitamiz:

$$x(a - 1) = a^2 - 5a + 4$$

$$x(a - 1) = (a - 1)(a - 4)$$

1-hol: $a - 1 = 0$ yani $a = 1$

$x * 0 = 0$ bo'lib tenglama ildizi barcha haqiqiy sonlar bo'ladi.

2-hol. $a - 1 \neq 0$ yani $a \neq 1$ bo'lsa tenglamaning yechimi $x = a - 4$ ko'rinishdagi yagona son bo'ladi.

Parametrli kvadrat tenglamalarni yechish uchun o'quvchilar kvadrat tenglama va uning yechimlarini, kvadrat funksiya, grafigi va xossalarini,

tengsizlik va tengsizliklarni yechish va yechim olish usullarini yaxshi o'zlashtirgan bo'lishlari kerak.

Kvadrat tenglam deb $ax^2 + bx + c = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi, bunda a, b, c haqiqiy sonlar yoki parametrga bog'liq ifodalar.

$a = 1$ da tenglama keltirilgan kvadrat tenglama deyiladi. $ax^2 + bx + c = 0$ tenglamani keltirilgan ko'rinishga keltirish mumkin, yani $x^2 + px + q = 0$ deb yozib olamiz, bunda $p = \frac{b}{a}$ va $q = \frac{c}{a}$. Bu tenglama uchun $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$ (Viyet teoremasi)

$ax^2 + bx + c = 0$ tenglama ildizlari $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ formula bilan topiladi, $D = b^2 - 4ac$ tenglamani diskriminanti bo'lib, u yordamida tenglama nechta haqiqiy ildizga ega ekani yoki ega emasligini aniqlash mumkin.

Parametrlı kvadrat tenglamalarni yechish eng ko'p uchraydigan masalalar, ularni yechish uchun kvadrat tenglama yechishdan tashqari ba'zi bir muxim tushunchalarni bilish talab etiladi.

Masalan: $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat uchhad

to'la kvadrat bo'la olishi uchun $D=0$;

ikkita haqiqiy ildizga ega bo'lishi uchun $D>0$;

xaqiqiy ildizga ega bo'lmasligi uchun $D<0$ bo'lishi kerak.

Shunigdek $ax^2 + bx + c = 0$ tenglama

- ildizlari qarama qarshi sonlar bo'lishi uchun $D>0$, $b = 0$, $c < 0$;

-ildizlari ikkita musbat sonlar bo'lishi uchun $D>0$, $b<0$, $c>0$;

- ildizlari ikkita manfiy sonlar bo'lishi uchun $D>0$, $b>0$, $c>0$;

- ildizlari xar xil ishorali sonlar bo'lishi uchun $D>0$, $c<0$;

-ildizlari o'zaro teskari sonlar bo'lishi uchun $D>0$, $c=1$;

1-masala: a ning qnday qiymatlarida $y = 4ax^2 - 8x + 25$ tenglama bilan berilgan parabola OX o'qi bilan ikkita umumiy nuqtaga ega bo'ladi.

Yechish: Bu masalani yechish uchun kvadrat tenglama xaqidagi bilimlardan tashqari kvadrat funksiya haqidagi bilimlar xam talab etiladi. Yani kvadrat funksiyaning OX o'qi bilan kesisish nuqtasi aslida kvadrat tenglamaning ildizlari ekanligini, bu nuqtalar funksiya grafigining nollari bo'lishligini bilishlari kerak.

$4ax^2 - 8x + 25$ bu kvadrat uchxad agar quydagi shartlar bajarilsa ikkita haqiqiy ildizga ega bo'ladi

$$\begin{cases} 4a \neq 0 \\ \frac{D}{4} = 16 - 100a > 0 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib quydagi oraliqqa ega bo'lamiz $a \in (-\infty; 0) \cup (0; \frac{4}{25})$

Javob: $a \in (-\infty; 0) \cup (0; \frac{4}{25})$

2-masala: k ning qanday qiymatida $(k-1)x^2 + (k+4)x + k + 7$ kvadrat uchxadni to'la kvadrat shaklida tasvirlab bo'laadi.

Yechish: $ax^2 + bx + c = 0$ ni $a(x - x_0)^2$ shakilda yozilishi uning to'la kvadrat shaklida tasvirlanganini bildiradi Bundan ko'rinib turibdiki kvadrat uchxadning ildizlari teng bo'lishi kerak. Yani Kvadrat uchhadning Diskriminanti nol bo'lishi kerak. Demak masalani yechish uchun

$$D = (k+4)^2 - 4(k-1)(k+7) = 0 \text{ tenglamani yechish kifoya qiladi.}$$

Bu tenglamani yechib $k = -\frac{22}{3}$; $k = 2$ ni topamiz

Javob: $k = -\frac{22}{3}$; $k = 2$

3-masala: a ning qanday qiymatlarida $ax^2 - (2a+1)x + 3a - 1 = 0$ tenglamaning barcha ildizlari 1 dan katta bo'ladi?

Yechish: $a=0$ da tenglama $x=-1$ bo'lgan yagona ildizga ega bo'ladi, lekin bu ildiz masala shartini qanoatlantirmaydi. Shuning uchun boshqa xollarni ko'rib chiqamiz.

$a \neq 0$ bo'lgan xolni qaraymiz.

Yuqoridagi masalalarni yechishning umumiy usulini ko'rib o'tamiz.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning ildizlari biror d son dan katta bo'lishi uchun quyidagi shartlarning bajarilishi yetarli

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_0 = -\frac{b}{2a} > d \\ af(d) > 0 \end{cases}$$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning ildizlari biror d son dan kichik bo'lishi uchun quyidagi shartlarning bajarilishi yetarli

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_0 = -\frac{b}{2a} < d \\ af(d) > 0 \end{cases}$$

Yuqoridagi masala uchun quyidagisha shart bajarilishi kerak.

$$\begin{cases} (2a+1)^2 - 4a(3a-1) \geq 0 \\ \frac{2a+1}{2a} > 1 \\ a(a-2a-1+3a-1) > 0 \end{cases}$$

Sistemani yechib $a \in (1; \frac{2+\sqrt{6}}{4})$ ga ega bo'lamiz.

Javob: $a \in (1; \frac{2+\sqrt{6}}{4})$

Quyida shunday masalardan birini ko'rib chiqamiz.

4- masala: a parametrning qanday qiymatlarida $(2a + 1)x^2 + (a + 2)x + \frac{3}{4} \geq 0$ tengsizlik x ning barcha qiymatlarida o'rinli bo'ladi.

Yechish ; Bu maslanning yechish uchun $f(x) = ax^2 + bx + c$ kvadrat funksiya grafigining koordinata tekisligidagi joylashuvi haqidagi bilimlarni takrorlab o'tish kerak. Yani yuqaridagi masalani $f(x) = (2a + 1)x^2 + (a + 2)x + \frac{3}{4}$ parabola qachon OX o'qidan yuqorida joylashadi degan masala bilan almashtirib yechish ham o'quvchiga oson va tushunarli bo'ladi.

Ma'lumki, $\begin{cases} a > 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$ da kvadrat funksiya grafigining shoxlari yuqoriga qaragan va OX o'qidan yuqorida joylashgan, doima musbat.

Yuqoridagi masala uchun bu shartni quyidagicha yozish mumkin

$$\begin{cases} 2a + 1 > 0 \\ (a + 2)^2 - 3(2a + 1) \leq 0 \end{cases}$$

Busistemani yechib $a=1$ ekanini topamiz.

Javob : $a=1$

Umuman matematikadan parametrlil masalalarni yechish uchun qaralayotgan masaladan tashqari mavzuga mos barcha bilimlarni bilish va qo'llay olish talab etiladi.

ADABIYOTLAR:

1.U.A.Abduhamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov. "Algebra va matematik analiz asoslari". Toshkent 2008

2.N.P.Antonov, M.Vigodskiy, V.V.Nikitin, A.I.Sankin. "Сборник задач по элементарной математике" Moskva 1964

POLINOMIAL SXEMALAR

Raxmonxo'jayeva Mohichexra

Andijon davlat universiteti

Ehtimollar nazariyasi — tasodifiy hodisalarni o'rganadigan va ularning yuz berish ehtimolini aniqlashga xizmat qiladigan matematikaning muhim bo'limidir. Bu nazariya real hayotdagi noaniqliklarni ilmiy asosda modellashtirishga imkon beradi. Oliy ta'lim muassasalarida ehtimollar nazariyasining o'qitilishi talabalarning mantiqiy fikrlashini, tahliliy qobiliyatini rivojlantiradi hamda ilmiy-tadqiqot ishlarida statistik yondashuvni to'g'ri qo'llashga asos bo'ladi. Ayniqsa, muhandislik, iqtisod, informatika, biologiya, tibbiyot kabi sohalarida ehtimollar nazariyasi muhim vosita bo'lib, qaror qabul qilish, xavf-xatarni baholash va bashorat qilishda katta ahamiyat kasb etadi.

Bernulli sxemasi ehtimollar nazariyasida asosiy klassik modellaridan biri bo'lib, takrorlanuvchi tajribalarning tasodifiy natijalarini tavsiflash uchun xizmat qiladi [1],[2]. Bu sxemada har bir tajriba faqat ikki xil natijaga ega bo'ladi: muvaffaqiyat (odatda 1 bilan belgilanadi) yoki muvaffaqiyatsizlik (odatda 0 bilan belgilanadi). Bu sxemada natijalar binomial taqsimotga bo'ysunadi va ehtimollik quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

bu yerda: C_n^k — binomial koeffitsient,

X — muvaffaqiyatlar soni,

$k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Polinomial sxema — Bernulli sxemasining umumlashmasi bo'lib, bunda har bir tajribada ikki emas, ko'p ($k \geq 2$) turdagi natijalar yuz berishi mumkin. Boshqacha aytganda, agar har bir tajriba k ta mumkin bo'lgan natijaga ega bo'lsa (masalan, $A_1, A_2, \dots, A_k$), u holda bu tajribalar majmuasi polinomial tajribalar deb yuritiladi.

Faraz qilaylik:

Har bir natijaning ehtimoli mos ravishda $p_1, p_2, \dots, p_k$ bo'lib, bu ehtimollar yig'indisi $\sum_{i=1}^k x_i = 1$;

n ta erkli tajriba o'tkaziladi;

Har bir natijaning kuzatilgan soni mos ravishda $x_1, x_2, \dots, x_k$ bo'lib, ularning yig'indisi $\sum_{i=1}^k x_i = n$.

Bu holatda polinomial taqsimotning ehtimollik funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! \cdot x_2! \cdot \dots \cdot x_k!} \cdot p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot \dots \cdot p_k^{x_k}$$

Bu formulada har bir x_i — i -natijaning tajribalarda necha marta kuzatilganini bildiradi [3].

Quyidagi masala yechimini topish asnosida polinomial sxemaning ilmiy-amaliy tatbiqini ko'rib chiqaylik:

Masala

Fabrikada uch xil qadoqda shirinliklar ishlab chiqariladi:

Qizil — 40% ehtimol (ya'ni, $p_1 = 0,4$)

Yashil — 35% ehtimol (ya'ni, $p_2 = 0,35$)

Ko'k — 25% ehtimol (ya'ni, $p_3 = 0,25$)

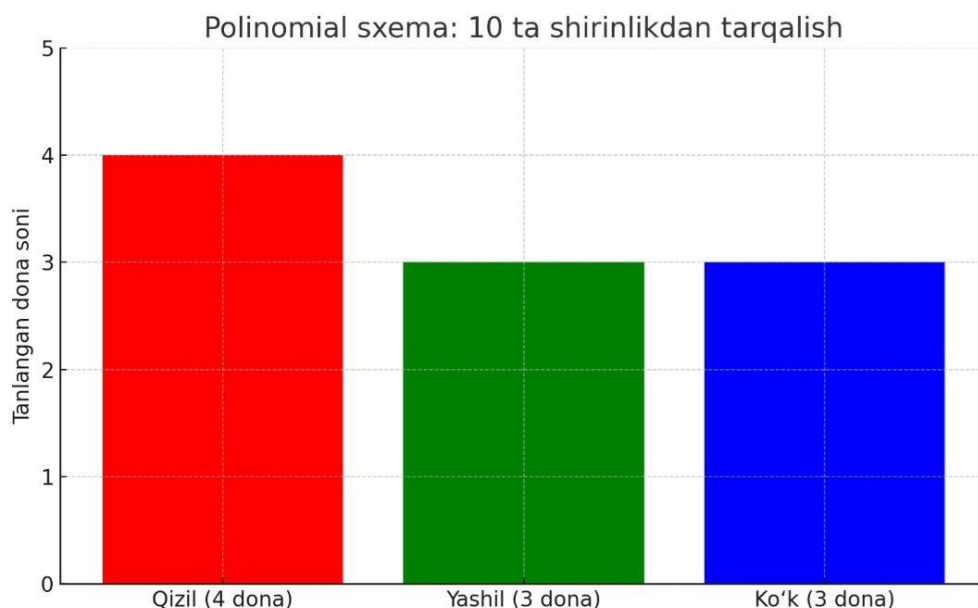
10 ta shirinlik tasodifiy tanlab olindi. Ulardan:

4 tasi qizil ($x_1 = 4$)

3 tasi yashil ($x_2 = 3$)

3 tasi ko'k ($x_3 = 3$) bo'lish ehtimolini toping.

Masalaga mos grafik tuzib olamiz va masalaning yechimini izlashni boshlaymiz:



Polinomial formulani yozamiz:

$$P(x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 3) = \frac{10!}{4! \cdot 3! \cdot 3!} \cdot (0.4)^4 \cdot (0.35)^3 \cdot (0.25)^3$$

Har bir elementni hisoblaymiz:

$$10! = 3628800 \quad 4! = 24 \quad 3! = 6$$

$$\text{Shuning uchun: } \frac{10!}{4! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{3628800}{24 \cdot 6 \cdot 6} = 4200$$

$$\text{Darajalarni hisoblaymiz: } (0.4)^4 = 0.0256 \quad (0.35)^3 = 0.042875 \\ (0.25)^3 = 0.015625$$

Hammasini birlashtiramiz:

$$P = 4200 \cdot 0.0256 \cdot 0.042875 \cdot 0.015625 \approx 0.072$$

Endi chiqqan natijani 100%ga ko'paytirib, 7.2% degan javobga ega bo'lamiz.

Xulosa: Demak, tasodifiy tanlangan 10 shirinlikdan 4 tasi qizil, 3 tasi yashil va 3 tasi ko'k bo'lishi taxminan 7.2% ehtimol bilan yuz beradi.

Polinomial sxema ko'p natijali tajribalarni modellashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Binomial va polinomial taqsimotlar statistik tahlil, rejalashtirish va bashoratlashda keng qo'llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

1. Grigoryan, A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2016.
2. Kadyrov, U., Nazarov, B. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: "Fan va texnologiya" nashriyoti, 2019.

3. Nishonov Tulanmirza Soyibjonovich. Bernulli sxemasini umumlashtirishga doir masalalar yechish amaliyoti. “Замонавий психология ва педагогика: муаммолар, таҳлиллار ва натижалар” мавзусида халқаро миқёсда илмий рецензияланган онлайн-конференция. Farg'ona. 2020 yil 20 iyul. 215-220 betlar.

SIRT VA HAJMNI TOPISHDA INTEGRALNING TADBIQLARI

Sattorov Muzaffar

Andijon davlat universiteti

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 07.05.2020 yildagi PQ-4708-sonli “Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to'g'risida”gi qarorining 1-ilovasidagi 3.1-bo'limining 14- “Matematika bakalavriat ta'lim yo'nalishlari bitiruvchilarining muayyan aniq sohalarda amaliy masalalarni yechish ko'nikmalarini rivojlantirish uchun ta'lim dasturlarini fanlar (yo'nalishlar)aro integrativ prinsip asosida ixtisoslashtirilgan tartibda ishlab chiqish va joriy etish.” bandiga ko'ra bugungi kunga kelib, oliy ta'lim muassasalarida matematika fanini kasbga yo'naltirib o'qitish va hayotiy bog'liqlikda isbotlab o'qitish asosiy vazifalardan biri bo'lib qolmoqda.

Shularni inobatga olib ushbu maqolada asosan oliy ta'lim muassasalarining matematika darslari dasturiga kiritilgan aniq integrallar va ularning tadbirlari mavzusini bir nechta misollardagi tadbirlarini ko'rib o'tamiz. Aniq integrallar va ularning tadbirlarini misollardagi tahlilini ko'rib chiqishdan oldin aniq integrallarning aylanma jism hajmini topishdagi bir nechta qo'llash mumkin bo'lgan formulalari bilan tanishib olamiz va misollardagi tadbirlarini ko'rib chiqamiz.

Matematikada integral hisobning muhim qismlaridan biri bo'lib, u yordamida turli geometrik shakllarning sirt maydoni va hajmini hisoblash mumkin. Integralning tadbirlari orqali biz murakkab shakllarning xususiyatlarini aniqlash, ularning fazoviy o'lchamlarini topish va turli amaliy masalalarni hal qilish imkoniyatiga ega bo'lamiz. Bu mavzu fizika, muhandislik, arxitektura va hatto iqtisodiyot kabi sohalarda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada integral yordamida sirt maydoni va hajmni topishning asosiy usullari va ularning amaliy tadbirlari haqida to'xtalib o'tamiz.

Integral hisob matematikada keng qo'llaniladigan asosiy tushunchalardan biridir. Integral yordamida nafaqat funksiyalarning maydonini, balki sirt va hajmlarni ham hisoblash mumkin. Ushbu maqolada integralning sirt va hajmni

topishdagi tadbiqlari, ularning nazariy asoslari va amaliy misollari bilan birga tahlil qilinadi.

1. Integral yordamida sirtni topish.

Sirtni topishda integral quyidagi holatlarda qo'llaniladi:

1. **Aylana sirti:** Agar funksiya $y = f(x)$ berilgan bo'lsa, uning $x = a$ dan

$x = b$ gacha bo'lgan oraliqda aylana sirtini hisoblash uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Bu yerda $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ — egri chiziq uzunligi elementidir.

2. **Parametrik ko'rinishda berilgan sirt:** Agar egri chiziq $x = x(t), y = y(t)$ parametrik ko'rinishda berilgan bo'lsa, sirt quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$S = 2\pi \int_a^b y(t) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

2. Integral yordamida hajmni topish.

Hajmni topishda integral quyidagi usullarda qo'llaniladi:

1. **Aylana hajmi (Disk usuli):** Agar funksiya $y = f(x)$ berilgan bo'lsa, uning $x = a$ dan $x = b$ gacha bo'lgan oraliqda aylana hajmi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

2. **Qobiq usuli:** Agar funksiya $y = f(x)$ berilgan bo'lsa, uning $x = a$ dan $x = b$ gacha bo'lgan oraliqda aylana hajmi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

3. **Kesimlar usuli:** Agar hajm kesimlari ma'lum bo'lsa, hajm quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

Bu yerda $A(x)$ — kesim maydoni.

3. Misollar va masalalar.

Quyida integral yordamida sirt va hajmni topishning turli misollari keltirilgan.

1-misol. Aylana sirtini topish.

Funksiya berilgan: $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 4$. Ushbu funksiyaning x -o'qi atrofida aylantirilganda hosil bo'lgan sirtni toping.

Yechilishi:

1. Funksiyaning hosilasini topamiz: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
2. Sirt formulasi: $S = 2\pi \int_0^4 \sqrt{x} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2} dx$
3. Ifodani soddalashtiramiz: $S = 2\pi \int_0^4 \sqrt{x} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{4\sqrt{x}}\right)} dx = 2\pi \int_0^4 \sqrt{x + \frac{1}{4}} dx$. Integralni hisoblaymiz: $S = 2\pi \left[\frac{2}{3} \left(x + \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 = \frac{4}{3}\pi \left(\left(4 + \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \right)$
4. Yakuniy javob: $S = \frac{4\pi}{3} \left(\left(\frac{17}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \right)$

2-misol. Disk usuli yordamida hajmni topish.

$y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$ funksiya berilgan. Funksiyaning x -o'qi atrofida aylantirilganda hosil bo'lgan hajmni toping.

Yechilishi:

1. Disk usuli formulasi:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx$$

2. Integralni hisoblaymiz:

$$V = \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \frac{32\pi}{5}$$

Javob: $V = \frac{32\pi}{5}$

Misol 3: Qobiq usuli yordamida hajmni topish.

Funksiya berilgan: $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 40$. Ushbu funksiyaning y -o'qi atrofida aylantirilganda hosil bo'lgan hajmni toping.

Yechilishi:

1. Qobiq usuli formulasi:

$$V = 2\pi \int_0^4 x \sqrt{x} dx = 2\pi \int_0^4 x^{\frac{3}{2}} dx$$

2. Integralni hisoblaymiz:

$$V = 2\pi \left[\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \right]_0^4 = \frac{128\pi}{5}$$

Javob:

$$V = \frac{128\pi}{5}$$

4. Amaliyotda integralning tadbiqlari.

Integralning sirt va hajmi topishdagi tadbiqlari turli sohalarda ham keng qo'llaniladi.

Misollar:

1. **Muhandislik:**

- Qurilmalarning hajmi va sirtini hisoblash.
- Suv omborlari, quvurlar va boshqa inshootlarning hajmini aniqlash.

2. **Fizika:**

- Jismning massasini va og'irlik markazini hisoblash.
- Energiya va ishni hisoblash.

3. **Arxitektura:**

- Binolar va inshootlarning sirt maydonini hisoblash.
- Materiallar sarfini aniqlash.

4. **Iqtisodiyot:**

- Resurslarning hajmi va taqsimlanishini optimallashtirish.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. **Tursunov, B. T., & Qosimov, O. Q.** *Oliy matematika: Integral hisob va uning tatbiqlari*. Toshkent: O'zbekiston. 2010 yil.
2. **Xudoyberganov, G. X.** *Matematik analiz: Integral hisob va uning muhandislikdagi tatbiqlari*. Toshkent: O'qituvchi. 2015 yil.
3. **Nurmatov, A. N., & To'rayev, B. T.** *Amaliy matematika: Integral hisob va uning tatbiqlari*. Toshkent: O'zbekiston milliy universiteti. 2018 yil.
4. **Qodirov, M. Q.** *Matematik analizning asosiy tamoyillari va ularning tatbiqlari*. Toshkent: O'zbekiston. 2012 yil.
5. **Saidov, Z. S.** *Integral hisob va uning muhandislik masalalarida qo'llanilishi*. Toshkent: Fan va texnologiya. 2017 yil.
6. **Toshmatov, I. T.** *Matematik analiz va uning amaliy tatbiqlari*. Toshkent: O'zbekiston. 2019 yil.
7. **O'tkir, S. O.** *Integral hisobning fizika va muhandislikdagi tatbiqlari*. Toshkent: O'zbekiston milliy universiteti. 2013 yil.

OBYEKTLAR VA ULAR ORASIDAGI MASOFANI SODDA USULDA ANIQLASH

To'liqinov Abdulaziz

Andijon davlat universiteti

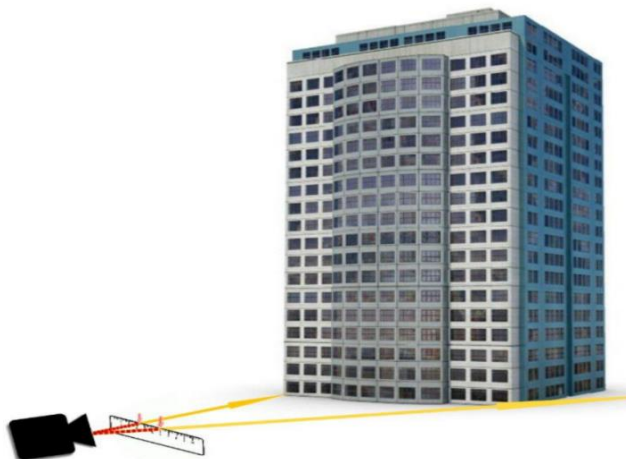
Ismoilova Oyxon

Andijon davlat universiteti

Jo'rayeva Gullola

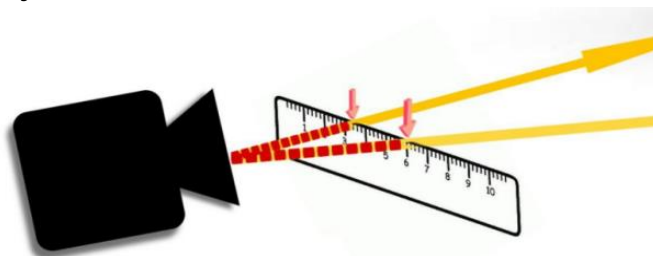
Izboskan tumani, 50-maktab

Hozirgi kunda mavjud obyektlar va ular orasidagi masofalarni aniqlashning bir qancha usullari mavjud bo'lib [3], zamonaviy shaharlarda infratuzilma obyektlar va tabiiy geografik birliklar orasidagi masofalarni o'lchash ehtiyoji tobora ortib bormoqda. Bu tadqiqotda taklif etilayotgan usul, bir metrlik o'lchagichdan foydalanib geometrik bilimlar orqali obyektlar va ular orasidagi masofalarni aniqlash mumkinligi ko'rsatadi.

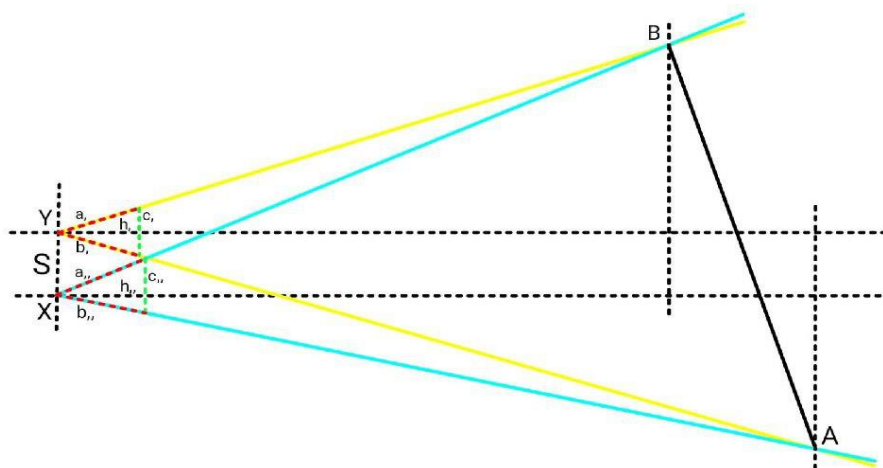


1-rasm.

1-rasmda kuzatuvchining qay usulda o'lchayotganini ko'rishimiz mumkin. Bu yerda bir e'tibor talab qiladigan joyi borki, o'lchash asbobi kuzatuvchiga perpendikulyar joylashishi kerak. Quyidagi 2-rasmda batafsilroq keltirilgan suratga nazar tashlaymiz.



2-rasm.



3-rasm.

Ushbu rasmlar obyektning o'lchashning ilk bosqichlari va endi hisoblash qismiga o'tamiz. 3-rasmni hamda 2-rasmni bir-biriga bog'lagan holda, 2-rasmdagi uzuk-uzuk qizil chiziqlar 3-rasmda belgilangan a_1 hamda b_1 chiziqlarga mos keladi, o'lchov asbobidagi ko'ringan qiymat esa c_1 ga mos keladi. 2-rasmdagi uzuk qizil chiziqlarni o'lchab olish muammo bo'lmaydi, o'lchash asbobigacha masofani h_1 deb belgilaymiz va bu 1-joydan (keyingi o'rinlarda Y nuqta deb yuritiladi) qarashdagi natijalardir. 2-joydan (keyingi o'rinlarda X nuqta deb yuritiladi) turib ham kerakli natijalar, xususan, a_{11} , b_{11} , h_{11} hamda c_{11} ning qiymatlarini aniqlab olamiz. So'ng olingan natijalarni tasavvuriy dekart koordinatalar sistemasiga joylab olamiz hamda X nuqtani koordinatalar boshi deb qaraymiz, Y nuqtani esa koordinatalar o'qiga shunday joylashtiramizki, ikkala joy orasidagi masofa (keyingi o'rinlarda S deb yuritiladi) Y nuqtaning y o'qidagi qiymatini ifodalaydi, ya'ni $X(0; 0)$ hamda $Y(0; S)$ nuqtalar bo'ladi. Uslubga ko'ra, obyektning o'lchamini aniqlash uchun ikki nuqta orasidagi masofani hisoblash kerak, ya'ni obyektning ikki chekkasini A va B nuqtalar deb olsak, ular orasidagi masofa (keyingi o'rinlarda D deb yuritiladi) Yevklid formulasi [1], [2] $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ga binoan aniqlanadi. A va B nuqtalarning koordinatalarini ham geometriyaning muhim formulasidan, xususan, ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasidan foydalanamiz. Bunda, A nuqta uchun $y_Y = k_Y \cdot x_Y + b_Y$ va $y_X = k_X \cdot x_X + b_X$ ko'rinishidagi umumiy formulalardan foydalanib A nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz, B nuqta uchun ham shu usulni qo'llab B nuqtaning koordinatalarini topamiz.

Yuqoridagi umumiy formulalar hamda aniqlangan qiymatlarni birlashtirgan holda yakuniy formulani yaratamiz.

$$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$X_2 = \frac{s}{\frac{\sqrt{a_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11}} - \frac{\sqrt{a_1^2 - h_1^2}}{h_1}}$$

$$Y_2 = \frac{s \cdot \sqrt{a_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11} \cdot \left(\frac{\sqrt{a_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11}} - \frac{\sqrt{a_1^2 - h_1^2}}{h_1} \right)}$$

$$X_1 = \frac{s}{\frac{\sqrt{b_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11}} - \frac{\sqrt{b_1^2 - h_1^2}}{h_1}}$$

$$Y_1 = \frac{s \cdot \sqrt{b_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11} \cdot \left(\frac{\sqrt{b_{11}^2 - h_{11}^2}}{h_{11}} - \frac{\sqrt{b_1^2 - h_1^2}}{h_1} \right)}$$

Ushbu tadqiqotda bir metrlik o'lchash asbobi yordamida obyektlarning o'lchamini aniqlash usuli taklif etildi. Bu uslub minimal asboblar talab qilishi, Quyosh hamda obyektning soyasini talab qilmasligi, shuningdek, obyektgacha bo'lgan masofaning kerak bo'lmasligi bilan ajralib turadi. Bu metod atiga 3 – 7% xatolik bilan yuqori aniqligi hamda universal qo'llanilishi bilan afzaldir. Shu o'rinda boshqa usullar bilan solishtirsak:

1. Ko'z bilan chamalash - bu uslub masofa uzoqlashgan sari xatoligi ortib boradi, o'rtacha aniqlik 50% uzoqdagi tog'larni o'lchash uchun mos emas. Xarajat talab qilmaydi.

2. Soya usuli - uchburchaklar o'xshashligidan foydalanilgan holda aniqlanadi. Bu usul obyektning soyasini talab qiladi va faqatgina balandligini o'lchash uchun mo'ljallangan. Shu bilan birga tog'larning soyasi odatda o'z yonbag'irlariga tushishini hisobga olsak, har qanday obyektни o'lchash uchun mo'ljallanmagan.

3. Smartfon funksiyasi - bu usul zamonaviy smartfonlardagi qo'shimcha funktsiyadir, demak bu usul qimmat smartfonni talab qiladi. Shuningdek, bu uslub ham masofa uzoqlashgandan so'ng o'z aniqligini yo'qotadi, yaqinroq masofalarda 90% aniqlikda o'lchaydi. Undan tashqari yonidagi obyektlarning tahminiy o'lchamiga qarab aniqlaydi, bu esa har qanday katta obyektning o'lchamida xatolik demakdir.

4. Uchburchak usuli - bu usul obyektgacha bo'lgan masofani hamda burchakning qiymatini talab qilishi bilan juda ko'p vaqt yo'qotishga sabab bo'ladi, hatto bir necha soatlarga cho'zilishi ham mumkin, unda ham transport talab qilib shunday vaqt ketkiziladi.

5. Lazer uzkunalar - bu usul ham katta xarajatni, ham obyektning yonida bo'lishni talab qiladi, chunki bu usulda obyektning bir uchidan ikkinchi uchiga lazer nuri yuborilishi kerak, bu qurilma nurning borib-qaytishini hisoblab, oradagi masofani aniqlaydi. Bu usul ko'p qiyinchilik keltirib chiqaradi, nurni obyektning narigi uchiga yetkazishni o'zi bir muammodir.

6. Zamonaviy geodeziya va aerofotosyomka - bu usul katta obyektlar uchun, juda qimmat hamda kichik obyektlar uchun mos emasligi bilan afzalligini yo'qotadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Qori Niyoziy. Analitik geometriya asosiy kursi. Toshkent 1971 yil.
2. Narmonov A. Analitik geometriya. 2008 yil.
3. www.Ziyo.net

**MATEMATIKANI AMALIY YO'NALISHINI KUCHAYTIRISHDA
FANLARARO ALOQADORLIK O'RNI****Turgunova Kamola**

ADU

Mamadjanova Ma'muraxon

PhD, ADU

G'anijonova Gulshoda

ADU

Xozirda matematik ta'limni takomillashtirishda maktab matematika kursining amaliy yo'nalishi kuchaytirish, ya'ni uning mazmuni va o'qitish metodikasini amaliyot bilan bog'lashni amalga oshirish muhim ahamiyat kasb etadi. Matematikani o'qitishning amaliy yo'nalishi muammosi yangilik emas, lekin bir marta hal qilingan taqdirda ham, u tarixning har bir yangi burilishida qayta ko'rib chiqishni va tuzatishni talab qiladi.

Bizning fikrimizcha maktab matematika kursining amaliy yo'nalishi sifatini oshishiga xizmat qiladi. Bunda o'quvchilar matematik ma'lumotlarni ongli o'zlashtiradilar.

Ilmiy -uslubiy adabiyotlar taxlili shuni ko'rsatadiki, "amaliy masala" tushunchasini shakllantirishda 3 yo'nalish ajratib ko'rsatiladi.

1) "faoliyatli" - bunda o'quvchilarni turli masalalarni yechish uchun matematikani qo'llash faoliyatiga o'rgatish bilan bog'liq bo'lgan belgilar ajratib ko'rsatiladi.

2) "mazmunli" - bunda faoliyat sohasini ko'rsatuvchi mazmunli komponent ustunlik qiladi.

3) "mazmunli - faoliyatli" - yuqoridagi ikki yo'nalishning ta'riflari birlashtiriladi, ya'ni amaliy masala ta'rifiga faoliyatli va mazmunli komponentliklar kiritiladi.

"amaliy masala" tushunchasini talqin qiluvchi yagona yondashuv mavjud emas. Bu tushunchaning keng tarqalgan ta'rifidan biri bu - matematikadan tashqarida qo'yilgan va matematik vositalar bilan yechiladigan masaladir.

Xozirgi kundagi zamonaviy maktablada o'qitishning muhim tamoyillaridan biri ta'limni hayot bilan, politexnik yo'nalish bilan bog'liqligi tamoyili bo'lib

kelgan va u takomillashib kelaveradi. Bu tamoyil nazariyaga asoslanadi va u vaqelikni bilish jarayonini amaliyot bilan uzviy bog'liq deb hisoblaydi.

Matematik ta'lim inson xayotida alohida o'rin tutadi. Shunday ekan o'quvchilarga quyi sinflardan boshlab samarali o'qitishga e'tibor qaratish lozim. Afsuski, xozirgi kunda ko'plab bitiruvchilarimiz matematik ma'lumotlarni qo'llashni o'rganmaydilar va shu bilan matematikani amaliy xarakterini tushinib yetmaydi. Bugungi zamonaviy maktab ta'limini takomillashtirishning vazifalaridan biri maktab o'quvchilarini amaliy faoliyatiga tayyorlashdan iborat. Albatta fanning o'zini (nazariyasini) o'rgatmasdan turib uning tadbirlarini tushuntirish mushkul.

Maktabda fanlararo bog'lanish muxim xisoblanadi. Fanlararo aloqalarni o'rnatish o'qitishning ilmiyligini, tushunarligini oshiradi va dars qiziqarli o'tadi. Shunday ekan o'qitishning amaliy yo'nalganligini shartlaridan biri bu fanlararo bog'lanishdir. Lekin bunday o'qitish bir qancha qiyinchiliklar tug'diradi:

- o'qituvchidan boshqa fanlarni ham o'zlashtirishni ham talab qiladi;
- amaliy masalani hal etish odatda nazariy masalaga qaraganda ko'proq vaqt talab qiladi;
- dasturga asosan o'zaro bog'lanishli masalalarni topish talab qilinadi.

Matematikani o'qitishda fanlararo bog'lanishni amalga oshirish bir xil nomli tushunchalarni talqin qilish va ularni turli o'quv fanlarida o'rganish vaqtini muvofiqlashtirish bilan bog'liq hisoblanadi. Bunday bog'lanishlarning imkoniyati shundaki, matematika va turdosh fanlarda bir xil nomli tushunchalar (masalan vektor tushunchasi – matematika, fizika, biologiya va geografiyada) o'rganiladi, kattaliklar orasidagi bog'lanishlarni ifodalovchi matematik tushunchalar (formulalar, grafiklar, jadvallar, tenglamalar, tengsizliklar va ularning sistemalari) turdosh fanlarni o'rganishda qo'llaniladi. Bilim va o'qitish metodlarini fanlararo bunday o'zaro bog'lab borish nafaqat amaliy ahamiyatni rivojlantirishga balki fan rivojlanishining tendentsialarini aks ettirishga, ilmiy dunyoqarashning shakllanishiga xizmat qiladi. Quyida biz fanlararo aloqadorlikka oid masalalar keltiramiz.

1 – Masala (Informatika). Anvarning mobil telefonida 10 GB bor edi. U bir kunda You tube tarmog'idan 30 minut foydalansa uning hisobida 9,1 GB qoladi. Agar Anvar birinchi uch kunda 30 minutdan qolgan kunlari bir soat 10 minut You tube tarmog'idan foydalansa uning hisobidagi miqdor necha kunga yetadi.

Yechish. 30 minut uchun Anvar $10GB - 9,1GB = 0,9GB$ sarflaydi. Demak 10 minut uchun $0,3GB$ sarflanadi. Birinchi 3 kun 30 minutdan $3 \cdot 0,9GB = 2,7GB$

sarflaydi. Anvarning hisobida birinchi 3 kundan so'ng $10 - 2,7 = 6,3$ GB qoladi. 1 soat 10 minut = 70 minut. 70 minut uchun $7 \cdot 0,3 = 2,1$ GB sarflanadi. Qolgan 6,3 GB Anvarni keyingi 1 soat 10 minut ishlatishida $6,3 : 2,1 = 3$ kunga yetadi.

Javob. 3 kunga yetadi.

2 – Masala (Kimyo). Biror moddaning 5 litr 16 % li suvli eritmasiga 7 litr suv qo'shildi. Xosil bo'lgan eritmaning konsentratsiyasi necha foiz bo'ladi.

Yechish. Eritmaning konsentratsiyasi $= \frac{V_1}{V_2} \cdot 100\%$. Dastlabki eritmadagi moddaning xajmi $0,16 \cdot 5 = 0,8$. 7 litr suv qo'shilganda eritmaning umumiy xajmi 12 litr ga teng bo'ladi. Eritmaning moddaning xajmi esa avvalgidek qoladi. Shunday qilib hosil bo'lgan eritmaning konsentratsiyasi $\frac{0,8}{12} \cdot 100\% = 6,7\%$.

Eslatma. Eritma konsentratsiyasi erigan modda massasining eritma massasiga nisbatiga, shuningdek, ularning xajmlari nisbatiga teng.

Javob. 6,6%

3 – Masala (Biologiya). Sinov naychasida o'stirilgan 2 turdagi bakteriyalarni oziqlantirish quyidagi jadval ko'rinishida berilgan bo'lsin:

	1- sutka	2- sutka	Bir kunlik bakteriyaning substrati
1-bakteriya istemol qiladigan substrat	2	1	I naychada 1500 dona
2-bakteriya istemol qiladigan substrat	1	3	II naychada 1600 dona

Sinov naychalarida har bir turdan qancha bakteriya o'stiriladi?

Yechish. Bunday turdagi masalalarni yechishda berilgan jadvaldan foydalanib quyidagi tenglamalar sistemasini tuzamiz va yechamiz:

$$\begin{cases} 2x + y = 1500 \\ x + 3y = 1600 \end{cases}$$

2-tenglamadan $x = 1600 - 3y$ (*) hosil bo'ladi. Buni 1-tenglamaga olib borib qo'yamiz.

$$2 \cdot (1600 - 3y) + y = 1500$$

$$3200 - 6y + y = 1500$$

$$5y = 1700$$

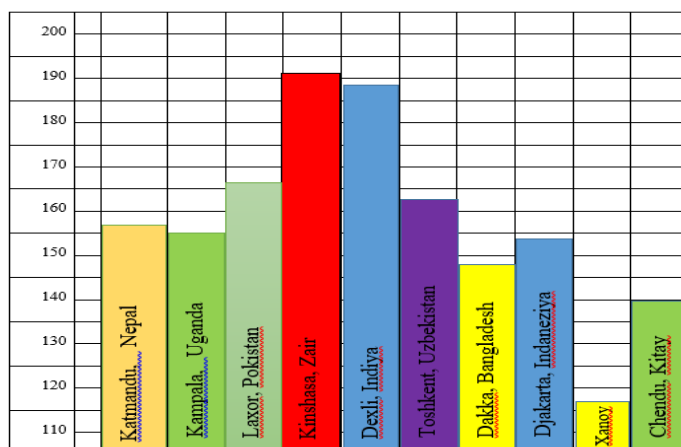
$$y = 340$$

Topilgan qiymatni (*) olib borib x ni topamiz. $x = 800 - 3y = 1600 - 3 \cdot 340 = 580$.

Demak, 1-naychada 580 dona, 2-naychada esa 340 dona bakteriya o'stiriladi

$$\text{Javob. } \begin{cases} x = 580 \\ y = 340 \end{cases}$$

4 – Masala (Tabiiy fan – ekologiya). Diagrammada 2024-yilda dunyo mamlakatlarining atmosferaga chiqargan PM - 2,5 dispers zarralarining konsentratsiya miqdori taqsimoti ko'rsatilgan. Taqdim etilgan mamlakatlar orasida birinchi o'rinni egallagan shaharni aniqlang? Toshkent shahri havasining ifloslanid darajasi kўрсаткичини va o'rnini aniqlang?



Yechish. 1) Diagrammadan ko'rinadiki, atmosferaning ifloslik darajasi bўyicha birinchi o'rinda qizil rang bilan Kinshasa shahri turadi. U $191 mk g/m^3$ ko'rsatkich bilan aniqlangan.

2) O'zbekistonning Toshkent shahri $163 mk g/m^3$ ko'rsatkich bilan 4-o'rinda ekanligini ko'rishimiz mumkin.

Javob: 1) Kinshasa

2) $163 mk g/m^3$ ko'rsatkich bilan 4-o'rinda

5 – Masala (Tabiiy fan-geografiya). Shaharda 50 000 aholi istiqomat qiladi. Ularning 15% bolalar va o'smirlar. Kattalar orasida 17% ishlamaydi (nafaqaxo'rlar, talabalar, uy bekalari va boshqalar.). Shaharning qancha kattalar aholisi ishlaydi.

Yechish.

Bolalar va o'smirlar - 15%

Ishsiz fuqorolar - 17%

Ish bilan taminlanganlar - $100\% - (17\% + 15\%) = 68\%$

$$\begin{cases} 50\,000 - 100\% \\ x - 68\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{50\,000 \cdot 68}{100} = 34\,000 \end{cases}$$

Demak shaharning 34 000 aholisi ishlaydi.

Javob: 34 000

6 – Masala (Jismoniy tarbiya fanida). Voleybol to'p $\propto$ burchak ostida

otildi. To'pning uchish vaqti $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ formula orqali aniqlanadi. Agar to'p $v_0 = 50 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan otilib, uchush vaqti 5 sekund bo'lsa qanday burchak ostida otilishi kerak. Erkin tushish tezlanishi $g = 10 \text{ m/s}$.

Yechish.

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad v_0 = 50 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}$$

$$5 = \frac{2 \cdot 50 \cdot \sin \alpha}{10}, \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 30^\circ$$

Javob: 30°

7 – Masala (Texnologiya fanlari). Vertikal suvga bir tekis tushurilgan batiskaf 362 Gts chastotali ultratovush impulslarini chiqaradi. Batiskafni suvga tushish tezligi $v = c \frac{f-f_0}{f+f_0}$ formula bo'yicha hisoblanadi. Bu yerda $c = 1300 \text{ m/s}$ - suvdagi tovush tezligi, f_0 - chiqarilgan impulslarning chastotasi, f - tovush chastotasi (birligi MGts). Agar Batiskafning sho'ng'in tezligi 4 m/s bo'lsa, Tovushning chastotasini MGts da aniqlang.

Yechish. $v = 4 \text{ m/s}, \quad c = 1300 \text{ m/s}, \quad f_0 = 362 \text{ MGts}$

$$v = c \frac{f-f_0}{f+f_0} = 1300 \cdot \frac{f-362}{f+362} = 4;$$

$$1300(f-362) = 4(f+362), \quad 325(f-362) = (f+362), \quad 325f - 325 \cdot 362 = f + 362$$

$$324f = 362 + 325 \cdot 362, \quad 324f = 118012, \quad f = 364$$



Batiskaf - katta chuqurliklarda okeanografik va boshqa tadqiqotlar uchun o'ziyurar suv osti mashinasi

Javob: 364 MGts

Matematika fanini o'qitishda fanlararo aloqadorlikni ta'minlashga xizmat qiladigan amaliy mazmundagi masalalardan keng foydalanish matematikaning amaliy yo'nalishini kuchaytirishda muxim o'rin tutadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Тихонов Н.А. Вводные лекции по прикладной математике. — М.:Наука, 1984. — 192с.

2. M. Barakayev, K. Turg'unova. Matematikani o'qitishning amaliy yo'nalishi kuchaytirish imkoniyatlari . – T.: j. FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA, 2023/3, b.106-117

KOMPLEKS SONLAR YORDAMIDA TENGLAMALARNI BUTUN SONLARDA YECHISH

Xasanova Mavjuda

Andijon davlat universiteti

Kompleks sonlar yordamida ko'plab ayniyatlarni keltirib chiqarish mumkin. Ba'zi ayniyatlar esa Diofant tenglamalarining xususiy xoli bo'lgan tenglamalarning yechimlarini tanlash imkoniyatini beradi. Ushbu maqolada bir usul orqali tenglamaning odatdagi yechimini keltiramiz va shu tenglama uchun kompleks sonlar yordamida yechimni topish usulini bayon qilamiz.

1-misol. Ushbu

$$x^2 + y^2 = z^2$$

tenglamani butun sonlarda yeching.

Yechilishi. 1-usul. Tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$x^2 = z^2 - y^2 = (z - y)(z + y)$$

Tenglikning chap tomoni to'la kvadratdan iborat bo'lgani uchun o'ng tomoni ham to'la kvadrat bo'lishi kerak. Buning uchun $z - y$ va $z + y$ ifodalarni quyidagicha tanlab olamiz:

$$\begin{cases} z + y = m^2 d \\ z - y = n^2 d \end{cases}$$

Bu sistemani yechib,

$$z = \frac{m^2 + n^2}{2} d$$

va

$$y = \frac{m^2 - n^2}{2} d$$

yechimlarni olamiz. Bunda z va y lar butun sonlar bo'lishi kerak. Shuning uchun $d = 2$ deb olamiz. Natijada berilgan tenglamaning $(2mn, m^2 - n^2, m^2 + n^2)$ yechimlarini hosil qilamiz. Bu yerda m, n lar butun sonlar.

Berilgan tenglama yechimlari katetlari x, y , gipotenuzasi z bo'lgan to'g'ri burchakli uchnurchaklarni tuzish imkoniyatlarini berishini quyidagi jadvaldan ko'rishimiz mumkin:

m	n	x	y	z	To'gri burchakli uchburchak
2	1	4	3	5	(4; 3; 5)
3	2	12	5	13	(12; 5; 13)
3	1	6	8	10	(6; 8; 10)
4	1	8	15	17	(8; 15; 17)
4	2	16	12	20	(16; 12; 20)
...	...	...	...	...	...

Bu tenglamani kompleks sonlar yordamida quyidagi usulda ham yechish mumkin.

2-usul. Dastlab

$$(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2$$

ayniyatni isbotlaymiz. Haqiqatan ham

$$(a + ib)^2 = a^2 + 2aib + b^2 = a^2 - b^2 + i \cdot 2ab$$

va

$$(a - ib)^2 = a^2 - 2aib + b^2 = a^2 - b^2 - i \cdot 2ab$$

Ifodalarni hadlab ko'paytirib, isbotlanishi talab qilingan ayniyatni hosil qilamiz. Isbotlangan ayniyatga ko'ra berilgan tenglamaning yechimlarini quyidagi ko'rinishda olish mumkin.

$$x = m^2 - n^2, y = 2mn, z = m^2 + n^2$$

bu yerda m va n butun sonlar.

Kompleks sonlar yordamida yuqoridagi kabi ayniyatlarni hosil qilib,

$$x^2 + y^2 = z^2$$

tenglamaning butun sonlardagi yechimlarini topish mumkin. Misol tariqasida $n = 3$ va $n = 4$ bo'lgan hollarni keltiramiz.

2-misol. Ushbu

$$x^2 + y^2 = z^3$$

tenglamani butun sonlarda yeching.

Yechilishi. Dastlab

$$(a^3 - 3ab^2)^2 + (3a^2b - b^3)^2 = (a^2 + b^2)^3$$

ayniyatni isbotlaymiz. Haqiqatan ham

$$(a + bi)^3 = a^3 + 3a^2bi + 3ab^2i + b^3i^3 = (a^3 - 3ab^2) + i \cdot (3ab^2 - b^3)$$

$$(a - bi)^3 = a^3 - 3a^2bi + 3ab^2i - b^3i^3 = (a^3 - 3ab^2) - i \cdot (3ab^2 - b^3)$$

ifodalarni hadlab ko'paytirib, isbotlanishi talab qilingan ayniyatni hosil qilamiz. Isbotlangan ayniyatga ko'ra berilgan tenglamaning yechimlarini quyidagi ko'rinishda olish mumkin.

$$x = m^3 - 3mn^2, y = 3mn^2, z = m^2 + n^2$$

bu yerda m va n butun sonlar.

3-misol. Ushbu

$$x^2 + y^2 = z^4$$

tenglamani butun sonlarda yeching.

Yechilishi. Dastlab

$$(a^4 - 6a^2b^2 + b^4)^2 + (4a^3b - 4ab^3)^2 = (a^2 + b^2)^4$$

ayniyatni isbotlaymiz. Haqiqatan ham

$$\begin{aligned} (a + bi)^4 &= a^4 + 4a^3bi + 6a^2b^2i^2 + 4ab^3i^3 + b^4i^4 \\ &= (a^4 - 6a^2b^2 + b^4) + i(4a^3b - 4ab^3) \end{aligned}$$

va

$$\begin{aligned} (a - bi)^4 &= a^4 - 4a^3bi + 6a^2b^2i^2 - 4ab^3i^3 + b^4i^4 \\ &= (a^4 - 6a^2b^2 + b^4) - i(4a^3b - 4ab^3) \end{aligned}$$

ifodalarni hadlab ko'paytirib, isbotlanishi talab qilingan ayniyatni hosil qilamiz. Isbotlangan ayniyatga ko'ra berilgan tenglamaning yechimlarini quyidagi ko'rinishda olish mumkin.

$$x = m^4 - 6m^2n^2 + n^4, y = 4m^3n - 4mn^3, z = m^2 + n^2$$

bu yerda m va n natural sonlar.

Xuddi shu tarzda $n > 4$ natural sonlar uchun ham

$$x^2 + y^2 = z^n$$

ko'rinishdagi tenglamalarni butun sonlarda yechish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л., Раббот Ж.П., Тоом А.Л. Заочные математические олимпиады.-М. Наука, 1981.
2. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Московские математические олимпиады.- М. Просвещение, 1986
3. Тохирова А., Муминов Г. Математикадан олимпиада масалалари. «Укитувчи», Тошкент, 1996.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ И МИНОРЫ

Кодирова Махфузахон

АГУ

Самсаков Одилбек

АГУ

Каждый квадратной матрице A порядка n (где $n \geq 1$) ставится соответствие число, называемое **определителем матрицы A** , обозначаемое $|A|$, вычисляемое по правилу:

$$|a_{11}| = a_{11}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

От миноров к алгебраическим дополнениям:

$(-1)^{i+j} M_{ij} = A_{ij}$ - алгебраическое дополнение a_{ij}

$$n \times n: \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} A_{ij}$$

$$3 \times 3: \begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix} \quad 4 \times 4: \begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

Пример:

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

Решение: Выберем первый столбец, т.к. два элемента в нем равны 0.

Разложим определитель по первому столбцу:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} + 0 \cdot \\ & (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} + \\ & + 2 \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix} = \\ & = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Каждый из определителей третьего порядка разложим по первой второй строке

Вычислим первый определитель:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Разложим по первой строке:

$$= 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + 9 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Теперь найдём определители 2-го порядка:

$$\bullet \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 6 - 7 \cdot 1 = -6 - 7 = -13$$

$$\bullet \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 7 \cdot 2 = 12 - 14 = -2$$

$$\bullet \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - (-1) \cdot 2 = 2 + 2 = 4$$

Подставим:

$$= 1 \cdot (-13) - 2 \cdot (-2) + 9 \cdot 4 = -13 + 4 + 36 = 27$$

Теперь второй определитель:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Разложим по первой строке:

$$= -2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Теперь найдём определители 2-го порядка:

$$\bullet \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 9 \cdot 1 = 12 - 9 = 3$$

$$\bullet \begin{vmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 9 \cdot 2 = 6 - 18 = -12$$

$$\bullet \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 - 4 = -3$$

Подставим:

$$= -2 \cdot 3 - 1 \cdot (-12) + 3 \cdot (-3) = -6 + 12 - 9 = -3$$

Итог:

$$\det = 2 \cdot 27 + 2 \cdot (-3) = 54 - 6 = 48$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. А.Г. Курош. Курс высшей алгебры. Издательство «Наука» Москва 1975
- 2, Б.А.Горлач. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебник. Санкт-Петербург. Москва - Краснодар. 2022.
3. И.Б. Проскуряков. Сборник задач по линейной алгебре. Учебное пособия. Санкт-Петербург. Москва - Краснодар. 2010.

MUNDARIJA		
Ibaydullayev To'lanboy	MATEMATIKA KAFEDRASI TARIXI	3
Akbaraliyev Baxtiyor	OLIY TA'LIM FIDOYISI	6
Matematik analiz va differensial tenglamalar		
Abdullayev Omadbek	YOPIQ TRAYEKTORIYAGA EGA KVADRATIK DINAMIK SISTEMALAR	9
Akbarov Adakhambek, Abduvosiyeu Ibroximjon	A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER GRONWALL TYPE CONSTRAINTS	11
Akbarov Adakhambek, Ma'rufjonova Saidaxon	A PURSUIT PROBLEM FOR THE INERTIAL MOVEMENTS OF PLAYERS UNDER GRONWALL TYPE CONSTRAINTS ON CONTROLS	13
Akbarov Adakhambek, Sulaymonov Samandar	A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER EXPONENTIAL GRONWALL TYPE CONSTRAINTS	15
Akbarova Surayyo, Qodirova Umida	CHEKSIZ SOHADA ARALASH PARABOLIK TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA	16
Axmadjonova Musharraf, Qobiljonov Muhriddin, Kozimjonov Kamronbek	ON A LINEAR DIFFERENTIAL EVASION GAME WITH MULTIPLE PURSUERS AND AN EVADER IN THE HILBERT SPACE	18
Azimov Raximjon, Maxamadjonova Maftuna	MAYATNIK TIPDAGI STEXASTIK SISTEMA YECHIMINING TURG'UNLIGI	20
Azimov Raximjon, Qoxxorova Gavxaroy	BIRINCHI YAQINLASHISH BILAN TURG'UNLIKNI TEKSHIRISH	22
Azizov Muzaffar, Obidjonova Mamuraxon	ON THE UNIQUENESS OF THE SOLUTION OF THE INITIAL-BOUNDARY PROBLEM FOR A SECOND-ORDER EQUATION	25
Baltabayeva Mahliyo	IKKINCHI TIP SOHADA INTERPOLYATSION KETMA-KETLIKLER	27
G'ulomov Saidakbar, Ibrohimov Baxtiyor	DIFFERENTIAL GAME OF PURSUIT WITH L-CATCH UNDER GRONWALL-TYPE CONTROL CONSTRAINTS	29
Jo'rayev Bahodirjon, Soliyeva Feruzaxon, Usmonov Avazxon	DIFFERENSIAL O'YINLARGA YETISHISH NUQTALAR TO'PLAMINI GEOGEBRA DASTURIDAN FOYDALANIB QURISH	30
Jo'rayev Bahodirjon, Urayimxudjayeva Ravshanoy	TURLI CHEGARALANISHLI DIFFERENSIAL O'YINLARGA II-STRATEGIYA	33
Jo'rayev Bahodirjon, Usmonov Avazxon, Soliyeva Feruzaxon	SODDA HARAKATLI DIFFERENSIAL O'YINLARGA MISOLLAR	35
Karimov Kamoliddin, Kamoliddinova Sayyora	TO'G'RI TO'RTBURCHAK SOHADA TELEGRAF TENGLAMASI UCHUN NEYMAN MASALASI	37
Karimov Kamoliddin, Toshmatov Munosibjon	BUZILADIGAN ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN NOLOKAL SHARTLI SPEKTRAL MASALA	39

Karimov Shahobiddin, Abdumo'minova Shaxlo	UCHINCHI TARTIBLI GIPERBOLIK BIR OPERATORNING FUNDAMENTAL YECHIMI TOPISH MASALASI	40
Karimov Shahobiddin, Jahongirova Jayrona	PARABOLIK TENGLAMALAR UCHUN TESKARI MASALALARNI TUZISH VA ULARNI GIPERBOLIK TENGLAMALAR UCHUN MOS KELADIGAN TESKARI MASALALAR BILAN BOG'LASH	45
Karimov Shahobiddin, Yo'ldoshaliyeva Xonzoda	PARABOLIK TENGLAMALAR KOEFFISIENTLARINI ANIQLASHNING GRADIENTLAR USULI	49
Kazimirova Ruzakhon	IMPROVING THE ESTIMATE FOR THE PURSUERS DISTANCE FROM THE ORIGIN	53
Khaydarov Zafar	PARAMETRIC ANALYSIS OF RESONANCE MANIFOLDS IN NONLINEAR HAMILTONIAN SYSTEMS	54
Kuchkorov Erkin, Haitova Marjona	POTENSIALI SILLIQ KO'PXILLIKDA UZILISHGA EGA BO'LGAN SHREDINGER OPERATORINING XOS FUNKSIYALARINING HOSILASINI BAHOLASH	58
Muhammadjonova Muslimabonu	DODAKAEDR QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI	62
Muzaffarova Dilshoda	QUADRATIC DYNAMICAL SYSTEMS WITH TWO CLOSED TRAJECTORIES	64
No'monova Rislig'oy	FAZOVIIY CHEGARALANGAN BITTA QOCHUVCHINI SODDA TAQIB QILISHNING NOSTATSIONAR MASALASI	67
Qayumxo'jayev Qayumxo'ja	QAVARIQ SOHALARDA INVARIANT METRIKALAR	69
Qayumxo'jayev Qayumxo'ja	KOBAYASI SHARLARIDA ANIQLANGAN AKSLANTIRISHNI SOHAGA GOLOMORF DAVOM ETTIRISH MASALASI	70
Qo'shaqov Xolmurodjon, Vasiyeva Gulsanam, Ortiqova Rayhona	TIME-OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR AN INFINITE SYSTEM OF BINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS	71
Qo'shaqov Xolmurodjon, Anorboyeva Mohinur, G'anijonova Gulshoda	MUNTAZAM TETRAEKSAEDR QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI	74
Qo'shaqov Xolmurodjon, To'lanboyeva Nodiraxon, Abduraxmonova Robiyaxon	CHO'ZILGAN UCHBURCHAK GUMBAZ QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI	76
Qo'shaqov Xolmurodjon, Turg'unova Feruza, Ibragimova Dilafruz	CHO'ZILGAN BESHBURCHAKLI PIRAMIDA QIRRALARI BO'YLAB UCH QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHINING TUTISH DIFFERENSIAL O'YINI	79

Shermukhammadov Baxtiyor	A PIECEWISE CONSTANT ARGUMENT METHOD FOR SOLVING NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF BRATU TYPE	81
Toshpulatov Muzaffar	INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A MIXED EQUATION WITH FRACTIONAL TIME ORDER INVOLVING THE PRABHAKAR OPERATOR	83
Tursunova Nafisa	BUZILADIGAN PARABOLO-GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALA	85
Umrzaqov Nodirbek, Qurbonova Gullola	DEYARLI DAVRIY FUNKSIYALARNING BIR SINFI HAQIDA	87
Umrzaqov Nodirbek, O'rmonova Xusnigor	KO'P ISHTIROKCHILI BITTA DIFFERENSIAL O'YINDA QOCHIB KETISH MASALASI HAQIDA	89
Xabibullayev Omadillo, Yuldashboyeva Zarnigor	KUBOKTAEDR QIRRALARIDA BITTA ASOSIY VA IKKITA SUST QUVLOVCHILAR BILAN TUTISH MASALASI	91
Джураева (Турсунова) Дилдорахон	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ОПИСЫВАЕМАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА	93
Кобулов Асадбек	ИНЕРЦИОННАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА С ПОПОЛНЯЕМЫМИ РЕСУРСАМИ УПРАВЛЕНИЙ	95
Рашидова Саидахон	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ОПИСЫВАЕМАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОПОЛНЯЕМЫМИ РЕСУРСАМИ УПРАВЛЕНИЙ	97
Algebra va geometriya		
Arzikulov Farhodjon, Nabijonova Feruzahon	LOCAL AUTOMORPHISMS ON JB-ALGEBRAS	100
Karimjanov Ikboljon, Umrzaqov Sardorbek, Samsaqov Odilbek	5-O'LCHAMLI BA'ZI NILPOTENT ASSOSIATIV ALGEBRALARNING DIFFERENTIALLASHLARI	103
Tillayev Donyorbek	RESTORATION FROM THE EXTERNAL CURVATURE OF A SURFACE WITH A SINGLE VERTEX	104
Funksional analiz va ehtimollar nazariyasi		
Abdulvoxidov Alisher, Toshpo'latov Mirjalol	NAZORAT KARTALAR YORDAMIDA TEXNOLOGIK JARAYONLARDAGI O'RTACHA YO'QOTISHNI BAHOLASH HAQIDA	107
Ablazova Kamola, Dexqonboyeva Salomatxon	TEXNOLOGIK JARAYON STABILIGINI ANIQLASHNING SHUXART USULINI TAKOMILLASHTIRISH	109
Ahmedov Sohijjon, Abdusamatova Muharram	STATISTIK KRITERIYGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA BILAN ZILZILANI BASHORAT QILISH USULI HAQIDA	112

Dadamirzayeva Odinaxon	IKKITA BELGI ORASIDAGI KORRELYATSIYANI KENDALL KRITERIYASIGA ASOSLANIB YANGI QURILGAN NAZORAT KARTA YORDAMIDA TAHLIL QILISH	115
Dekhkonov Jasurbek, Ashurov Fayzullo	PERIODIC GIBBS MEASURES FOR THE ISING MODEL WITH THE INHOMOGENEOUS EXTERNAL FIELD ON THE CAYLEY TREE OF ORDER TWO	118
Mashrabxo'jaeva Onorxon	NAZORAT KARTALAR YORDAMIDA YER OSTI SUVLARIDA RADON MIQDORINING O'ZGARISHINI STATISTIK TAHLIL QILISH ASOSIDA ZILZILANI BASHORAT QILISH HAQIDA	121
Maxammatova Sevara	TASODIFIY VEKTORLARNING TAQSIMOT FUNKSIYALARI	123
Rahmatullaev Muzaffar, Ashurov Fayzullo	TRANSLATION-INVARIANT GROUND STATES FOR THE ISING MODEL WITH AN H_A -PERIODIC EXTERNAL FIELD ON A CAYLEY TREE	125
Sharobiddinova Gulshoda	ATMOSFERADAGI RADON KONSENTRASIYASINI VA ZILZILA ORASIDAGI BOG'LANISHNI SHUXARTNING X-R NAZORAT KARTASI BILAN TAHLILI	127
Tursunov Bekzod	SUST BOG'LANGAN TASODIFIY MIQDORLAR YIG'INDISI UCHUN KATTA CHETLANISHLAR ORALIG'IDA EHTIMOLLI TENGSIZLIKLER	129
Yuldashev Xushnodbek	PEDAGOGIK TAJRIBA NATIJALARINI TAHLIL QILISHDA STYUDENTNING T-KRITERIYSIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA MATEMATIK MODELIDAN FOYDALANISH	131
Дехконов Жасурбек, Нишоновна Мархабо	О - ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫХ МЕРАХ ГИББСА ДЛЯ ФЕРРОМАГНИТНОЙ МОДЕЛИ ПОТТСА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ	135
Исаков Бегзод	ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ МОДЕЛИ ИЗИНГА-ПОТТСА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА	137
Matematik modellash va hisoblash usullari		
Azimov Bunyod, Ahmadaliyev Boburjon	FUNKSIYALARNI CHIZIQLI SPAYNLAR YORDAMIDA TIKLASH	141
Eshmamatova Difuza, Solijanov Kamola	TO'RT O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN LOTKA- VOLTERRA AKSLANTIRISHLARINING QO'ZG'ALMAS NUQTALAR KARTASI	143
Eshmamatova Difuza, Xakimova Dildora, Bozorov Axror	UCH O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN AYNIGAN LOTKA-VOLTERRA OPERATORLARINING SIGNATURAVIY KLASSIFIKATSIYASI	146
Ismoilov Hamrali, Namozova Mohigul	VENTILYATOR ISHCHI PARAMETORLARIGA, UNING PARRAGI ISHCHI YUZASI SILLIQLIGINING BOG'LIQLIGINI O'RGANISH	150

Ismoilov Hamrali, Mirzakarimova Obida, Abdug'opporova Mamura	PARRAK MASSASINING VENTILYATOR ISHCHI PARAMETORLARIGA TA'SIRINI O'RGANISH	152
Karimov Shahobiddin, Sirojiddinov Husanjon	IZOSPEKTRAL SHTURM-LIUVILL CHEGARAVIY MASALASINI QURISH ALGORITMINI TUZISH	155
Mamadaliyev Xusanbek, Mamajonov Shukurjon, Xurboyeva Dilbaroy	AMALIY MATEMATIKADA ALGEBRAIK VA TRANSTSENDENT TENGLAMALARNING SONLI YECHIMLARI: EXCEL VA PYTHON ASOSIDA YONDASHUV	158
Mirzaaxmedov Muxammadbobur, Mirzaaxmedova Jumagul	SUN'IY INTELLEKT YONDASHUVI ASOSIDA MATEMATIK MODELASHTIRISH	162
Roziyev Amanillo	MEHNAT BOZORINI RIVOJLANTIRISH VA IQTISODIY O'SISHNI TA'MINLASH: ANDIJON VILOYATI MISOLIDA ISTIQBOLLAR VA TENDENSIYALAR	164
Sayidova Nigora, Mamatqosimov Javohirbek, Nurmatov Abdulfafiz	ZAMONAVIY HISOBLASH ALGORITMLARI YORDAMIDA ALGEBRAIK VA TRANSENDENT TENGLAMALAR ILDIZLARINI ANIQLASH	167
Xasanova Mavjuda, Badridinov Nusratbek	EYTKEN SXEMASI	172
Алиева Жамила, Камолова Нигора	ЗАДАЧА КЕПЛЕРА	174
Ботиралиев Шохдиёр	МЕТОД ГАУССА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННЫХ ИНТЕГРАЛОВ	176
Набиева Ойгул	ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ЯКОБИ И ЗЕЙДЕЛЯ	179
Солижонova Машхура	УТОЧНЕНИЕ ОБЛАСТИ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНЫХ ОБОЛОЧКАХ	180
Юнусов Насиржан	МНОГОЧЛЕНЫ ЧЕБЫШЁВА И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИНТЕРПОЛАЦИИ	182
Matematika o'qitish metodikasi		
Abdugapparova Shahodat, Kimsanova Madina, Mullajonova Jannatoy	NAZARIY MEKANIKA MASALALARINI YECHISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING O'RNI	185
Aliyeva Jamila, Mirzaqulova Xurshida, Jamoliddinov Sharobiddin	UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA TENGLAMALAR SISTEMASINI O'RGANISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH	187
Axlimirzayev Axmadjon, Turgunova Kamola, Mirzaqulova Xurshidabonu, Sattarov Doniyor	O'QUVCHILARNI QO'SHIMCHA SHARTLAR BILAN BERILGAN TENGLAMALARNI YECHISHGA O'RGATISH	195

Bahriddinova Dilnoza	RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR YORDAMIDA FAZODA TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIKNI O'QITISHNING SAMARADORLIGI	199
Jo'rayeva Rayhona	BOSHLANG'ICH SINFLARDA KOMBINATORIKAGA DOIR MASALALAR YECHISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH	202
Kimsanova Madina	AYRIM TO'RTINCHI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISH USULI	205
Maxkamova Sharifaxon	MATRITSANING XARAKTERISTIK TENGLAMASI YORDAMIDA BERILGAN MATRITSANING TESKARI MATRITSASINI TOPISH	206
Murodova Ruxshonaxon	REKURRENT MUNOSABATLAR	208
Nishonov Tulanmirza, Akbaraliyeva Xurshida	UCHBURCHAK XARAKTERISTIKALARINI BERILGAN 2 TA MEDIANA VA UCHINCHI TOMONI ORQALI IFODALASH	211
Nishonov Tulanmirza, Ikromova Xurshida	UCHBURCHAK XARAKTERISTIKALARINI IKKI TOMONI VA UCHINCHI TOMONIGA TUSHIRILGAN BALANDLIGI ORQALI IFODALASH	213
Qo'shaqova O'g'iloy	NO'MALUM MODUL BELGISI OSTIDA QATNASHGAN TENGLAMALAR	215
Qodirova Gulbahor	AYRIM KUB TENGLAMALARNI YECHISH USULI	219
Qurbonova Halimaxon, Kurbonova Umida	PARAMETRLI CHIZIQLI VA KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH	221
Raxmonxo'jayeva Mohichexra	POLINOMIAL SXEMALAR	225
Sattorov Muzaffar	SIRT VA HAJMNI TOPISHDA INTEGRALNING TADBIQLARI	228
To'lqinov Abdulaziz, Ismoilova Oyxon, Jo'rayeva Gullola	OBYEKTAR VA ULAR ORASIDAGI MASOFANI SODDA USULDA ANIQLASH	232
Turgunova Kamola, Mamadjanova Ma'muraxon, G'anijonova Gulshoda	MATEMATIKANI AMALIY YO'NALISHINI KUCHAYTIRISHDA FANLARARO ALOQADORLIK O'RNI	235
Xasanova Mavjuda	KOMPLEKS SONLAR YORDAMIDA TENGLAMALARNI BUTUN SONLARDA YECHISH	240
Кодирова Махфузахон, Самсаков Одилбек	АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ И МИНОРЫ	242

[illegible]

[illegible]

[illegible]

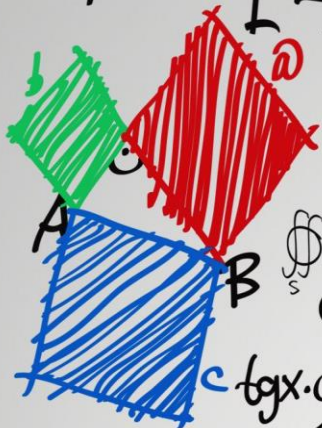
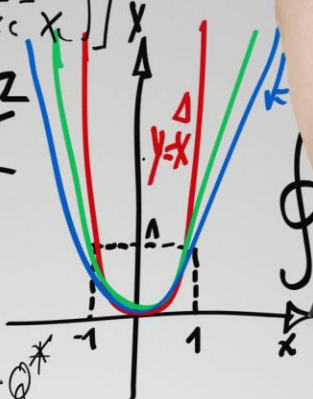
[illegible]

[illegible]

[illegible]

$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_c} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$F = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q^* \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$Q = mc \Delta t_A$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\Phi = NBS + \mu_0 \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$\begin{aligned} x - y + z &= 1 \\ x + xy &= z \\ x + y + z &= z^2 \end{aligned}$$

$$I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_c} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$2 \sin x$$

$$\beta = \frac{\Delta l}{\Delta T B}$$

$$b^2 = c \cdot cb \quad a^2 = c \cdot ca$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$R = \frac{U}{I} \quad k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0 \quad \vec{n} = (F'_x, F'_y, F'_z)$$

$$\sum_{i=0}^n (x_i^2 - y_i^2)$$

$$E = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{k/m}$$

$$\vec{\psi} = \int \vec{p} d\vec{S} = A \vec{D} \quad \phi = \frac{2\pi \sin \alpha}{\lambda} y$$

$$\begin{matrix} & 1 & & 1 & & \\ 1 & 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{matrix}$$